DOI: 10.25198/1814-6457-245-74
УДК 372.851

**Герасименко С.А., Павленко А.Н.**
Оренбургский государственный университет, г. Оренбург, Россия
E-mail: fmit@mail.osu.ru, pavlenko-a-n@mail.ru

# ОБ ИЗЛОЖЕНИИ ТЕМЫ «ЗАДАЧА КОШИ» НА ИНЖЕНЕРНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ БАКАЛАВРИАТА ПРИ ОЧНО-ЗАОЧНОЙ ФОРМЕ ОБУЧЕНИЯ

**Реформирование высшей школы закономерно приводят к сокращению доли аудиторных занятий, что негативно сказывается на изучение дисциплин математического цикла. Таким образом, возникает необходимость усиления роли самостоятельной работы студентов. Повышению эффективности самостоятельной работы возможно при использовании межпредметных связей с профильными дисциплинами. Для изучения темы «Задача Коши для ОДУ первого порядка» студентами инженерных направлений при очно-заочном обучении нами предлагается новый прикладной подход, в ходе которого естественным образом вводится понятие задачи Коши, вскрывается смысл её начального условия и обосновываются основные требования к рассматриваемой задаче и к ее решению. Предлагаемый подход должен включать ряд необходимых этапов. Для повышения эффективности самостоятельной работы целесообразно использовать соответствующее методическое обеспечение. В зависимости от направления можно применять методические указания, интерактивные методические указания, интегрированные с видеофайлами, приложениями, написанными на различных языках высокого уровня и т. д. Таким образом, изучение студентами инженерных направлений темы «Задача Коши для ОДУ первого порядка» дисциплин должно проходить в неразрывном единстве с профилирующими дисциплинами направления и с историей техники и математики при широком применении информационных технологий.**

**Ключевые слова: задача Коши, обыкновенное дифференциальное уравнение, прикладной подход к обучению, внеаудиторная самостоятельная работа, информационные технологии, методика преподавания математики в высшей школе.**

**Gerasimenko S.A., Pavlenko A.N.**
Orenburg state university, Orenburg, Russia
E-mail: fmit@mail.osu.ru, pavlenko-a-n@mail.ru

# THE TOPIC «CAUCHY PROBLEM» IN UNDERGRADUATE ENGINEERING FULL-TIME AND PART-TIME EDUCATION

**Reforming higher education naturally leads to a reduction in the share of classroom studies, which negatively affects the study of disciplines in the mathematical cycle. Thus, there is a need to strengthen the role of independent work of students. It is possible to increase the effectiveness of independent work by using interdisciplinary links with specialized disciplines. For studying the topic «Cauchy Problem for First-Order ODE» by students of engineering programs in full-time and part-time education, we propose a new applied approach, during which the concept of the Cauchy problem is naturally introduced, the meaning of its initial condition is revealed and the main requirements for the problem under consideration and its solution are substantiated. The proposed approach should include a number of necessary stages. To increase the effectiveness of independent work, it is advisable to use the appropriate methodological support. Depending on the direction, it is possible to use methodological instructions, interactive methodological instructions integrated with video files, applications written in various high-level languages, etc. Thus, the study of the topic «Cauchy Problem for First-Order ODE» by students of engineering directions of disciplines should take place in an inseparable unity with the main disciplines of the direction and with the history of engineering and mathematics with the wide application of information technologies.**

**Key words: Cauchy problem, ordinary differential equation, applied approach to learning, independent work, information technology, methodology of teaching mathematics in higher education**

О целесообразности нового подхода при изучении задачи Коши для ОДУ первого порядка в дисциплине «Математика» («Математический анализ», «Дифференциальные уравнения»).

В настоящее время изучение дисциплин «Математика» («Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» при очно-заочном обучении вызывает и у преподавателей, и у обучающихся большие трудности, обусловленные следующими причинами:

– явно недостаточным количеством аудиторных часов, выделяемым для изучения как всей дисциплины, так и темы «Задача Коши для ОДУ первого порядка» [1];

– общепринятый подход к изложению данного раздела абстрактен, в нем явно недостаточно представлены технические приложения и факты из истории математики, естествознания и техники;

– как правило, приложения задачи Коши приводятся после ее изучения в упражнениях по данной теме, что недостаточно мотивирует к восприятию излагаемого материала;

– использование отлично зарекомендовавших себя учебников для технических специальностей [2]–[6] и др., которые, однако, были написаны в совершенно других условиях.

С целью преодоления вышеприведенных трудностей предлагается новый прикладной подход к изложению темы «Задача Коши для ОДУ первого порядка» на инженерных направлениях бакалавриата при очно-заочной форме обучения. Последний заключается в изучении данной темы на основе рассмотрения технических конкретизаций задачи Коши, в ходе которого естественным образом вводится понятие задачи Коши, вскрывается смысл её начального условия и обосновываются основные требования к рассматриваемой задаче и к ее решению.

Основные положения и этапы прикладного подхода при изучении задачи Коши для ОДУ первого порядка

Приведем основные положения изучения задачи Коши при применении вводимого подхода:

1) максимальное использование межпредметных связей с естественно-научными и техническими дисциплинами, отвечающими направлению бакалавриата;

2) применение межпредметных связей с теорией численных методов и с информационными технологиями;

3) применение межпредметных связей с историей математики и техники;

4) разъяснение основных понятий и свойств задачи Коши в связи с их разнообразными естественнонаучными и техническими прототипами;

5) при изучении данной темы придание главенствующей роли самостоятельной работе при широком использовании информационных технологий для применения специально подготовленного интерактивного методического обеспечения.

Тему «Задача Коши для ОДУ первого порядка» целесообразно рассматривать после изучения ОДУ первого порядка, усвоения понятий их общего, частного и особого решений, чтобы обучающиеся были уже подготовлены к необходимости введения понятия задачи Коши и к уяснению важности практических приложений данной задачи. Следует отметить, что имеется ряд известных учебников [2]–[6] и др. по обыкновенным дифференциальным уравнениям, в которых изложение материала происходит именно в таком порядке.

Основные этапы изучения задачи Коши для ОДУ первого порядка:

1) разъяснение естественнонаучного и технического обоснования наличия, как правило, бесконечного числа решений ОДУ;

2) рассмотрение на конкретном примере выделение одного решения ОДУ первого порядка, которое описывает реально протекающий естественнонаучный процесс или работу некоторого технического устройства;

3) обоснование важности требований к существованию и единственности решения задачи Коши с позиций естественнонаучных и технических приложений;

4) приведение теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка в наиболее удобной форме для практического применения на инженерных направлениях;

5) обоснование необходимости проверки условий теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка перед применением численных методов для решения данной задачи;

6) приведение теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий и правой части ОДУ;

7) приведение современных естественнонаучных и технических приложений и/или исторических сведений из истории естествознания и техники, где отражаются практические реализации некоторых конкретных задач Коши для ОДУ первого порядка;

8) приведение примеров, когда для изучения естественнонаучного процесса или работы технического устройства нет необходимости рассматривать задачу Коши.

9) контроль за эффективностью применения прикладного подхода к изучению темы «Задача Коши для ОДУ первого порядка».

При рассмотрении различных естественнонаучных и технических иллюстративных примеров возможно изменение, объединение, добавление или удаление некоторых вышеприведенных этапов, а также изменения порядка последовательности их выполнения.

В качестве конкретизации применения прикладного подхода к изучению задачи Коши для ОДУ первого порядка, приведем пример рассмотрения некоторых этапов изучения данной темы в курсе математики направления 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. Следует отметить, что данную конкретизацию практически без изменений (возможна замена примеров технических приложений в соответствии с характером направления) можно перенести на любое инженерное или естественнонаучное направление.

1. Разъяснение естественнонаучного и технического обоснования наличия, как правило, бесконечного числа решений ОДУ

В качестве технического примера рассмотрим легко обозримый процесс, отвечающий направлению подготовки обучающихся.

Пусть конденсатор с ёмкостью $C$ разряжается через резистор с сопротивлением $R$. Тогда функция $U = U(t)$, выражающая зависимость напряжения на конденсаторе от времени, будет удовлетворять ОДУ первого порядка $U' = -\frac{1}{\tau}U$, где $\tau = RC$ – постоянная времени RC-цепочки [7]. Его общее решение имеет вид $U = ke^{-\frac{t}{\tau}}$, где $k$ – произвольная постоянная. Таким образом, данное ОДУ имеет бесконечно много решений.

С физической точки зрения последнее объясняется тем, что ОДУ учитывает только номиналы радиодеталей и физические законы, которым подчиняется процесс разряда конденсатора и не учитывает начальное напряжение на конденсаторе. Очевидно, что при различных начальных напряжениях мы будем получать и различные зависимости $U = U(t)$, которые все должны удовлетворять данному ОДУ.

2. Рассмотрение на конкретном примере выделения одного решения ОДУ первого порядка, которое описывает реально протекающий естественнонаучный процесс или работу некоторого технического устройства

Вернемся к предыдущей задаче. Для того чтобы из бесконечного множества решений выделить одну функцию, описывающую зависимость напряжения от времени для реального процесса разрядки конденсатора, нам достаточно задать напряжение на конденсаторе в любой момент времени с помощью так называемого начального условия: $U(t_0) = U_0$. Тогда будем иметь задачу Коши

$$\begin{cases} U' = -\frac{1}{\tau}U, \\ U(t_0) = U_0. \end{cases}$$

Подставив в общее решение $U = ke^{-\frac{t}{\tau}}$ значения $t = t_0$ и $U = U_0$, мы сможем найти значение произвольной постоянной $k = U_0 e^{\frac{t_0}{\tau}}$.

Таким образом, мы получили одно решение, которое будет описывать реальный процесс разряда конденсатора через резистор:

$$U = U_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}.$$

Для значений $\tau = 10с$, $t_0 = 5с$, $U_0 = 3В$ получим решение задачи Коши в виде $U = 3e^{\frac{-t+5}{10}}$.

С помощью найденного решения можно предсказать процесс разряда конденсатора после момента $t_0 = 5с$. Например, можно найти какое напряжение на конденсаторе будет в любой момент времени или найти в какой момент времени напряжение на конденсаторе снизится до нужной величины.

Кроме того, можно восстановить предшествующую моменту $t_0 = 5с$ динамику напряжения на конденсаторе. Например, зная напряжение на конденсаторе перед разрядом, можно определить момент времени, когда конденсатор начал разряжаться через резистор.

Таким образом, задача Коши для ОДУ позволяет по закону протекания детерминистского процесса (описывается ОДУ) и по начальному состоянию процесса (описывается начальным условием) предсказать последующее протекание данного процесса или/и восстановить предшествующее развитие процесса хотя бы вблизи начального состояния.

3. Обоснование важности требований к существованию и единственности решения задачи Коши с позиций естественнонаучных и технических приложений

Не смотря на то, что реальный естественнонаучный процесс или работа технического устройства реально происходит и является вполне детерминированным требование к проверке существования и единственности решения задачи Коши не может быть отметено.

Обучающиеся должны уяснить, что задача Коши представляет собой математическую модель изучаемого явления и не может учитывать всё бесконечное многообразие естественнонаучных аспектов изучаемого процесса.

Если задача Коши реального, однозначно протекающего процесса не имеет решений или имеет более одного решения, то это говорит о неадекватном составлении задачи Коши, то есть при ее составлении неверно учтены существенные для процесса факторы или не все существенные факторы учтены.

Академик А.Н. Тихонов писал [8]: «Часто от представителей других наук приходится слышать, что существование решения и его единственность не вызывают вопроса, так как изучается реальное явление, которое и представляет решение задачи, и если изучаемое явление детерминировано, то другого решения задачи быть не может. Однако такое утверждение основано на смешении представлений о реальном явлении и математической модели. Математическая модель описывает лишь модель явления, и для модели, отражающей лишь некоторые черты объекта, существование решения или его единственность может не иметь места».

Если модель адекватна, но с какого-то момента решение задачи Коши доходит до момента, когда решение не существует или не единственно, то возможна ситуация, когда рассматриваемый реальный процесс прекращается, становится неустойчивым, качественно меняется и т. д.

4. Приведение теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка в наиболее удобной форме для практического применения на инженерных направлениях

Наиболее удобной в использовании формулировкой данной теоремы для обучающихся инженерных направлений представляется видоизменение и синтез формулировок теорем о существовании, о существовании и единственности и о продолжении решения, приведенные в [9]:

Теорема. Пусть у задачи Коши

$$\begin{cases} y' = f(x,y), \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

функции $f(x,y), f'_y(x,y)$ непрерывны в некоторой ограниченной области *D*, содержащей точку $M_0(x_0, y_0)$.

Тогда данная задача Коши имеет единственное решение. График этого решения доходит как угодно близко к границам области *D* (рисунок 1).

Замечание 1. Если область D неограниченна (например, $\mathfrak{R}^2$), то задача Коши может и не иметь решение, определенное всюду на $\mathfrak{R}$.

Замечание 2. Теорема выражает достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши. Данные условия не являются необходимыми [3].

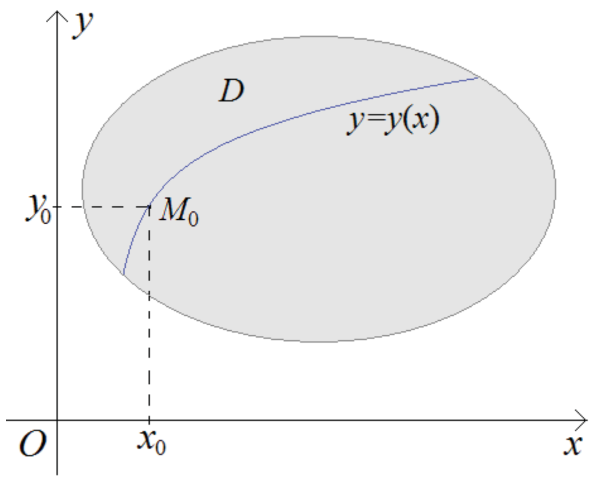


Рисунок 1

5. Обоснование необходимости проверки условий теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка перед применением численных методов для решения данной задачи

До обучающихся необходимо донести, что применение численных методов без проверки выполнимости условий данной теоремы является некорректным [9].

В качестве примера последствий невыполнимости требования о непрерывности функции $f(x,y)$ можно рассмотреть задачу Коши

$$\begin{cases} y' = \dfrac{4x}{y}, \\ y(-1) = -1. \end{cases}$$

При использовании математического пакета MathCAD [10] были получены следующие результаты (рисунки 2, 3).

Сравнивая решения задачи Коши, полученные в обоих случаях, легко убедиться в некорректности использования численных методов пакета MathCAD [10] для данной задачи Коши.

Ошибочность результатов обусловлена отсутствием непрерывности функции $f(x,y) = \frac{4x}{y}$ на оси абсцисс.

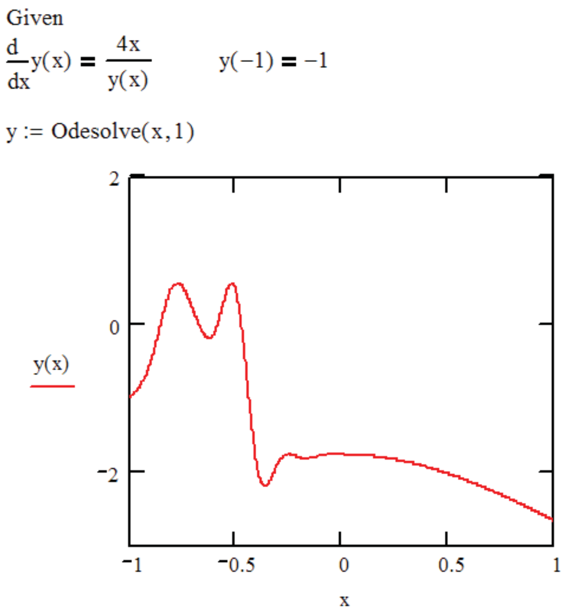


Рисунок 2

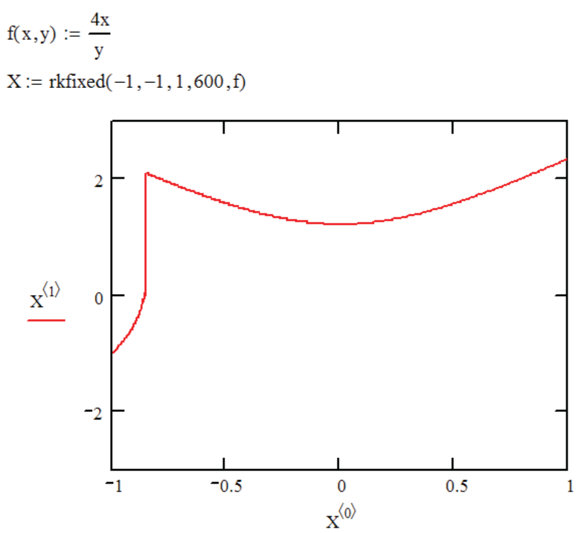


Рисунок 3

Невыполнение условия непрерывности частной производной $f'_y(x,y)$ также может приводить к некорректному использованию численных методов. На рисунке 4 приведена попытка численного решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = 5x\sqrt[5]{y}, \\ y(-1) = -1 \end{cases}$$

в математическом пакете MathCAD [10].

Представляется также весьма полезным продемонстрировать возможность корректного использования компьютерных математических пакетов в случае полного выполнения условий теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.

6. Приведение теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий и правой части ОДУ

Данную теорему целесообразно привести в виде некоторого видоизменения теоремы соответствующей теоремы, приведенной в [2, с. 64-65].

Теорема. Пусть функция $f(x,y)$ непрерывна и ограничена в области D $\left(D \ni M_0(x_0, y_0)\right)$, и через каждую внутреннюю точку этой области проходит единственная интегральная кривая ОДУ $y' = f(x,y)$.

Тогда решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = f(x,y), \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

непрерывно зависит от функции $f(x,y)$ и начального условия $y(x_0) = y_0$.

Данную теорему целесообразно привести без уточнения самого понятия «непрерывная зависимость». Достаточно указать, что «малые» изменения начального условия и правой части ОДУ влекут «малые» изменения решения задачи Коши.

7. Приведение современных естественнонаучных и технических приложений и/или исторических сведений из истории естествознания и техники, где отражаются практические реализации некоторых конкретных задач Коши для ОДУ первого порядка

В качестве примера весьма интересного практического применения задачи Коши и теоремы о существовании и единственности её решения можно привести обоснование невозможности причаливания корабля к пирсу с нулевой скоростью (или с нулевой скоростью посадки космической станции на Луну) [11].

Действительно, при причаливании скорость приближения к берегу $\frac{dx}{dt}$ является функцией оставшегося расстояния $f(x)$. Тогда имеет место задача Коши $\begin{cases} x' = f(x), \\ x(0) = 0, \end{cases}$ которая имеет очевидное нулевое решение. В силу теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши другое решение невозможно.

Таким образом, швартовка корабля всегда заканчивается ударом о пристань (ради чего её край и обвешивается использованными автопокрышками, даже в случае, когда заключительный этап причаливания выполняется вручную).

Управляемая мягкая посадка на Луну с нулевой конечной скоростью также противоречит теореме о существовании и единственности задачи Коши. На практике удар о лунный грунт демпфируется за счёт колебаний треноги спускаемого аппарата [11].

8. Приведение примеров, когда для изучения естественнонаучного процесса или работы технического устройства нет необходимости рассматривать задачу Коши.

Часто для исследования работы радиотехнических устройств (например, генераторов колебаний нужной формы [12]) вполне достаточно только одного ОДУ, а начальные условия не рассматриваются в силу двух причин:

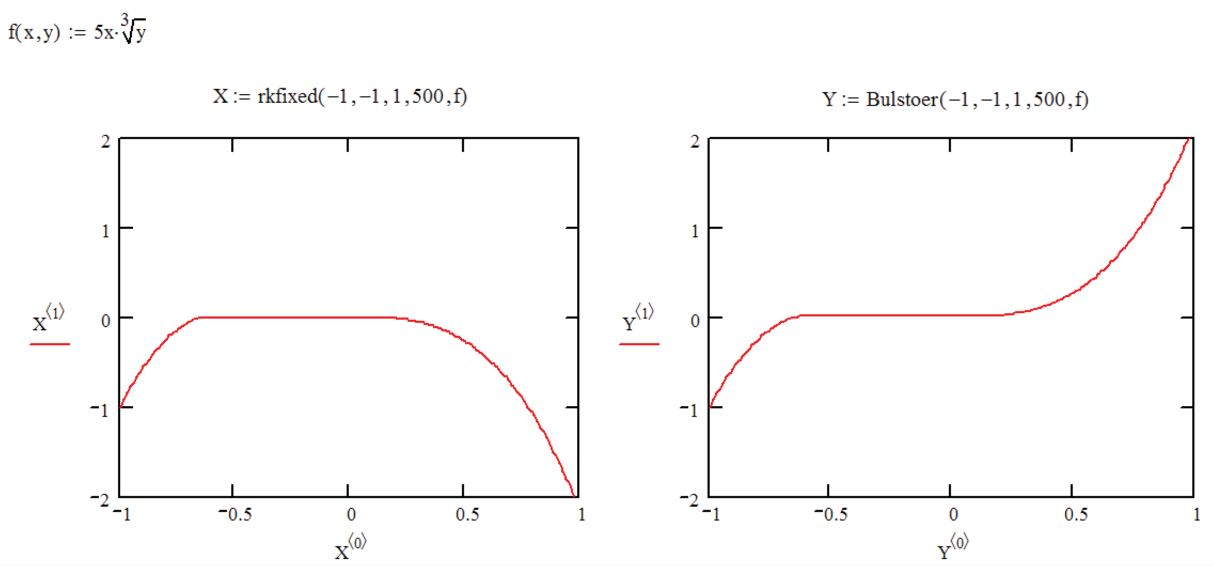


Рисунок 4

1) начальное состояние устройства невозможно предсказать;

2) заметное влияние начального состояния устройства на его работу (так называемый «переходный процесс») продолжается пренебрегаемо малое время.

Методическое обеспечение прикладного подхода при изучении темы «Задачи Коши для ОДУ первого порядка» дисциплины «Математика» («Математический анализ», «Дифференциальные уравнения»)

Учитывая отсутствие в данном учебном материале труднопонимаемых и громоздких выкладок тему «Задача Коши» целесообразно вынести на самостоятельное обучение. Для ее организации самостоятельной работы желательно использовать принципы, приведенные в [13], и специально разработанное методическое обеспечение.

Предлагается использование учебно-методического комплекса, состоящего из следующих учебно-методических документов.

1. Методические указания

Предполагается, что в данном издании будет применен предлагаемый подход к изложению темы «Задачи Коши для ОДУ первого порядка» и будет приведена подборка упражнений, содержащих задания по следующим подтемам:

1) получение в виде задачи Коши математической модели, описывающей некоторый естественнонаучный процесс или работу некоторого технического устройства;

2) проверка выполнимости условий теоремы о существовании и единственности решения для данных задач Коши;

3) проверка выполнимости условий теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий и правой части ОДУ;

4) обоснованное применение численных методов (в среде математических пакетов) для решения задач Коши, содержащих ОДУ, которые не интегрируются в квадратурах.

2. Интерактивные методические указания

Для повышения эффективности усвоения содержания методических указания в них могут быть размещены:

– статичные и динамические изображения (последние, например, для разъяснения зависимости решения задачи Коши от начальных условий и/или изменения правой части ОДУ);

– файлы мультимедиа, содержащие краткие объяснения наиболее важных моментов, видео технических приложений задачи Коши, исторические сведения о ней и т. д.;

– гиперссылки на более подробное изложение положений методических указаний;

– приложений на языках высокого уровня, генерирующих [14]–[16] простые репродуктивные задания в форме тестов и однотипные задачи для контроля (самоконтроля) начального изучения данного материала.

Выводы:

Таким образом, из всего вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1) при изучении темы «Задачи Коши для ОДУ первого порядка» уместно применение нового подхода, заключающегося в изучении данной темы на основе рассмотрения технических конкретизаций задачи Коши, в ходе которого естественным образом вводится понятие задачи Коши, вскрывается смысл её начального условия и обосновываются основные требования к рассматриваемой задаче и к ее решению;

2) целесообразно использование межпредметных связей с историей естествознания и техники для раскрытия важности практических приложений темы «Задача Коши для ОДУ первого порядка»;

3) изучение данной темы может быть отнесено на самостоятельную работу студентов при широком применении информационных технологий.

29.11.2024

---

**Список литературы:**

1. Мосягина, Н.Г. Организация образовательного процесса с учетом увеличения самостоятельной работы обучающихся / Н.Г. Мосягина, Л.В. Шильдяева // Успехи современного естествознания. – 2009. – №11. – С. 98.
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие для вузов / И.Г. Петровский. – М.: Физматлит, 2009. – 208 с. – (Классика и современность. Математика) – ISBN 978-5-9221-1144-7.
3. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения: учебник / Л.Э. Эльсгольц. – 7-е изд. – М.: ЛКИ, 2008. – 309 с. – (Классический учебник МГУ). – Библиогр.: с. 306. – Предм. указ.: с. 307-309. – ISBN 978-5-382-00638-3.

4. Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для гос. ун-тов / Л.С. Понтрягин. – 3-е изд., стер. – М.: Наука, 1970. – 332 с.: ил. – Предм. указ.: с. 329-331.
5. Виленкин, Н.Я. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие / Н.Я. Виленкин, М.А. Доброхотова, А.Н. Сафонов. – М.: Просвещение, 1984. – 176 с.
6. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. для вузов / М.В. Федорюк. – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2003. – 448 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – Библиогр.: с. 445-447. – ISBN 5-8114-0491-3.
7. Попов, В.С. Общая электротехника с основами электроники / В.С. Попов, С.А. Николаев. – М.: Энергия, 1972. – 504 с.
8. Писаревский, Б.М. Беседы о математике и математиках / Б.М. Писаревский, В.Т. Харин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 208 с. – ISBN 5-9221-0418-7.
9. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях / В.В. Амелькин. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1987. – 160 с.
10. Кирьянов, Д.В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. / Д.В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.: ил. + Видеокурс – ISBN 978-5-9775-0746-2.
11. Арнольд, В.И. Математическое понимание природы: очерки удивительных физических явлений и их понимания математиками (с рисунками автора) / В.И. Арнольд. – 3-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2011. – 144 с. – ISBN 978-5-94057-744-7.
12. Андреев, В.С. Теория нелинейных электрических цепей: учебное пособие для вузов / В.С. Андреев. – М.: Радио и связь, 1982. – 280 с., ил.
13. Герасименко, С.А. О некоторых аспектах организации самостоятельной работы по дисциплинам математического цикла студентов естественнонаучных направлений / Герасименко С.А., Павленко А.Н., Пихтилькова О.А. // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2017. – № 8 (208). – С. 3–8.
14. Кручинин, В.В. Использование деревьев И/ИЛИ для генерации вопросов и задач / В.В. Кручинин // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – №284. – С. 183 – 186.
15. Лаптев, В.В. Генерация вариантов заданий для лабораторных работ по программированию / В.В. Лаптев, В.В. Толасова // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 1. – С. 127-131.
16. Зорин, Ю.А. Использование алгоритмов комбинаторной генерации при построении генераторов тестовых заданий / Ю.А. Зорин // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2013. – №6. – С. 54–59.

**Refernces:**

1. Mosyagina N.G. and Shildyaeva L.V. (2009) Organization of the educational process, taking into account the increase in the independent work of students. *Successes of modern natural science,* №11, p. 98.
2. Petrovsky I.G. (2009) *Lectures on the theory of ordinary differential equations*: manual for universities. M.: Fizmatlit, 208 p. (Classics and modernity. Mathematics). ISBN 978-5-9221-1144-7.
3. Elsgoltz L.E. (2008) *Differential Equations*: Textbook. 7th ed. M.: LKI, 309 p. (Classic textbook of Moscow State University). Bibliography: p. 306. Prem. decree.: p. 307-309. ISBN 978-5-382-00638-3.
4. Pontryagin L.S. (1970) *Ordinary differential equations*: textbook for state universities. 3rd ed., Erased. M.: Nauka, 332 p.: Ill. Prem. decree.: p. 329-331.
5. Vilenkin N.Ya., Dobrokhotova M.A. and Safonov A.N. (1984) *Differential equations*: textbook. M.: Enlightenment, 176 p.
6. Fedoryuk M.V. (2003) *Ordinary differential equations*: textbook for universities. 3rd ed., Erased. St. Petersburg: Lan, 448 p. (Textbooks for universities. Special literature). Bibliography: p. 445-447. ISBN 5-8114-0491-3.
7. Popov V.S. and Nikolaev S.A. (1972) *General electrical engineering with the basics of electronics*. M.: Energy, 504 p.
8. Pisarevsky B.M. and Kharin V.T. (2004) *Conversations about mathematics and mathematicians*. M.: FIZMATLIT, 208 p. ISBN 5-9221-0418-7.
9. Amelkin V.V. (1987) *Differential equations in applications*. M.: Science. Main edition of physical and mathematical literature, 160 p.
10. Kiryanov D.V. (2012) *Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0*. St. Petersburg: BHV-Petersburg, 432 p.: Ill. + Video course. ISBN 978-5-9775-0746-2.
11. Arnold V.I. (2011) *Mathematical understanding of nature: essays on amazing physical phenomena and their understanding by mathematicians (with drawings by the author)*. 3rd ed., Stereotype. M.: ICNMO, 144 p. ISBN 978-5-94057-744-7.
12. Andreev V.S. (1982) *Theory of nonlinear electrical circuits*: textbook for universities. M.: Radio and communications, 280 p., Ill.
13. Gerasimenko S.A., A.N. Pavlenko and O.A. Pikhtilkova (2017) On some aspects of organizing independent work in the disciplines of the mathematical cycle of students of natural sciences. *Vestnik of Orenburg State University*, № 8 (208), pp. 3-8.
14. Kruchinin V.V. (2004) The use of trees and/or to generate questions and tasks. *Bulletin of Tomsk State University*, 2004, №284, pp. 183-186.
15. Laptev V.V. and Tolasova V.V. (2010) Generation of task options for laboratory programming. *Bulletin of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computing and Computer Science*, № 1, pp. 127-131.
16. Zorin Yu.A. (2013) The use of combinatorial generation algorithms in the construction of test task generators. *Distance and virtual learning*, №6, pp. 54-59.

**Сведения об авторах:**

**Герасименко Сергей Алексеевич,** декан факультета математики и информационных технологий Оренбургского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент
E-mail: fmit@mail.osu.ru; ORCID: 0000-0002-0694-3240
460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20507, контактный телефон: (3532) 37-25-30 (раб.)

**Павленко Алексей Николаевич,** доцент кафедры прикладной математики Оренбургского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент
E-mail: pavlenko-a-n@mail.ru; ORCID: 0000-0002-8610-6951
460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20616, контактный телефон: (3532) 37-25-36 (раб.)