

Герасименко С.А., Павленко А.Н.

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург, Россия

E-mail: fmit@mail.osu.ru, pavlenko-a-n@mail.ru

ОБ ИЗЛОЖЕНИИ РАЗДЕЛА «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ» НА ИНЖЕНЕРНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ БАКАЛАВРИАТОВ ПРИ ОЧНО-ЗАОЧНОЙ ФОРМЕ ОБУЧЕНИЯ

В настоящее время основные тенденции реформирования высшей школы закономерно приводят к значительному сокращению доли аудиторных занятий в учебном процессе, что крайне негативно сказывается на изучении дисциплин математического цикла в силу их абстрактности и часто громоздкости изложения материала. Таким образом, возникает необходимость в повышении эффективности контактной работы и в усилении роли самостоятельной работы студентов. Вышесказанное характерно и при изучении раздела «Аналитическая геометрия» на инженерных направлениях бакалавриатов особенно при очно-заочной форме обучения. В целях повышения эффективности изучения данного раздела предлагается новый прикладной подход к изучению аналитической геометрии на инженерных направлениях бакалавриатов при очно-заочной форме обучения, заключающийся в 1) рассмотрении основных задач аналитической геометрии на основе естественнонаучных и технических конкретизаций, вызывающих интерес обучающихся и актуальность которых не вызывает сомнений, 2) применение межпредметных связей со специальными дисциплинами, а также с историей естествознания и техники, 3) отнесение изучения значительной части раздела «Аналитическая геометрия» на самостоятельную работу. Для повышения эффективности использования рассматриваемого подхода целесообразно использовать соответствующее методическое обеспечение. В качестве последнего уместно применять учебные пособия, сборники задач и индивидуальных заданий, плакаты и 3d модели, интерактивные методические указания, интегрированные с приложениями, написанные на языках высокого уровня, генераторы типовых задач и т. д.

Ключевые слова: аналитическая геометрия, основные задачи аналитической геометрии, методика преподавания математики в высшей школе, интерактивные методические указания, межпредметные связи, история математики, естествознания и техники, самостоятельная работа.

Gerasimenko S.A., Pavlenko A.N.

Orenburg State University, Orenburg, Russia

E-mail: fmit@mail.osu.ru, pavlenko-a-n@mail.ru

ON THE PRESENTATION OF THE SECTION «ANALYTICAL GEOMETRY» IN ENGINEERING DIRECTIONS OF BACHELOR DEGREE COURSES IN FULL-TIME/CORRESPONDENCE FORMS OF STUDY

Currently, the main trends in higher education reform naturally lead to a significant reduction in the proportion of classroom lessons in the educational process, which has an extremely negative effect on the study of mathematical cycle disciplines due to their abstraction and often cumbersome presentation of the material. Thus, there is a need of increasing the effectiveness of contact work and strengthening the role of independent work of students. The above mentioned is also typical when studying the section «Analytical Geometry» in engineering bachelor courses, especially in full-time and correspondence studies. In order to increase the effectiveness of learning this section, a new applied approach to the study of analytical geometry in engineering bachelor courses in full-time and correspondence education is proposed, consisting in 1) consideration of the main tasks of analytical geometry based on natural science and technical specifications that arouse the interest of students and the relevance of which is beyond doubt, 2) the use of interdisciplinary connections with special disciplines, as well as with the history of natural science and technology, 3) moving the study of a significant part of the section «Analytical Geometry» to the independent work. To increase the effectiveness of the use of the considered approach, it is advisable to use relevant methodological support. As the latter, it is appropriate to use textbooks, collections of tasks and individual tasks, posters and 3d models, interactive guidelines integrated with applications written in high-level languages, generators of typical problems, etc.

Key words: analytical geometry, the main tasks of analytical geometry, methods of teaching mathematics in higher education, interactive guidelines, interdisciplinary connections, history of mathematics, natural sciences and technology, independent work.

**О целесообразности нового подхода
при изучении раздела
«Аналитическая геометрия»
дисциплины «Математика»
(«Высшая математика»)**

В настоящее время изучение дисциплины «Математика» («Высшая математика») при очно-заочном обучении вызывает и у преподава-

телей, и у обучающихся большие трудности, обусловленные следующими причинами:

– явно недостаточным количеством аудиторных часов, выделяемым для изучения как всей дисциплины «Математика», так и раздела «Аналитическая геометрия» [1];

– общепринятый подход к изложению данного раздела абстрактен, в нем явно недоста-

точно представлены технические приложения и факты из истории математики, естествознания и техники;

– как правило, приложения понятий и методов аналитической геометрии приводятся в конце изучения соответствующей темы, что приводит к восприятию излагаемого материала как к совокупности весьма искусственных и не очевидных конструкций;

– использование отлично зарекомендовавших себя учебников для технических специальностей [2]–[5] и др., которые, однако, были написаны в совершенно других условиях.

С целью преодоления вышеприведенных трудностей предлагается новый прикладной подход к изложению раздела «Аналитическая геометрия» на инженерных направлениях бакалавриатов при очно-заочной форме обучения. Последний заключается в изучении данного раздела высшей математики на основе рассмотрения технических конкретизаций основных задач аналитической геометрии, в ходе которого естественным образом вводятся основные понятия и методы.

Основные принципы и этапы прикладного подхода при изучении раздела «Аналитическая геометрия» дисциплины «Математика» («Высшая математика»)

Приведем основные принципы [6] изучения аналитической геометрии при применении прикладного подхода:

1) придание главенствующей роли объяснению двух основных задач аналитической геометрии по одной-двум конкретизациям;

2) максимальное использование межпредметных связей с естественнонаучными и техническими дисциплинами: целесообразно рассматривать конкретные задачи, имеющие естественнонаучный или технический смысл и отвечающие направлению бакалавриата;

3) использование межпредметных связей со специальными дисциплинами и историей естествознания и техники для раскрытия важности практических приложений результатов решения рассматриваемой задачи;

4) с целью раскрытия методов аналитической геометрии необходимо применение максимального числа разделов высшей математики

(дифференциального и интегрального исчислений, дифференциальных уравнений и т. д.);

5) разъяснение основных понятий (уравнение геометрической фигуры, кривая второго порядка и т. д.) и методов аналитической геометрии в ходе рассмотрения конкретизаций основных задач аналитической геометрии;

6) весь остальной теоретический материал раздела «Аналитическая геометрия» может быть отнесен на самостоятельную работу обучающихся;

7) организация самостоятельной работы при помощи специально подготовленного интерактивного методического обеспечения, полностью соответствующего прикладному подходу и рабочей программе дисциплины «Математика» («Высшая математика») данного направления.

Основные этапы [6] рассмотрения конкретизаций основных задач аналитической геометрии:

1) сформулирование требующей решения естественнонаучной или технической задачи;

2) выделение характеристического свойства геометрического объекта, отвечающего исходной естественнонаучной или технической задаче;

3) вывод уравнения геометрического объекта;

4) исследование уравнения геометрического объекта методами алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений и т. д.;

5) интерпретация проведенного исследования в терминах исходной естественнонаучной или технической задачи;

6) приведение современных естественнонаучных и технических приложений и/или исторических сведений из истории естествознания и техники, где отражается практическая реализация решения данной естественнонаучной или технической задачи.

При рассмотрении различных естественнонаучных и технических задач возможно изменение, добавление или удаление некоторых вышеприведенных этапов, а также последовательности их выполнения.

В качестве конкретизации применения основных этапов изучения двух основных задач аналитической геометрии приведем задачу об определении направления на источник звука, которая приводит к введению понятия гиперболы.

1. Формулирование требующей решения естественнонаучной или технической задачи.

Задача. Определить направление на произведенный орудием выстрел.

Известно:

1) имеются два микрофона, находящиеся на расстоянии друг от друга;

2) в первый из микрофонов звук выстрела пришел на $t=1$ мс позже, чем во второй;

3) скорость звука принять $v=340$ м/с.

2. Выделение характеристического свойства геометрического объекта, отвечающего исходной естественнонаучной или технической задаче.

Так как в один из микрофонов звук (скорость звука $v=340$ м/с) выстрела пришел на $t=1$ мс позже чем во второй, то тогда расстояние от орудия до первого микрофона будет на величину $2a=v \cdot t=0,34$ м больше чем расстояние от орудия до второго микрофона.

Отсюда следует, что орудие может находиться в любой точке кривой L , обладающей следующим характеристическим свойством: «Кривая L состоит из тех и только тех точек M плоскости, для которых верно равенство $|MF_1| - |MF_2| = 2a$ где F_1 и F_2 – две различные точки рассматриваемой плоскости».

В условиях данной задачи, F_1 и F_2 – это точки, в которых находятся первый и второй микрофоны соответственно, причём $|F_1F_2| = 2c = 1$ м

3. Вывод уравнения геометрического объекта.

Определение. Уравнением геометрической фигуры Φ , будем называть уравнение, которому удовлетворяют координаты всех точек фигуры Φ , и не удовлетворяют координаты всех точек, не принадлежащих фигуре Φ .

Пусть точки F_1 и F_2 имеют координаты соответственно $F_1(-c;0)$ и $F_2(c;0)$, а $M(x;y)$ – произвольная точка искомой кривой L (рисунок 1). Подразумевается, что наблюдатель, определяющий направление на выстрел орудия, находится в начале координат.

Тогда из равенства $|MF_1| - |MF_2| = 2a$, используя форму для расстояния между двумя точками на плоскости, получим уравнение искомой кривой

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Уединив первый корень и возведя полученный результат в квадрат, будем иметь

$$cx - a^2 = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Снова возведя уравнение в квадрат, получим

$$(c^2 - a^2)x^2 - a^2y^2 = a^2c^2 - a^4.$$

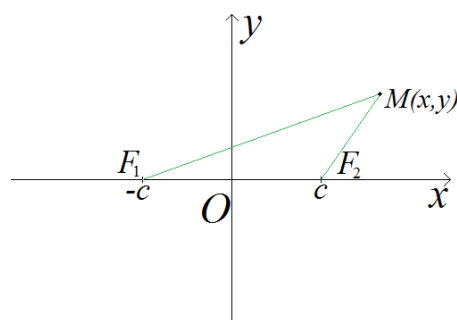


Рисунок 1

Так как $c > a$ то введем обозначение: $c^2 - a^2 = b^2$.

Тогда получим:

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2, \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Определение. Гиперболой называется кривая (рисунок 2), уравнение которой в декартовой системе координат Oxy имеет вид

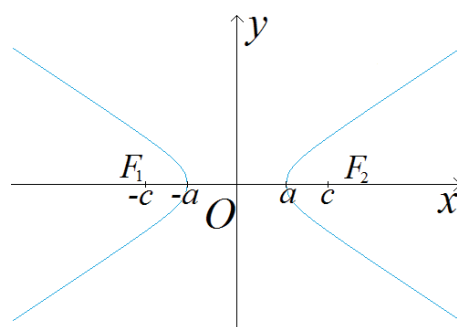


Рисунок 2

Следует отметить, что в ходе преобразований мы возводили уравнение в квадрат, поэтому орудие не обязательно может находиться во всех точках полученной кривой. Из геометрическо-

го смысла задачи, очевидно, что орудие может быть только в точках правой ветви гиперболы.

4. Исследование уравнения геометрического объекта методами алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений и т. д.

Проведем исследование уравнения гиперболы методами математического анализа.

Направление на орудие геометрически отвечает лучу с началом в начале координат. Отсюда следует, что для его нахождения требуется найти асимптоты гиперболы. Учитывая, геометрический смысл задачи, найдем асимптоту гиперболы при $y > 0$ и $x \rightarrow +\infty$

Выразим из уравнения гиперболы y через x для случая $y > 0$

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}.$$

Найдем асимптоту $y = kx + b_0$ при $x \rightarrow +\infty$

$$k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}}{x} = \frac{b}{a},$$

$$\begin{aligned} b_0 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (y(x) - kx) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2} - kx \right) = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, получили искомую асимптоту $y = \frac{b}{a}x$.

Отсюда направление на орудие задается

лучом $y = \frac{b}{a}x$ ($x \geq 0$).

Замечание. В случае неуверенного владения обучающимися теории пределов и/или недостаточного объема контактной работы, исследование уравнения гиперболы целесообразно проводить, явно не опираясь на понятие предела.

Действительно, так как асимптота – это прямая, с которой кривая «сливается» при удалении в бесконечность, то рассмотрим удаленные от начала координат фрагменты гиперболы.

Из соотношений $x \gg 1$ и $y \gg 1$ имеем

$\frac{x^2}{a^2} \gg 1$ и $\frac{y^2}{b^2} \gg 1$, и тогда, в сравнении с ними, можно пренебречь 1 в уравнении гиперболы:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \approx 0.$$

Тогда выразив y через x из уравнения

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0,$$

получим уравнения обеих асимптот гиперболы (рисунок 3) $y = \pm \frac{b}{a}x$.

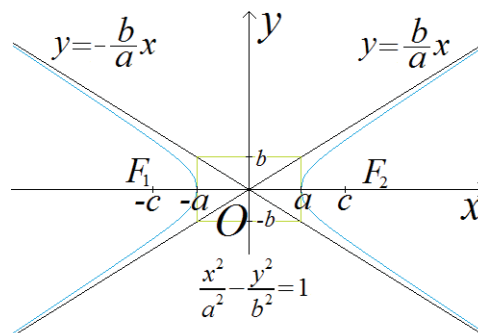


Рисунок 3

5. Интерпретация проведенного исследования в терминах исходной естественнонаучной или технической задачи.

В 4 пункте получено направление на выстрел орудия в виде луча

$$y = \frac{b}{a}x \quad (x \geq 0).$$

Направление зададим в виде азимута на цель, используя геометрический смысл углового коэффициента прямой. Тогда $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$.

6. Приведение современных естественнонаучных и технических приложений и/или исторических сведений из истории естествознания и техники, где отражается практическая реализация решения данной естественнонаучной или технической задачи.

Результаты, полученные в ходе рассмотрения данной конкретизации основных задач аналитической геометрии, применяются для определения расположения противника в ходе боевых действий. Используемые при этом, так называемые, звукометрические комплексы являются техническими средствами разведки,

обеспечивающими обнаружение и определение местоположения стреляющих орудий противника и корректирование огня своей артиллерии [7].

Методическое обеспечение прикладного подхода при изучении раздела «Аналитическая геометрия» дисциплины «Математика» («Высшая математика»)

Так как при новом прикладном подходе большая часть материала выносится на самостоятельное обучение, то при нём возрастает роль самостоятельной работы, а для ее организации целесообразно использовать принципы, приведенные в [8], и специально разработанное для него методическое обеспечение.

Предлагается использование учебно-методического комплекса, состоящего из следующих учебно-методических документов.

1. Учебное пособие / учебник / самоучитель / конспект лекций / методические указания

Предполагается, что в данном издании будет применен предлагаемый подход к изложению раздела «Аналитическая геометрия».

2. Задачник

Представляется целесообразным использование специально подготовленных задачников, выполненных в соответствии с принципами рассматриваемого прикладного подхода к изучению основ аналитической геометрии.

3. Интерактивные методические указания

Для повышения эффективности усвоения содержания методических указаний в них могут быть размещены:

– статичные и динамические изображения (последние, например, для разъяснения зависимости наклона прямой от ее углового коэф-

фициента, формы эллипса и гиперболы от эксцентриситета и т. д.);

– файлы мультимедиа, содержащие краткие объяснения наиболее важных моментов, видео технических приложений аналитической геометрии, исторические сведения о ней и т. д.;

– гиперссылки на более подробное изложение положений методических указаний;

– приложений на языках высокого уровня, генерирующих [9]–[12] простые репродуктивные задания в форме тестов и однотипные задачи для контроля (самоконтроля) начального изучения данного материала.

4. Плакаты и 3d модели

Представляется весьма полезным использование в учебном процессе традиционных плакатов (например: плакаты-таблицы [13] для кривых и поверхностей второго порядка), объемных моделей и стереоскопических чертежей [14], [15].

Выводы:

Таким образом, из всего вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1) при изучении раздела «Аналитическая геометрия» уместно применение нового подхода, заключающегося в изучении основных понятий и методов аналитической геометрии при рассмотрении прикладных конкретизаций ее основных задач;

2) целесообразно использование межпредметных связей с историей естествознания и техники для раскрытия важности практических приложений основных понятий и методов аналитической геометрии;

3) изучение большей части нового материала может быть отнесено на самостоятельную работу студентов при широком применении информационных технологий.

12.12.2023

Список литературы:

1. Мосягина, Н.Г. Организация образовательного процесса с учетом увеличения самостоятельной работы обучающихся / Н.Г. Мосягина, Л.В. Шильдяева // Успехи современного естествознания. – 2009. – №11. – С. 98.
2. Вся высшая математика: учеб. для вузов / М.Л. Краснов [и др.]. – М.: Эдиториал УРСС, 2000-2001. – ISBN 5-8360-0150-2. Т.1: Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Линейная алгебра. Дифференциальное исчисление, 2000. – 328 с. – ISBN 5-8360-0151-0.
3. Демидович, Б.П. Краткий курс высшей математики: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – М.: ООО «Издательство Астрель»; ООО «Издательство АСТ», 2001. – 656 с.: ил. – ISBN 5-17-004601-4.
4. Натансон, И.П. Краткий курс высшей математики: учеб. пособие для вузов / И.П. Натансон. – 9-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 736 с.: ил. – (Классическая учебная литература по математике). – ISBN 978-5-8114-0123-9.
5. Шипачев, В.С. Основы высшей математики: учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев; под ред. акад. А.Н. Тихонова. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 1994. – 479 с.: ил. – ISBN 5-06-003292-2.
6. Павленко, А.Н. Об изложении основ аналитической геометрии на технических направлениях бакалавриатов при очно-заочной форме обучения [Электронный ресурс] / А.Н. Павленко // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: материалы Всерос. науч.-метод. конф. (с междунар. участием) – Оренбург: ОГУ, 2024.

7. Сафронов, М.А. Основные направления развития звуковой разведки в интересах обеспечения боевых действий ракетных войск и артиллерии / М.А. Сафронов, В.В. Шульга, В.В. Камышев // Военная мысль. – 2020. – №11. – С. 59–65.
8. Герасименко, С.А. О некоторых аспектах организации самостоятельной работы по дисциплинам математического цикла студентов естественнонаучных направлений / С.А. Герасименко, А.Н. Павленко, О.А. Пихтилькова // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2017. – №8 (208). – С. 3–8.
9. Кручинин, В.В. Использование деревьев И/ИЛИ для генерации вопросов и задач / В.В. Кручинин // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – №284. – С. 183–186.
10. Посов, И.А. Обзор генераторов и методов генерации учебных заданий / И.А. Посов // Образовательные технологии и общество. – 2014. – Том 17. – №4. – С. 593–609.
11. Зорин, Ю.А. Инструментальные системы построения и получения многовариантных тестовых заданий / Ю.А. Зорин, И.А. Посов // Компьютерные инструменты в образовании. – 2014. – №1. – С. 14–25.
12. Швецов, А.Н. Опыт применения метода автоматической генерации тестовых заданий / А.Н. Швецов, А.П. Сергушичева // Образовательные технологии и общество. – 2017. – Том 20. – №4. – С. 318–333.
13. Универсальный справочник: высшая математика, физика, теоретическая механика, сопротивление материалов / А.Д. Полянин [и др.]. – М.: АСТ: Астрель: Профиздат, 2005. 480 с.: ил. – прил.: с. 407–462. – предм. указ.: с. 463–480. ISBN 5-17-031871-5. ISBN 5-271012186-0. ISBN 5-88283-279-9.
14. Марек, В.П. Возможности использования технологий стереоскопических 3D-визуализаций в компьютерных моделях для сопровождения преподавания курсов физики / В.П. Марек, С.В. Микушев, А.Г. Смирнов, А.С. Чирцов // Компьютерные инструменты в образовании. – 2011. – №2. – С. 39–56.
15. Павленко, А.Н. Применение математического пакета MathCAD для быстрого получения стереоскопических изображений различных трехмерных поверхностей / А.Н. Павленко // Математика. Информационные технологии. Образование. Сборник научных трудов. – Оренбург: ОГУ, 2008. – С. 328–330.

References:

1. Mosyagina N.G., Shilyaeva L.V. (2009) Organization of the educational process taking into account the increase in the independent work of students. *Successes of modern natural science*, No.11, p. 98.
2. M.L. Krasnov [et al.] (2000–2001) *All higher mathematics: studies. for universities*. M.: Editorial URSS, ISBN 5-8360-0150-2. Vol.1: Analytical geometry. Vector algebra. Linear algebra. Differential Calculus, 328 p. ISBN 5-8360-0151-0.
3. Demidovich B.P., Kudryavtsev V.A. (2001) *A short course in higher mathematics: studies. handbook for universities*. M.: LLC «Astrel Publishing House»; LLC «AST Publishing House», 656 p.: ill. ISBN 5-17-004601-4.
4. Natanson I.P. (2007) *A short course in higher mathematics: studies. handbook for universities*. 9th ed., ster. St. Petersburg: Lan, 736 p.: ill. (Classical educational literature on mathematics). ISBN 978-5-8114-0123-9.
5. Shipachev V.S. (1994) *Fundamentals of Higher Mathematics: studies. study guide for higher education institutions*. Ed. Academician A.N. Tikhonov. 2nd ed., ster. M.: Higher School, 479 p.: ill. ISBN 5-06-003292-2.
6. Pavlenko A.N. (2024) On the presentation of the basis of analytical geometry in the technical areas of bachelor training in full-time and correspondence education. *The University complex as a regional center of education, science and culture: materials of the All-Russian Scientific method. conf. (with the international participation)*. Orenburg: OSU.
7. Safronov M.A., Shulga V.V., Kamyshev V.V. (2020) The main directions of the development of sound intelligence in the interests of ensuring combat operations of missile troops and artillery. *Military thought*, №11, pp. 59-65.
8. Gerasimenko S.A., Pavlenko A.N., Pichtilkova O.A. (2017) On some aspects of the organization of independent work in the disciplines of the mathematical cycle of students of natural sciences directions. *Vestnik of the Orenburg State University*, №8 (208), pp. 3-8.
9. Kruchinin V.V. (2004) Using trees AND/OR to generate questions and tasks. *Bulletin of Tomsk State University*, No. 284, pp. 183-186.
10. Posov I.A. (2014) Review of generators and methods of generating educational tasks. *Educational technologies and society*, Volume 17, No. 4, pp. 593-609.
11. Zorin Yu.A., Posov I.A. (2014) Instrumental systems for constructing and obtaining multivariate test tasks. *Computer tools in education*, No. 1, pp. 14-25.
12. Shvetsov A.N., Sergushicheva A.P. (2017) The experience of using the method of automatic generation of test tasks. *Educational technologies and society*, Volume 20, No. 4, pp. 318-333.
13. A.D. Polyaniin [et al.] (2005) *Universal reference book: higher mathematics, physics, theoretical mechanics, strength of materials*. M.: AST: Astrel: Profizdat, 480 p.: ill. ISBN 5-17-031871-5. ISBN 5-271012186-0. ISBN 5-88283-279-9.
14. Marek V.P., Mikushev S.V., Smirnov A.G., Chirtsov A.S. (2011) Possibilities of using stereoscopic 3D visualization technologies in computer models to accompany teaching physics courses. *Computer tools in education*, No. 2, pp. 39-56.
15. Pavlenko A.N. (2008) Application of the MathCAD mathematical package for fast obtaining stereoscopic images of various three-dimensional surfaces. *Mathematics. Information technology. Education. Collection of scientific works*. Orenburg: OSU, pp. 328-330.

Сведения об авторах:

Герасименко Сергей Алексеевич, декан факультета математики и информационных технологий
Оренбургского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

E-mail: fmit@mail.osu.ru

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20507, телефон: 8(3532)37-25-30

ORCID: 0000-0002-0694-3240

Павленко Алексей Николаевич, доцент кафедры прикладной математики
Оренбургского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

E-mail: pavlenko-a-n@mail.ru;

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20616, телефон: 8(3532)37-25-36

ORCID: 0000-0002-8610-6951