

Гамова Н.А., Гирина А.Н., Спиридонова Е.В.

Оренбургский государственный университет, г. Оренбург, Россия

E-mail: gamovana@yandex.ru

ПЕРИОДИЗАЦИЯ А.Н. КОЛМОГОРОВА КАК ОСНОВА ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ

Периодизация развития математической науки предложена А.Н. Колмогоровым. Он выделяет четыре периода развития математики. В основу периодизации включает оценку содержания, уровень достижений и особенностей математических исследований: ее важнейших методов, результатов, идей. Особое внимание уделяется развитию теории вероятностей, структурированной в соответствии с периодами Колмогорова. Предпосылки формирования теории вероятностей начали появляться еще во времена второго тысячелетия до нашей эры – первый период. В период накопления знаний (до 600 г. до н.э.) начала развиваться концепция «случайного» – главного понятия в рассматриваемой науке. До третьего периода понятие неизменно связывалось с философской категорией «судьба», то есть неким предопределенным процессом, что противоречит современным представлениям о случайности. Свое неофициальное название Теория вероятностей получила именно из периода элементарной математики (до XV-XVI вв.) – второй период. Следующий период назван Колмогоровым «Математика переменных величин» (XVII-XVIII вв.). С начала периода современной математики (с XIX в.) на первый план в теории вероятностей выходят случайные величины и связанные с ними закономерности. Обусловлено это общим научным ростом в XIX веке. Решаются главные проблемы, образовавшиеся к концу третьего периода: четко определены все основные понятия, правила их применения, теоремы. К началу XX века – четвертый период – возникла необходимость формализовать полученные знания. Андрей Николаевич построил систему на основе современных и уже развитых к тому моменту теории множеств и теории меры. Периодизация развития математической науки, предложенная А. Н. Колмогоровым, со стремительным прогрессом математических знаний и появлением информационных технологий в дальнейшем может потребовать корректировки последнего этапа развития истории математики или приведет к возникновению нового этапа периодизации.

Ключевые слова: теория вероятностей, периодизация, теория множеств, теория мер, случайность, вероятность.

Gamova N.A., Girina A.N., Spiridonova E.V.

Orenburg State University, Orenburg, Russia

E-mail: gamovana@yandex.ru

THE PERIODIZATION OF A.N. KOLMOGOROV AS THE BASIS OF IDEAS ABOUT THE HISTORY OF THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL SCIENCE

The periodization of the development of mathematical science was proposed by A.N. Kolmogorov. He identifies four periods in the development of mathematics. The basis of periodization includes assessment of the content, level of achievements and features of mathematical research: its most important methods, results, ideas. Particular attention is paid to the development of probability theory structured according to Kolmogorov periods. The prerequisites for the formation of probability theory began to appear during the second millennium BC – the first period. During the period of accumulation of knowledge (before 600 BC), the concept of «chance» – the main concept in the science in question – began to develop. Until the third period, the concept was invariably associated with the philosophical category «fate,» that is, a certain predetermined process, which contradicts modern ideas about chance. Probability Theory received its unofficial name precisely from the period of elementary mathematics (before the 15th-16th centuries) – the second period. The next period was called by Kolmogorov «Mathematics of Variables» (XVII-XVIII centuries). Since the beginning of the period of modern mathematics (since the 19th century), random variables and the patterns associated with them have come to the fore in probability theory. This is due to the general scientific growth in the 19th century. The main problems that arose by the end of the third period are being solved: all the basic concepts, rules for their application, and theorems are clearly defined. By the beginning of the 20th century – the fourth period – there was a need to formalize the acquired knowledge. Andrei Nikolaevich built a system based on modern and already developed by that time set theory and measure theory. The periodization of the development of mathematical science, proposed by A.N. Kolmogorov, with the rapid progress of mathematical knowledge and the emergence of information technologies in the future may require adjustments to the last stage of development of the history of mathematics or will lead to the emergence of a new stage of periodization.

Key words: probability theory, periodization, set theory, measure theory, randomness, probability.

Вопрос об использовании элементов истории в систематизации и изложении имеющегося материала при обучении математике не новый. Изучение опыта развития математических знаний для студентов содействует тому, чтобы познание следовало путям происхождения знания, отражало в той или иной степени общий исторический путь, следуя которому, человечество добывало математические знания. Направленное обучения математике в школе или вузе, должно указать путь развития науки, указать приемы и методы исполнения этой программы.

Для того чтобы выработать более или менее целостное представление у студентов о математической науке как единого целого раздела науки, ее роли и месте в жизни человечества, необходимо иметь сведения о пути ее формирования, знать историю развития основных математических идей в их последовательном развитии во времени, ознакомление с биографиями классиков математической науки.

В результате освоения математической дисциплины студент должен овладеть базовыми знаниями из научной области, включающими понимание основных фактов, концепций, научных теорий. Цели изучения математической дисциплины должны включать в себя систему овладения знаниями, дающей представление об объекте и предмете, периодах их развития; интереса к математике и ее истории и др. Использование исторического компонента в преподавании математики направлено на формирование следующих результатов обучения: 1) формирование научного мировоззрения и способности применять естественнонаучные знания; 2) развитие познавательного интереса к изучению естественнонаучных и математических дисциплин в исследовании современного мира; 3) повышению общей культуры на примере жизни и творчества великих математиков.

Цель нашего исследования – показать закономерности развития математики, провести анализ этапов ее развития, отличающихся друг от друга рядом характерных особенностей, содержанием, уровнем достижений. В историко-математической литературе существуют разные варианты периодизации исторического пути развития математики. Из всех возможных вариантов ее деления на части, наиболее подходящим и не менее символичным будет пери-

одизация математики, предложенная академиком Андреем Николаевичем Колмогоровым [1].

Периодизация А.Н. Колмогорова приводится в Большой советской энциклопедии, в статье «Математика». Соответствующий том в первом издании вышел в свет в 1938 г., в следующих изданиях статья «Математика» была значительно расширена и дополнена. Прежде чем говорить о колмогоровской периодизации истории математики, стоит сказать несколько слов о самом академике Колмогорове. А.Н. Колмогоров (1903–1987 г.г.), один из крупнейших советских математиков, родился 25 апреля 1903 г. в Тамбове. Детство провел в Ярославской губернии, в имении своего деда Туношне. Образование – гимназическое, а затем и университетское, получил в Москве. С 1920 года, с момента поступления в Московский университет, вся его последующая жизнь была связана с этим учебным заведением. Человек самых разносторонних интересов, он и в научных исследованиях имел разнообразные пристрастия, поэтому внес фундаментальный вклад в различные области математики и ее приложений. Среди всех его трудов число историко-математических работ не столь велико, но они чрезвычайно содержательны.

Следует отметить, что А.Н. Колмогоров был вдохновенным популяризатором математики и написал немало книг о своей любимой науке, рассчитанных на людей, выбирающих профессию математика. Много сил он отдавал преподаванию математики, организации математического образования в нашей стране. А.Н. Колмогоров – основатель знаменитой физико-математической школы при механико-математическом факультете Московского государственного университета.

Андрей Николаевич Колмогоров представил развитие математики, в частности теории вероятностей, не только как единое целое науки, но также как составной части истории человеческого общества. Мы в статье приоткроем дверь в «лабораторию гения», проанализируем пути, которые привели его к открытиям в науке теории вероятностей, чтобы понять, насколько достижение А.Н. Колмогорова было важно для всего мира математики, уделив особое внимание переходу: до и после «Основных понятий».

Теория вероятностей, или, как ее еще называют, «наука на игральном костях», изучающая

случайные события, в настоящее время является одним из крупнейших разделов математики, построенным по всем ее правилам. Но так было не всегда. Свой современный вид эта наука приняла 90 лет назад, с выходом монографии «Основные понятия теории вероятностей» под авторством уже знаменитого к тому времени советского ученого Андрея Николаевича Колмогорова, одного из крупнейших математиков XX века [8].

Но что именно он смог сделать? Почему имя этого ученого можно встретить в любой книге, посвященной теории вероятностей? Предпосылки формирования теории вероятностей начали появляться еще во времена второго тысячелетия до нашей эры (первый период), в Период накопления знаний (до 600 г. до н.э.). Начала развиваться концепция «случайного» – главного понятия в рассматриваемой науке. Но, стоит отметить, что вплоть до третьего периода, оно неизменно связывалось с философской категорией «судьба», то есть неким предопределенным процессом, что противоречит современным представлениям о случайности [12].

Свое неофициальное название Теория вероятностей, скорее всего, получила именно из второго периода – Периода элементарной математики (до XV–XVI вв.). Популярным развлечением у многих народов в развитых цивилизациях были азартные игры. Уже тогда игроки могли заметить некоторые закономерности в результатах игр и, опираясь на логику или интуицию (на самом деле, являвшуюся лишь умозаключением на основе богатого опыта) предположить, когда стоит ожидать победы или проигрыша. Математики тоже не обошли стороной эту сферу жизни. Они создавали математические модели тех или иных игровых ситуаций и проводили их анализ, решали частные задачи, ответ на которые мог «предсказать» реальный исход. Простым примером может послужить самая древняя и самая популярная азартная игра – кости. Таким исследованием занимался французский священник Решар де Фурниваль в XIII в.: он смог верно просчитать все возможные способы получения разных сумм при броске трех костей. Количество этих способов для каждой из них было эквивалентно понятию «вероятность». Исследователи до него, в частности, епископ Виболд (X в.), допускали ошибки в расчетах,

предполагая, например, что комбинации 1 1 2, 1 2 1 и 2 1 1 (где каждая позиция обозначает конкретную игральную кость) представляют собой лишь одно событие, а не три. Задачи такого типа стали главным результатом еще не сформировавшейся науки, а также помогли развить комбинаторику, послужившую основой многих методов в теории вероятностей [16], [17].

Следующий период назван Колмогоровым «Математика переменных величин» (XVII–XVIII вв.). Отправной точкой в процессе формирования теории вероятностей как науки можно считать письмо француза Шевалье-де-Мере, любителя азартных игр, отправленное к его знакомому, заслуженному математику своего времени, Блезу Паскалю, в котором первый утверждал, что теория вероятностей нигде не найдет своего применения. В ходе дискуссии, в том числе личной, де-Мере задал Паскалю две теоретические задачи: про броски костей и про раздел ставки между игроками, не сумевшими достичь нужного для победы количества очков. Для помощи в их решении Математик обратился к своему коллеге, не менее великому Пьеру Ферма. Их переписка с решениями задач стала источником многих новых на то время идей, в том числе понятие «математическое ожидание» и зачатки «теоремы о сложении и умножении вероятностей» (в данном случае использовано более современное ее название, так как само понятие «вероятность» еще не было введено в науку) [6]. Перепиской заинтересовался голландец Х. Гюйгенс, в 1656 г. опубликовавший свое сочинение по данной теме, в котором подмечает, что несмотря на кажущуюся «несерьезность» беседы Паскаля и Ферма, в ней закладываются основы новой, «очень интересной теории» [7].

Его предположение достаточно скоро обрело реальный смысл в работе «Искусство предположений» Якоба Бернулли. Именно опубликование этой книги считается началом научной теории вероятностей, уже никак не связанной с разными философскими рассуждениями. В первой ее части прокомментировано и дополнено сочинение Гюйгенса, там же установлена формула, позже получившая название «формула Бернулли». Четвертая часть содержит основы новой науки, в том числе понятие «вероятности случайного события» и некоторые дока-

занные теоремы. Центром всего текста стал закон больших чисел в форме Бернулли (один из ключевых во всей теории вероятностей), идея для которого, вероятно, подмечена из азартных игр. Бернулли первым высказал идею о том, что существуют некие общие закономерности в результатах случайных событий [9], [10].

Период создания математики переменных величин вместил в себя тысячи работ сотен ученых, продолжателей дела Бернулли, в том числе Муавра, Байеса, Лапласа, Пуассона и других. Итогами в теории вероятностей к концу XVIII века стало: сформулировано правило сложения и умножения вероятностей и правило нормального распределения, введены понятия о несовместимости случайных событий и их независимости, предельные теоремы. Получила развитие теория ошибок, а также разработаны методы, основанные на математическом анализе [11]. Но к этому моменту оставалась актуальной главная проблема – нечеткость, размытость формулировок основных понятий и теорем, из-за чего теория вероятностей признавалась отраслью математики лишь небольшим кругом лиц. Ситуацию ухудшало и отсутствие практического ее применения, более серьезного, чем анализ того, какая карта с большей вероятностью выпадет любителю азартных игр [4], [13].

С начала Периода современной математики (с XIX в.) на первый план в теории вероятностей выходят случайные величины и связанные с ними закономерности. Обусловлено это общим научным ростом в XIX веке. Понятие вероятности начинает находить свое применение во многих науках, в первую очередь в физике и биологии. Благодаря этому, Теорией начинает заниматься все большее количество ученых, среди которых Лежандром, Гаусс, Коши, Чебышев, Ляпунов, труды которых дали мощный толчок этой науке. Они решили главные проблемы, образовавшиеся к концу третьего периода: четко определили все основные понятия, правила их применения, теоремы и тому подобное. Но на смену им пришла новая проблема [3].

Как уже упоминалось, вероятность стала играть большую роль во многих научных сферах. К началу XX века расчет случайных событий применялся в естествознании, технике, экономике, организации производства, но полноценному использованию мешало отсутствие

конкретной, единой системы. Возникла необходимость formalизовать полученные знания, определить их на базе общих идей. Самым популярным методом для решения этой проблемы была аксиоматизация.

Попытками создать систему теории вероятностей таким образом занимались десятки именитых математиков: Бернштейн, Ломницкий, Борель, Мизеса и другие. Но успешно это сделать удалось лишь советскому ученому Андрею Николаевичу Колмогорову.

Свою уникальную систему Андрей Николаевич построил на основе современных и уже развитых к тому моменту теории множеств и теории меры. Основные свои идеи он изложил в труде «Основные понятия теории вероятностей», вышедшем в 1933 г. Авторы предисловия к третьему изданию, изданному в 1998 г., называют эту монографию «Кульминацией всей концепции вероятностей». Действительно, несмотря на свой объем (около 120-140 страниц, 62 в первом немецком издании), труд получился невероятно емким, а представленные идеи, несмотря на всю «математизацию» очень гибкими, простыми и понятными [6].

Сам труд содержит 6 глав, в каждой из которых раскрывается та или иная сторона теории вероятностей. Вкратце о каждой из них:

- в первой главе вводится система из четырех непротиворечивых аксиом, на основании которых и строится вся система Колмогорова, выведены основные следствия из них, все основные понятия и теоремы теории вероятностей «переведены» на язык теорий множеств и меры, а также объяснена концепция применения этой модели на практике;

- вторая глава полностью посвящена полям вероятностей, опять же, с точки зрения множеств;

- следующая глава определяет положение случайных величин в новой системе и правила взаимодействия с ними;

- четвертая и пятая главы содержат информацию о математических ожиданиях, которые в аксиоматической модели Колмогорова используют одновременно и математический анализ, и теорию множеств;

- последняя глава раскрывает понятие «независимости», а также раскрывает суть закона больших чисел в множествах [5].

Стоит отметить, что Андрей Николаевич Колмогоров не только смог сформулировать всю суть теории вероятностей с опорой на теорию меры, но и внес в нее много своих идей. Из них некоторые уже были опубликованы ученым ранее: выявление и доказательство необходимых и достаточных условий справедливости закона больших чисел, чего не могли сделать еще со времен Бернулли; множество законов о случайных величинах, их расчетах, анализе математических рядов. Впервые были опубликованы идеи о бесконечномерных распределениях, ставших позже безупречной логической основой теории случайных функций и последовательностей случайных величин [14].

После публикации столь «весомого» труда уже никто не сомневался в том, что теория вероятностей – полноценная наука, входящая в структуру математики, и распространяющая свое действие за пределы своей «науки-прародительницы». Применение вероятностей в других науках стало, по сути, безграничным, так как теории меры и множеств имеют такой расчетный потенциал, который может быть ограничен лишь вычислительными способностями. При этом введенная Колмогоровым система имеет достаточно полный набор методов, подходящий для решения задач на любую тематику: от инженерных и астрономических расчетов до генетических исследований.

Исходя из вышеизложенного, можно сформулировать самые сильные стороны «колмогоровской аксиоматики»: универсальность, гибкость, понятность, простота; наличие большого количества теорем и методов, в том числе из классической теории вероятностей, теории мер и теории множеств; возможность дальнейшего усовершенствования вместе с развитием других математических дисциплин и другие.

Все это стало причинами того, что современная теория вероятностей до сих пор представлена именно в том «стиле», который был

изложен в 1933 году Колмогоровым. Принятая аксиоматика используется в качестве базовой и основной не только в учебниках ведущих ВУЗов, но и в научных работах, публикуемых в изданиях ВАК, Scopus, Web of Science и других крупных баз. Из этого также следует и подтверждение «кульминации» – Колмогоров создал настолько идеальную систему, что основное развитие теории вероятностей закончилось, а открытия происходили лишь в смежных дисциплинах (статистика, теория ошибок и так далее) и науках, где используются ее инструменты.

Вывод: до Андрея Николаевича Колмогорова теория вероятностей развивалась очень долго и разносторонне, накопила достаточно большую теоретическую базу, но отсутствие единой системы, в первую очередь, широко применимой на практике, не позволяло ей полностью перейти из «анализа азартных игр» в полноценную отрасль математики. Автор «Основных понятий» не только убрал закрепившейся за теорией вероятностей «несерьезный» статус, но и создал базу для ее внедрения во все сферы науки, сформировал законченный вид этой науки. Это и есть одно из главных достижений Колмогорова, и именно поэтому главы об истории в трудах по теории вероятностей часто кончаются этим великим именем.

Несомненно, уже пришло время уточнять периодизацию в этой последней ее части. Совершенно ясно, что математика XXI века будет весьма существенно отличаться от математики века XX-го, когда новые информационные технологии еще не имели такого высокого развития, какое получили буквально за последние десятилетия. Однако следует понимать, что ни общество, ни отдельный человек не могут перескочить через какой-то этап своего развития, овладеть современной наукой, не изучив ее основ, сложившихся на более ранних исторических этапах.

21.08.2023

Список литературы:

1. Верещагин, Н.К., Колмогоровская сложность и алгоритмическая случайность / В.А.Успенский, А.Х.Шень.– МЦНМО, 2013. – 23с.
2. Магомедов, К. М. Случайность – это характеристика объективных процессов или феномен человеческой экзистенции? / К. М. Магомедов // Гуманитарные, социально-экономические и общественные науки. –2014. – №1. – с. 52-54.
3. Левашкин, С.П. Колмогоров и современная информатика // Математическое образование. – 2020. – №96. – С.42-54.
4. Кудрявцева, Е. В теории вероятностей он совершал крупные открытия каждые два года. –«Коммерсантъ Наука».-№7,2023.-8с.
5. Резников, В.М. Анализ условий применения теории вероятностей по Колмогорову/В.М.Резников //Научный журнал КубГАУ. – 2014 –№1. –14 с.

6. Sanz W. Kolmogorov and the General Theory of Problems // Festschrift for Peter Heister-Schroeder. 2021.
7. W.E., Han J., Jentzen A. Deep learning-based numerical methods for highdimensional parabolic partial differential equations and backward stochastic differential equations // Comm. Math. Stats. – 2017. – №5(4).
8. Gefan, G.D. Теория вероятностей и математическая статистика / Г.Д. Gefan // Омский научный Вестник. – №1–2014. – 4 с.
9. M. Li, P. Vit'anyi. An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications, 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 2008.
10. Родин, А.В. Исчисление задач А.Н. Колмогорова и гомотопическая теория типов. / А.В. Родин // Вестник Пермского университета. – 2022. – 7 с.
11. Печенкин, А.А. Два понятия вероятности в науке XX века. / А.А. Печенкин // Вестник Московского университета. – №4 – 2018. – 5 с.
12. Давлетгареева, А.Р. Вклад А.Н. Колмогорова в развитие теории вероятностей / А.Р. Давлетгареева // NovaInfo, 2016. – №48 – с. 11–13.
13. Shafer G., Vovk V. The Sources of Kolmogorov's Grundbegriffe // Statistical Science.-2006.– Vol. 21, №1.–P. 70–98.
14. Manin Y.I., Marcolli M. Kolmogorov complexity and the asymptotic bound for error-correcting codes. URL: <http://arxiv.org/abs/1203.0653>– 2014. – 3 P.
15. Reznikov, V. M. Why did Kolmogorov use a dependent requirement to probabilities? – 2014. – 6 p.
16. Kolmogorov Complexity and Applications – Dagstuhl Seminar - Marcus Hutter1, Wolfgang Merkle, and Paul M. B. Vitanyi -2008.
17. Open Questions in Kolmogorov Complexity and Computational Complexity Eric Allender (Rutgers Univ. – Piscataway, USA) – 2006.

References:

1. Vereshchagin, N.K. and Shen, A.X. (2013) *Kolmogorov complexity and algorithmic randomness*. ICNMO, 23 p.
2. Magomedov, K.M. (2014) Randomness is a characteristic of objective processes or a phenomenon of human existence? *Humanities, socio-economic and social sciences*, No. 1, pp. 52-54.
3. Levashkin, S.P. (2020) Kolmogorov and modern computer science. *Mathematical education*, No. 96, pp.42-54.
4. Kudryavtseva, E. (2023) In probability theory, he made major discoveries every two years. *Kommersant Nauka*, No.7, 8 p.
5. Reznikov, V.M. (2014) Analysis of conditions for the application of Kolmogorov probability theory. *Scientific journal of KubGAU*, No. 1, 14 p.
6. Sanz, W. (2021) Kolmogorov and the General Theory of Problems. *Festschrift for Peter Heister-Schroeder*.
7. W.E., Han J. and Jentzen A. (2017) Deep learning-based numerical methods for highdimensional parabolic partial differential equations and backward stochastic differential equations. *Comm. Math. Stats.*, №5(4).
8. Gefan, G.D. (2014) Probability theory and mathematical statistics. *Omsk Scientific Bulletin*, No. 1-2014, 4 p.
9. M. Li, and Vit'anyi, P. (2008) *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications*, 3rd ed. New York: Springer-Verlag.
10. Rodin, A.V. (2022) Kolmogorov's calculus of problems and homotopy theory of types. *Bulletin of Perm University*, 7 p.
11. Pechenkin, A.A. (2018) Two concepts of probability in the science of the twentieth century. *Bulletin of the Moscow University*, No. 4, 5 p.
12. Davletgarieva, A.R. (2016) Kolmogorov's contribution to the development of probability theory. *NovaInfo*, No. 48, pp. 11-13.
13. Shafer, G. and Vovk, V. (2006) The Sources of Kolmogorov's Grundbegriffe. *Statistical Science*, Vol. 21, №1, pp. 70–98.
14. Manin, Y.I. and Marcolli, M. (2014) *Kolmogorov complexity and the asymptotic bound for error-correcting codes*. URL: <http://arxiv.org/abs/1203.0653>. 3 P.
15. Reznikov, V.M. (2014) *Why did Kolmogorov use a dependent requirement to probabilities?* 6 p.
16. Marcus Hutter1, Wolfgang Merkle, and Paul M. B. Vitanyi (2008) *Kolmogorov Complexity and Applications – Dagstuhl Seminar*.
17. Eric Allender (2006) *Open Questions in Kolmogorov Complexity and Computational Complexity* (Rutgers Univ. – Piscataway, USA).

Сведения об авторах:

Гамова Нина Андреевна, доцент кафедры прикладной математики
Оренбургского государственного университета, кандидат педагогических наук
E-mail gamovna@yandex.ru

Гирин Анна Николаевна, старший преподаватель кафедры экономической теории,
региональной и отраслевой экономики Оренбургского государственного университета,
кандидат экономических наук
E-mail: girina-anna@ya.ru

Спиридонова Екатерина Владимировна, доцент кафедры прикладной математики
Оренбургского государственного университета, кандидат физико-математических наук