DOI: 10.25198/1814-6457-237-36
УДК 372.851

Герасименко С.А., Павленко А.Н.
Оренбургский государственный университет, г. Оренбург, Россия
E-mail: fmit@mail.osu.ru, pavlenko-a-n@mail.ru

ОБ УНИФИКАЦИИ ИЗЛОЖЕНИЯ КРАТНЫХ, КРИВОЛИНЕЙНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ НА ИНЖЕНЕРНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ БАКАЛАВРИАТОВ

В настоящее время основные тенденции реформирования высшей школы закономерно приводят к значительному сокращению доли аудиторных занятий в учебном процессе, что крайне негативно сказывается на изучение дисциплин математического цикла в силу их абстрактности и часто громоздкости изложения материала. Таким образом, возникает необходимость в повышении эффективности контактной работы и к усилению роли самостоятельной работы студентов. Вышесказанное особенно проявляется при изучении темы «Интегральное исчисление для функций нескольких переменных» на инженерных направлениях бакалавриатов.

Одним из факторов, способствующих повышению эффективности контактной и самостоятельной работы является унификация изложения учебного материала, относящегося к данной теме.

Предлагается новый подход к изучению кратных, криволинейных и поверхностных интегралов на инженерных направлениях бакалавриатов, заключающийся в унифицированном параллельном рассмотрении данных интегралов при использовании: 1) предварительного повторения темы «Определенный интеграл» и на ее основе изучение нового материала, 2) межпредметных связей, 3) информационных технологий.

Для повышения эффективности использования рассматриваемого подхода целесообразно использовать соответствующее методическое обеспечение. В качестве последнего уместно применять учебные пособия, сборники задач и индивидуальных заданий, плакаты и 3d модели, интерактивные методические указания, интегрированные с приложениями, написанные на языках высокого уровня, генераторы типовых задач и т. д.

Ключевые слова: кратные интегралы, криволинейные интегралы, поверхностные интегралы, методика преподавания математики в высшей школе, интерактивные методические указания, межпредметные связи, контактная работа, самостоятельная работа.

Gerasimenko S.A., Pavlenko A.N.
Orenburg State University, Orenburg, Russia
E-mail: fmit@mail.osu.ru, pavlenko-a-n@mail.ru

ON UNIFICATION OF MULTIPLE, CURVILINEAR AND SURFACE INTEGRALS PRESENTATION IN ENGINEERING DIRECTIONS OF UNDERGRADUATE STUDIES

In modern world, the up-to-date trends in reforming of higher education lead to a significant reduction of classroom activities in the educational process, which extremely negatively affects the study of disciplines of the mathematical cycle due to their abstractness and often complexity of material presentation. Thus, there is a necessity to increase the efficiency of contact work and to widen the role of unsupervised work of students. This problem is especially evident in the study of the topic «Integral calculus for functions of several variables» in the engineering directions of undergraduate studies.

One of the factors that contribute to increasing the efficiency of contact and unsupervised work is the unification of the educational material presentation related to this topic.

In this article, we suggest a new approach to the study of multiple, curvilinear and surface integrals in the engineering directions of undergraduate studies, which include a unified parallel consideration of these integrals when using: 1) a preliminary revision of the topic «Defined integral» and the study of new material on this basis, 2) interdisciplinary connections, 3) information technologies.

It is advisable to use appropriate methodical support to improve the effectiveness of this approach. As the latter, it is appropriate to use tutorials, problem books and individual tasks, posters and 3d models, interactive guidelines integrated with applications, written in high-level languages, generators of typical tasks, etc.

Key words: multiple integrals, curvilinear integrals, surface integrals, methods of mathematics teaching in higher education, interactive methodical support, interdisciplinary connections, contact work, unsupervised work.

О целесообразности унифицированного параллельного изучения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов

В настоящее время изучение кратных, криволинейных и поверхностных интегралов вызывает и у преподавателей, и у обучающихся большие трудности, обусловленные следующими причинами:

– небольшим количеством аудиторных часов, выделяемым для изучения данного материала [1];

– последовательным изложением интегралов данных типов [2], а при таком подходе имеющиеся закономерности замечаются студентами далеко не сразу;

– как правило геометрический (физический) смысл и приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов дается в конце изучения соответствующего интеграла, что приводит к восприятию определений и свойств интегралов как к весьма искусственным и неочевидным понятиям и утверждениям, а рассмотрение в начале изучения интеграла задач, приводящих к его применению [3], решает данную проблему лишь отчасти;

– использование отлично зарекомендовавших себя задачников [4]–[7] и др., которые, однако, были написаны в совершенно других условиях.

С целью преодоления вышеприведенных трудностей предлагается новый подход к изложению кратных, криволинейных и поверхностных интегралов на инженерных направлениях бакалавриатов. Последний заключается в унифицированном одновременном изучении интегралов данных типов при параллельном повторении определенного интеграла.

Основные принципы и этапы унифицированного параллельного изучения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов

Приведем основные принципы [2] изучения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов в соответствии с новым подходом их изучения.

1. Параллельное повторение соответствующего материала для определенного интеграла

Так как уже изученный определенный интеграл аналогично вводится и применяется, а также имеет аналогичные свойства, то его повторение имеет не только самостоятельную ценность (он применяется для вычисления всех типов рассматриваемых интегралов), но оно позволяет облегчить рассмотрение нового материала, выявив структуру нового материала и построив его изучение по аналогии с известным материалом.

2. Унифицированное параллельное рассмотрение всех типов интегралов

Очевидно, что однотипное [2], [8], [9] параллельное изложение материала, относящееся ко всем изучаемым типам интегралов, позволит быстрее выявить имеющиеся закономерности и аналогии.

3. Предварительное абстрактное изложение материала с последующим приведением конкретизаций для каждого из типов изучаемых интегралов

После повторения некоторого положения, относящегося к определенному интегралу, предполагается его абстрактное обобщение на более широкий класс задач с последующими конкретизациями для каждого из типов интегралов. Их следует проводить с вовлечением обучающихся для повышения эффективности изучения нового материала. Примеры использования данного принципа представлены в предлагаемых ниже основных этапах рассмотрения интегралов указанных типов.

4. Применение межпредметных связей на протяжении всего изучения интегралов

Использование геометрического (физического) смысла интегралов не только показывает широту приложений данного материала, но и делает естественным введение соответствующих понятий, а также приводит к восприятию свойств интегралов студентами, как очевидных утверждений.

5. Отнесение материала, относящегося к одному-двум типам интегралов на практическое занятие при его рассмотрении в виде задач

С целью сохранения однотипности изложения учебного материала на лекционных занятиях предлагается темы, относящиеся не ко всем интегралам, рассматривать на практических занятиях.

В качестве примера можно привести тему «Двойной интеграл в полярной системе координат». Получение соответствующей формулы вполне может быть проведено студентами в ходе решения соответствующей задачи, а рассмотрение формулы замены переменных в двойном интеграле в общем случае вообще представляется нецелесообразным, учитывая ее нечастое применение при решении практических инженерных задач.

Кроме того, при нехватке объемов контактной работы на самостоятельное обучение могут быть вынесены некоторые типы интегралов, например, криволинейные и поверхностные интегралы первого рода.

6. Использование задачников, адаптированных к предлагаемому подходу изучения интегралов

При изучении интегрального исчисления для функций нескольких переменных целесообразно использование задачников, в которых основная трудоемкость решения задач перенесена с нахождения определенных интегралов на сведение данной задачи к кратному, криволинейному или к поверхностному интегралу и его последующему сведению к одному или нескольким определенным интегралам. При этом предполагается, что получаемые при решении подинтегральные функции были легко интегрируемыми.

Ниже приведем ***основные этапы изучения*** кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Данные этапы следует проводить после повторения соответствующих положений из темы «Определенный интеграл» с последующими их обобщениями и конкретизациями.

1. Приведение задачи, не требующей для своего решения применения интегралов

Предположим, что некоторая величина A произвольной природы может быть найдена по формуле

$$A = k\mu(\Phi) \qquad (1)$$

где k – некоторая константа, $\mu(\Phi)$ – мера (длина, площадь или объем) некоторой геометрической фигуры Φ (области на плоскости (в пространстве), неориентированной и ориентированной кривой (поверхности)).

В качестве примера можно привести, например, формулу для вычисления массы тела T с объемом $V(T)$ и постоянной плотностью:

$$m = \rho V(T) \qquad (2)$$

2. Приведение более сложной задачи, для решения которой применяется данный интеграл

Рассмотрим теперь более сложную задачу, когда вместо константы k используется непрерывная функция $f(M)$, где M – точка фигуры Φ.

В примере, приведенном в пункте 1 вместо тела с постоянной плотностью ρ будет рассматриваться тело с переменной плотностью $\rho(M)$.

Очевидно, что в данном случае формула (2) неприменима.

3. Разбиение геометрической фигуры на части, для каждой из которых можно приближенно применить решение простой задачи

Разобьём теперь фигуру Φ на настолько малые фрагменты φ_i ($i = 1, 2, \ldots, n$), в пределах которых непрерывную функцию $\rho(M)$ в условиях данной задачи, можно считать практически постоянной. Тогда для приближенного вычисления величины ΔA_i, то есть величины A, отвечающей фрагменту φ_i, можно применить формулу (2). Тогда получим

$$\Delta A_i \approx f(M_i)\mu(\varphi_i),$$

где M_i – произвольная точка фрагмента φ_i.

4. Нахождение примерного значения искомой величины

Просуммировав величины ΔA_i, получим приближенное значение величины A, относящееся ко всей фигуре Φ:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i \approx \sum_{i=1}^{n} f(M_i)\mu(\varphi_i). \qquad (3)$$

Приведем конкретизацию полученной формулы для задачи о нахождении массы тела T:

$$m \approx \sum_{i=1}^{n} \rho(M_i)\Delta V_i,$$

где V_i – объем i-го фрагмента тела T.

5. Введение величины, характеризующей максимальный размер частей, на которые разбита геометрическая фигура

Ведем величину λ, характеризующую максимальный размер фрагментов разбиения. Для кривых величина λ будет равна максимальной длине фрагментов кривых, а для фрагментов областей и поверхностей, величина λ будет равна их максимальному диаметру.

6. Нахождение при помощи предела точного значения искомой величины

Так как функция *f(M)* предполагается непрерывной на Ф, то при уменьшении величины λ точность приближенного равенства (3) будет расти и в пределе при $\lambda \to 0$ получим точное значение для величины A:

$$A=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(M_i)\mu(\varphi_i) \qquad (4)$$

Для задачи о массе тела будем иметь

$$m=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^{n} \rho(M_i)\Delta V_i.$$

7. Приведение определения интеграла

Конкретизации формулы (4) без требования непрерывности функции *f(M)* будем принимать за определения вводимых кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

В качестве примера приведем конкретизацию для тройного интеграла:

$$\iiint\limits_{(T)} f(x,y,z)dxdydz = \lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^{n} \rho(M_i)\Delta V_i.$$

При рассмотрении данных определений целесообразно ещё раз отметить, что процесс введения понятий рассматриваемых интегралов совершенно аналогичен введению понятия определенного интеграла.

8. Приведение и систематизация свойств интеграла

Для повышения эффективности изучения свойств кратных, криволинейных и поверхностных интегралов предполагается целесообразным их стандартизированные параллельное изучение при разбивании всех свойств на три группы:

– универсальные свойства, то есть свойства, выполняющиеся как для неориентированных (области, неориентированные кривые и поверхности), так и для ориентированных (ориентированные кривые и поверхности) фигур;

– свойства, выполняющиеся только для неориентированных фигур;

– свойства, выполняющиеся только для ориентированных фигур.

При рассмотрении свойств интегралов предлагается взятие за основу свойства определенного интеграла. Последние состоят из свойств всех указанных типов, так как в зависимости от наличия требования выполнения неравенства $a < b$ для пределов интегрирования, отрезок интегрирования может трактоваться и как ориентированный отрезок, и как неориентированной отрезок. После повторения очередного свойства определенного интеграла студентам предлагается привести соответствующие аналоги для рассматриваемых типов интегралов.

При обосновании свойств представляется целесообразным использование как строгих доказательств, так и иллюстраций свойств при помощи геометрического (физического) смысла рассматриваемого типа интеграла.

9. Вычисление интеграла через ранее введенный интеграл

Получение соответствующих формул для вычисления интегралов предполагается выполнить на практических занятиях в виде решения соответствующих задач. В целях их упрощения возможно применение геометрического (физического) смысла интеграла и рассмотрение частных случаев.

10. Общая схема применения интеграла для решения практических задач

Величины различной природы при помощи кратных, криволинейных и поверхностных интегралов могут быть найдены [9] аналогично общей схемы применения определенного интеграла [10], [11]. Приведем ее для случая тройного интеграла. Общие схемы применения интегралов других типов совершенно аналогичны [9].

Пусть требуется найти некоторую величину А, отвечающую следующим требованиям.

1. Величина A соответствует некоторой пространственной области *(T)*.

2. Величина A является аддитивной, то есть величина A, отвечающая всей области *(T)* равняется сумме величин, отвечающим всем частям области *(T)*.

3. Для малого фрагмента *(t)* области (*T*) величину A можно найти, используя приближенную формулу

$$\Delta A \approx f(\bar{x},\bar{y},\bar{z})\Delta V.$$

Здесь:

1) функция *f(x,y,z)* непрерывна на области *(T)*;

2) ΔV – объем фрагмента (t);

3) $M(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$ – произвольная точка фрагмента *(t)*.

Тогда

$$A = \iiint\limits_{(T)} f(x,y,z)dxdydz.$$

11. Обзор приложений данного интеграла

Обзор приложений кратных, криволинейных и поверхностных интегралов целесообразно сделать на лекционном занятии в табличном виде [2] (рисунок 1). Некоторые приложения (с выводом) могут быть рассмотрены на лекции в качестве примера, а часть оставшихся приложений могут быть рассмотрены на практических занятиях в виде задач.

Методическое обеспечение унифицированного параллельного изучения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов

При использовании рассматриваемого подхода представляется уместным применение специально разработанного учебно-методического комплекса, состоящего из следующих учебно-методических документов.

1. Учебное пособие / учебник / самоучитель / конспект лекций / методические указания

Предполагается, что в данном издании будет применен предлагаемый подход к изуче-

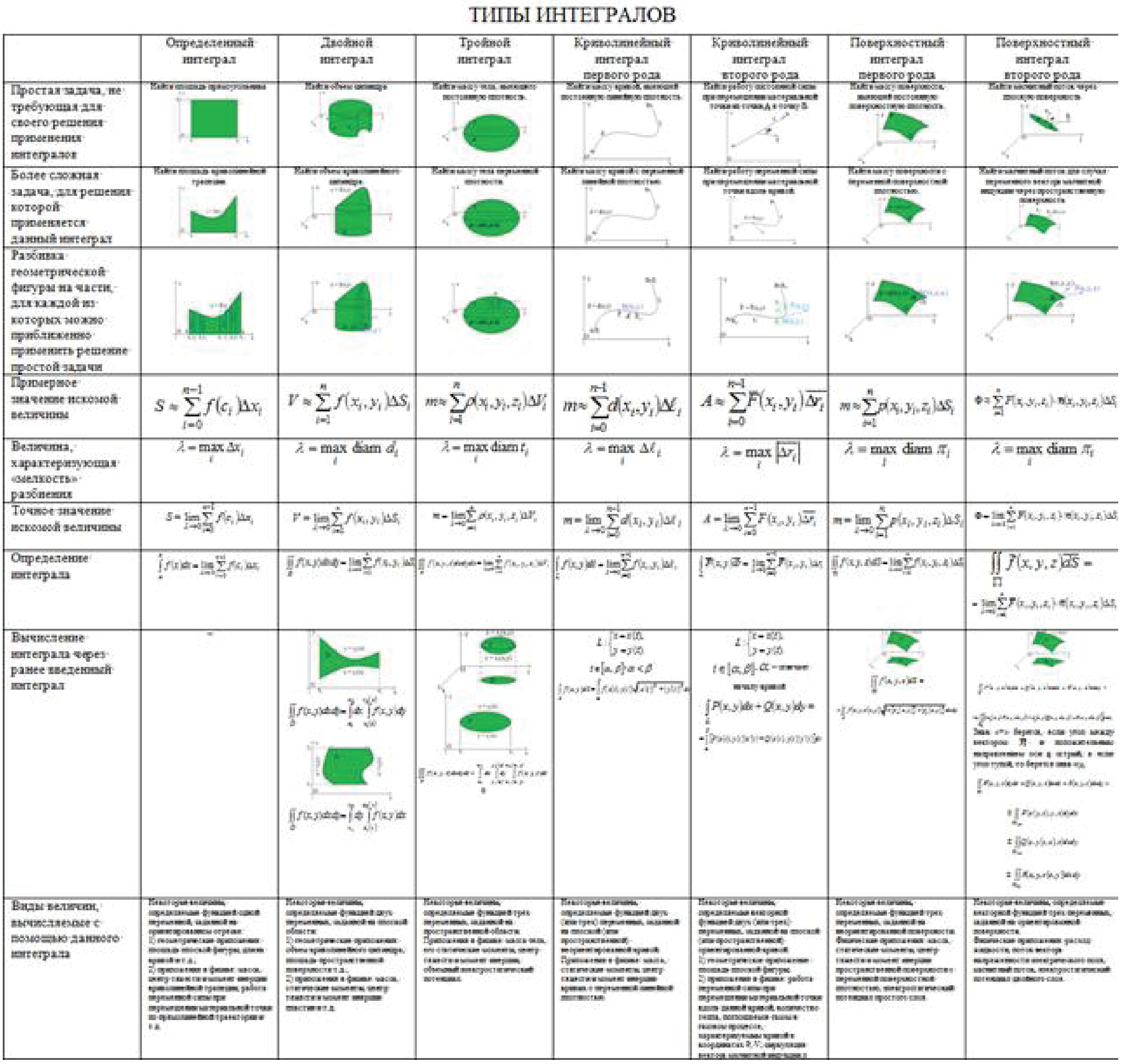

Рисунок 1 – Пример плаката

нию рассматриваемого материала. В качестве примера можно привести учебное пособие [9], имеющее соответствующую структуру.

2. Задачник

Представляется целесообразным использование специально подготовленных задачников, выполненных в соответствии с принципом 6 рассматриваемого подхода к изучению кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

3. Интерактивные методические указания

Для повышения эффективности усвоения содержания методических указания в них могут быть размещены:

– материалы для повторения определенного интеграла, структура которых должна отвечать предлагаемому подходу;

– статичные и динамические изображения (последние для отображения процесса построения чертежей);

– файлы мультимедиа, содержащие краткие объяснения наиболее важных моментов, видео технических приложений интегралов изучаемых типов и исторических сведений об них и т. д.;

– гиперссылки на более подробное изложение положений методических указаний;

– приложений на языках высокого уровня, генерирующих [12]–[14] простые репродуктивные задания в форме тестов и однотипные задачи для контроля (самоконтроля) начального изучения данного материала.

4. Плакаты и 3d модели

Представляется весьма полезным использование в учебном процессе и традиционных плакатов (пример [2] плаката приведен на рисунке 1), объемных разборных моделей и стереоскопических чертежей [15], [16].

Таким образом, из всего вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1) при рассмотрении кратных, криволинейных и поверхностных интегралов уместно применение нового подхода, заключающегося в их унифицированном параллельном изучении;

2) целесообразно предварительное повторение основных положений темы «Определенный интеграл» и на этой основе разбор нового материала;

3) геометрические (физические) приложения интегралов должны рассматриваться в течении всего процесса их изучения;

4) изучение части нового материала может быть отнесено на самостоятельную работу студентов при широком применении информационных технологий.

07.12.2022

Список литературы:

1. Мосягина Н.Г., Шильдяева Л.В. Организация образовательного процесса с учетом увеличения самостоятельной работы обучающихся// Успехи современного естествознания. 2009. № 11. С. 98.
2. Павленко, А.Н. Об изучении кратных, криволинейных и поверхностных интегралов на инженерных направлениях бакалавриата [Электронный ресурс] / А.Н. Павленко // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: материалы Всерос. науч.-метод. конф. (с междунар. участием - Оренбург: ОГУ,2022. - С. 1370-1374.
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Физматлит, Т. 1. – 2007. – 680 с.: ил. Алф. указ.: с. 671-679. – ISBN 978-5-9221-0436-4, Т2 – 2006. – 864 с. ISBN 978-5-9221-0466-1, Т3 – 2008. – 728 с. ISBN 5-9221-0737-2.
4. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. - М.: АСТ: Астрель, 2005. - 560 с.: ил. - ISBN 5-17-010062-0. - ISBN 5-271-03601-4.
5. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие / Г.Н. Берман.- 22-е изд., перераб. - СПб.: Профессия, 2002. - 432 с - ISBN 5-93913-009-7.
6. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие / Г.И. Запорожец. - 8-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2014. - 464 с.: ил. - ISBN 978-5-8114-0912-9.
7. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля / А.П. Рябушко (и др.); под общ. ред. А. П. Рябушко. 5-е изд., испр. Минск: Выш. шк., 2009. 367 с.: ил. ISBN 978-985-06-1677-7.
8. Павленко, А.Н. Типы интегралов: методические указания для подготовки опорных конспектов для преподавателей, работающих со студентами по программам высшего образования / А.Н. Павленко, О.А. Пихтилькова. - Оренбург: ОГУ. - 2016. - 28 с.
9. Павленко, А.Н. Элементы интегрального исчисления для функций нескольких переменных: учебное пособие / А.Н. Павленко. Оренбург: ОГУ, 2022. - ISBN 978-5-7410-2760-8. - 139 с.
10. Натансон, И.П. Краткий курс высшей математики: учеб. пособие для вузов / И.П. Натансон. - 9-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2007. - 736 с.: ил. - ISBN 978-5-8114-0123-9.
11. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа: учеб. для вузов / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. - 11-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2005. - 736 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 736. - ISBN 5-8114-0499-9.
12. Посов, И.А. Обзор генераторов и методов генерации учебных заданий / И.А. Посов // Образовательные технологии и общество. – 2014. Том 17. № 4. – С. 593-609.
13. Зорин, Ю.А. Инструментальные системы построения и получения многовариантных тестовых заданий / Ю.А. Зорин, И.А. Посов // Компьютерные инструменты в образовании. – 2014. № 1. – С. 14-25.

14. Швецов, А.Н. Опыт применения метода автоматической генерации тестовых заданий / А.Н. Швецов, А.П. Сергушичева // Образовательные технологии и общество. – 2017. Том 20. № 4. – С. 318-333.
15. Марек, В.П. Возможности использования технологий стереоскопических 3D-визуализаций в компьютерных моделях для сопровождения преподавания курсов физики / В.П. Марек, С.В. Микушев, А.Г. Смирнов, А.С. Чирцов // Компьютерные инструменты в образовании. – 2011. № 2. – С. 39-56.
16. Павленко, А.Н. Применение математического пакета MathCAD для быстрого получения стереоскопических изображений различных трехмерных поверхностей / А.Н. Павленко // Математика. Информационные технологии. Образование. Сборник научных трудов. – Оренбург: ОГУ, 2008. – С. 328-330.

References:

1. Mosyagina, N.G. and Shildyaeva, L.V. (2009) Organization of the educational process taking into account the increase in the independent work of students. *Successes of modern natural science [Uspekhi sovremennogo estestvoznaniya]*, № 11, p. 98.
2. Pavlenko, A.N. (2022) On the study of multiple, curvilinear and surface integrals in the engineering directions of the bachelor's degree. *University complex as a regional center of education, science and culture: materials All-Russian. scientific-method. conf. (with international participation) [Universitetskij kompleks kak regional'nyj centr obrazovaniya, nauki i kul'tury: materialy Vseros. nauch.-metod. konf. (s mezhdunar. uchastiem]*. Orenburg: OGU, pp. 1370-1374.
3. Fichtenholtz, G.M. (2007) *Course of Differential and Integral Calculus [Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischisleniya]*. M.: Fizmatlit, vol. 1, 680 p. ISBN 978-5-9221-0436-4; Vol. 2 (2006), 864 p. ISBN 978-5-9221-0466-1; Vol. 3 (2008), 728 p. ISBN 5-9221-0737-2.
4. Demidovich, B.P. (2005) *Collection of problems and exercises in mathematical analysis: a textbook for universities [Sbornik zadach i uprazhnenij po matematicheskomu analizu: ucheb. posobie dlya vuzov]*. M.: AST: Astrel, 560 p. ISBN 5-17-010062-0. ISBN 5-271-03601-4.
5. Berman, G.N. (2002) *Collection of problems in the course of mathematical analysis: textbook [Sbornik zadach po kursu matematicheskogo analiza: ucheb. posobie]*. 22nd ed., Rev. St. Petersburg: Profession, 432 p. ISBN 5-93913-009-7.
6. Zaporozhets, G.I. (2014) *Guide to solving problems in mathematical analysis: textbook [Rukovodstvo k resheniyu zadach po matematicheskomu analizu: uchebnoe posobie]*. 8th ed., erased. St. Petersburg: Lan, 464 p. ISBN 978-5-8114-0912-9.
7. Ryabushko, A.P. et al. (2009) *Individual tasks in higher mathematics: tutorials. manual. 4Vol. Part 3. Rows. Multiple and curvilinear integrals. Elements of field theory [Individual'nye zadaniya po vysshej matematike: ucheb. posobie. V 4 ch. CH. 3. Ryady. Kratnye i krivolinejnye integraly. Elementy teorii polya]*. 5th ed., Ispr. Minsk: Tikhanovskaya. sh., 367 p. ISBN 978-985-06-1677-7.
8. Pavlenko, A.N. and Pikhtilkova, O.A. (2016) *Types of Integrals: methodological guidelines for the preparation of reference notes for teachers working with students in higher education programs [Tipy integralov: metodicheskie ukazaniya dlya podgotovki opornyh konspektov dlya prepodavatelej, rabotayushchih so studentami po programmam vysshego obrazovaniya]*. Orenburg: OSU, 28 p.
9. Pavlenko, A.N. (2022) *Elements of integral calculus for functions of several variables: manual [Elementy integral'nogo ischisleniya dlya funkcij neskol'kih peremennyh: uchebnoe posobie]*. Orenburg: OSU, 139 p. ISBN 978-5-7410-2760-8.
10. Nathanson, I.P. (2007) *Short course in higher mathematics: a textbook for universities [Kratkij kurs vysshej matematiki: ucheb. posobie dlya vuzov]*. 9th ed., erased. St. Petersburg: Lan, 736 p. ISBN 978-5-8114-0123-9.
11. Bermant, A.F. and Aramanovich, I.G. (2005) *Short course of mathematical analysis: textbooks for universities [Kratkij kurs matematicheskogo analiza: ucheb. dlya vuzov]*. 11th ed., erased. St. Petersburg: Lan, 736 p. (Textbooks for universities. Special literature). ISBN 5-8114-0499-9.
12. Posov, I.A. (2014) Review of generators and methods for generating training tasks. *Educational technologies and society [Obrazovatel'nye tekhnologii i obshchestvo]*, Volume 17, №4, pp. 593-609.
13. Zorin, Yu.A. and Posov, I.A. (2014) Instrumental systems for building and obtaining multivariable test tasks. *Computer tools in education [Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii]*, №1, pp. 14-25.
14. Shvetsov, A.N. and Sergushicheva, A.P. (2017) Experience in using the method of automatic generation of test tasks. *Educational technologies and society [Obrazovatel'nye tekhnologii i obshchestvo]*, Volume 20, №4, pp. 318-333.
15. Marek, V.P., Mikushev, S.V., Smirnov, A.G. and Chirtsov, A.S. (2011) Possibilities of using stereoscopic 3D visualization technologies in computer models to support the teaching of physics courses. *Computer tools in education [Komp'yutepnye instpumenty v obpazovanii]*, №2, pp. 39-56.
16. Pavlenko, A.N. (2008) Application of MathCAD mathematical package for quick obtaining of stereoscopic images of various three-dimensional surfaces. *Mathematics. Information technology. Education. Collection of scientific works [Matematika. Informacionnye tekhnologii. Obrazovanie. Sbornik nauchnyh trudov]*. Orenburg: OSU, 2008. - P. 328-330.

Сведения об авторах:

Герасименко Сергей Алексеевич, декан факультета математики и информационных технологий Оренбургского государственного университета,
кандидат физико-математических наук (01.01.04 – геометрия и топология), доцент;
E-mail: fmit@mail.osu.ru
ORCID: 0000-0002-0694-3240

Павленко Алексей Николаевич, доцент кафедры прикладной математики Оренбургского государственного университета,
кандидат физико-математических наук (01.01.02 дифференциальные уравнения), доцент
E-mail: pavlenko-a-n@mail.ru
ORCID: 0000-0002-8610-6951

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20507, телефон (3532)37-25-30 (раб.)