

ПОВЕДЕНИЕ КВАЗИ-БРИЗЕРНОЙ МОДЫ В КРИСТАЛЛЕ Pt_3Al ПРИ НАЛИЧИИ ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ

В настоящее время локализованные колебания атомов или отдельных групп атомов интенсивно исследуются в идеальных бездефектных кристаллах, что затрудняет использование полученных результатов при изучении реальных кристаллов с дефектами.

Поэтому в настоящей работе методом молекулярной динамики изучено влияние точечных дефектов на поведение квази-бризерной моды в кристалле стехиометрии A_3B , на примере Pt_3Al . В качестве точечных дефектов выступали бивакансии, тривакансии Pt в кристалле Pt_3Al , а также межузельные атомы Al, помещенные в тетраэдрические пустоты. Рассматриваемая модель представляла собой объемный кристалл стехиометрии A_3B , атомы которого взаимодействовали посредством парного потенциала Морзе. Установлено, что точечные дефекты в сплаве Pt_3Al оказывают существенное влияние на квази-бризерные моды в случае близкого к ним расположения. Воздействие проявляется в разрушении высокоамплитудных локализованных колебаний с последующим рассеиванием энергии по кристаллу. Однако стоит отметить, что в процессе деградации колебаний большой амплитуды, рассеивание преимущественно происходит в подрешетку Al, где энергия остается локализованной за счет наличия запрещенной зоны в фоновом спектре кристалла Pt_3Al в течение продолжительного времени. Установлено наличие области повышенной устойчивости квази-бризерной моды вблизи бивакансии и тривакансии Pt. В случае рассмотрения точечного дефекта в виде межузельного атома Al, внедренного в тетраэдрическую пустоту, такой области не наблюдалось.

Полученные результаты следует учитывать при изучении влияния точечных на свойства реальных кристаллов стехиометрии A_3B .

Ключевые слова: молекулярная динамика, квази-бризерная мода, точечный дефект, дискретный бризер, нелинейная динамика.

Концепция локализации колебательной энергии, возникающей благодаря ангармонизму в нелинейных моделях решеток различных размерностей, за три десятка лет с момента появления первых публикаций [1], [2], испытала интенсивное развитие. В настоящее время локализованные колебания атомов или отдельных групп атомов интенсивно изучаются многими исследователями в бездефектных кристаллах, что приводит к идеализации условий компьютерных экспериментов и отдаляет модель от реальных кристаллов.

Решения нелинейных дифференциальных уравнений, описывающие динамику кристаллических решеток различных размерностей и дающие локализованные в пространстве и строго периодические по времени колебания многих или отдельных атомов решетки, называют дискретными бризерами (ДБ), внутренними локализованными модами, нелинейными локализованными возбуждениями или нелинейными локализованными колебательными модами [3]. Возможность существования нелинейных локализованных колебательных мод

или дискретных бризеров была доказана строго математически [2] и получено множество результатов численными методами [4]. ДБ были инициированы экспериментально в различных областях физики: в нелинейной оптике [5], [6], джозефсоновских сверхпроводящих контактах [7], в антиферромагнетиках [8]. Возможность существования ДБ в трехмерном кристалле со структурой NaCl исследовалась методом молекулярной динамики в работах [9]–[11]. Активно изучается возможность существования ДБ в кристаллах с составом A_3B [12]–[16]. В цитируемых работах подчеркивается значимость таких процессов в кристаллах и допустимость их влияния на структуру и свойства кристалла. В свою очередь, одним из актуальных направлений исследования является изучение солитонных объектов в различных средах, к которым относится ДБ, и процессов связанных с их движением и взаимодействием с другими объектами среды существования солитонов. Данные задачи, рассматриваемые в кристаллических телах, имеют прямое, непосредственное отношение к проблемам плас-

тичности и прочности твердых тел. Наряду с этим большое значение имеет понятие точечных топологических солитонов, которые представляют собой вакансии, атомы замещения, краудиноны и межузельные атомы [17]-[19].

В данной работе методом молекулярной динамики изучается взаимодействие нелинейной локализованной колебательной моды в кристалле Pt_3Al с точечными дефектами. В качестве точечных дефектов выступала бивакансия и тривакансия Pt, а также межузельные атомы Al, помещенные в тетраэдрические пустоты. Строго говоря, в рассматриваемых моделях полученные колебательные моды нельзя назвать дискретными бризерами или даже квази-бризерами [20], [21]. Такие локализованные моды будем называть квази-бризерными модами (КБМ) решетки, так как они обладают рядом признаков ДБ, таких, как попадание их частоты в запрещенную зону фононного спектра, они являются пространственно локализованными и квази-периодическими по времени, но при этом располагаются в решетке с нарушенной трансляционной симметрией из-за наличия точечных дефектов. В тоже время при отсутствии дефектов в кристалле нелинейные локализованные моды большой амплитуды будем называть квази-бризерами в соответствии с работами [20, 21] или просто дискретными бризерами. Говоря о ДБ, получаемых в модельных ячейках, нужно отметить, что они не являются строгими решениями соответствующих теоретических уравнений, в силу объективных причин. Во-первых, начальные условия возбуждения ДБ в реальных моделях кристаллов приводят к частичному рассеиванию энергии на начальных этапах эксперимента. Во-вторых, нагрев ячейки приводит к естественным флуктуациям соседних атомов, которые оказывают влияние на атомы, участвующие в согласованных колебаниях ДБ. В-третьих, в нашем случае рассеивание энергии ДБ происходит в силу близости его частоты к нижней границе оптической ветви фононного спектра кристалла.

Описание модели и методика эксперимента

Рассматриваемая модель представляла собой объемный кристалл стехиометрии A_3B (рис. 1), атомы которого взаимодействовали посредством парного потенциала Морзе:

$$U_{PQ}(r_{ij}) = D_{PQ} \beta_{PQ} \exp(-\alpha_{PQ} r_{ij}) (\beta_{PQ} \exp(-\alpha_{PQ} r_{ij}) - 2), \quad (1)$$

где D – энергетический параметр, соответствующий глубине потенциальной ямы, α – параметр, определяющий жесткость межатомных связей, r_0 – некоторое усредненное равновесное расстояние по координационным сферам, в которых учитывается взаимодействие между атомами. Для сплава Pt_3Al его параметры взяты из [15]: $D_{AlAl} = 0,318$ эВ, $\beta_{AlAl} = 27,4979$, $\alpha_{AlAl} = 1,02658$ Å^{-1} , $D_{PtPt} = 0,710$ эВ, $\beta_{PtPt} = 102,89$, $\alpha_{PtPt} = 1,582$ Å^{-1} , $D_{PtAl} = 0,5048$ эВ, $\beta_{PtAl} = 63,124$, $\alpha_{PtAl} = 1,3501$ Å^{-1} , вычислялись по стандартной методике [15], [16] из условий:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\bar{i}} \eta_i U_{V=V_0} &= E_s, \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\bar{i}} \eta_i \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{V=V_0} &= 0, \\ -V_0 \cdot \left(\frac{\partial P_s}{\partial V} \right) &= K_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь – энергия сублимации атомов кристалла при нуле Кельвин; – объемный модуль упругости; P_s – давление изоэнтропического сжатия; V_0 и V – удельные объемы в начальном и деформированном состоянии; η_i – число атомов в i -ой координационной сфере; массы атомов платины и алюминия: $m_{Pt} = 195,23$ а.е.м., $m_{Al} = 26,97$ а.е.м.; постоянная кристаллической решетки: $\alpha_0 = 3,99$ Å . Трехмерная расчетная ячейка Pt_3Al содержала 7200 атомов.

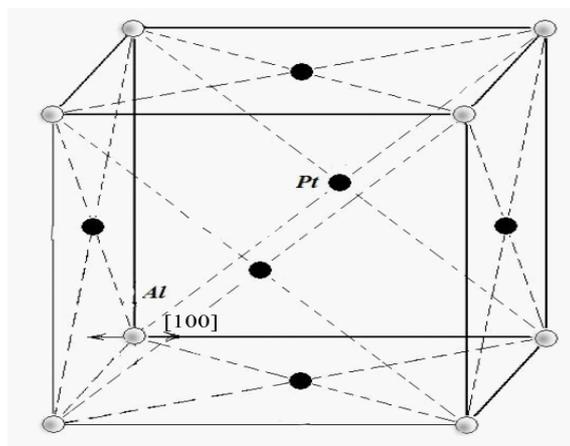


Рис. 1. Трехмерная элементарная ГЦК ячейка Pt_3Al с указанием направления отклонения атома Al из положения равновесия

Как показано в работах [15], [16] возбуждение ДБ наблюдалось при отклонении атома Al вдоль направления [100], или под углом не больше, чем 5 градусов к указанному направлению. При начальном отклонении атома на 0.7 Å минимальная кинетическая энергия атома, несущего ДБ, имеет значение около 0,8 эВ, частоты колебаний ДБ в этом случае могут лежать в широком диапазоне в зависимости от параметров потенциала и решетки, в данном случае возбуждались колебания с периодом 0,085 пс. Внедрение точечных дефектов, в виде бивакансии и тривакансии Pt, осуществлялось в плоскость (111) трехмерного кристалла Pt₃Al. После внедрения проводилась релаксация расчетной ячейки в течение 100 пс с последующим ее охлаждением до 0 К. Межузельный атом Al внедрялся в тетраэдрическую пустоту и подвергался релаксации.

Для изучения процессов, возникающих при взаимодействии квази-бризерной моды с точечными дефектами в Pt₃Al, нами проводились эксперименты путем задания начальной скорости

ти одному из атомов Al вдоль направления [100] порядка 63,64 Å/пс.

Результаты и обсуждение

Дефект в виде бивакансии и тривакансии Pt, локально искажив структуру кристалла Pt₃Al, оказывает влияние на условия существования квази-бризерной моды. В качестве примера на рис. 2 показана зависимость времени существования КБМ от расстояния до внедренной бивакансии Pt. На рис. 3 показана зависимость времени существования КБМ от расстояния до внедренной тривакансии Pt по кристаллографическим направлениям решетки в кристалле Pt₃Al. Как видно из рис. 3 наиболее оптимальное направление для квази-бризерной моды является направление. По направлению максимума, как по остальным направлениям, не наблюдается, что связано с различными искажениями решетки по разным направлениям.

Предполагается, что существует некоторая область, окружающая бивакансию и тривакансию Pt, в которой время существования квази-бризерной моды максимально. Возможной причиной увеличения времени жизни высокоамплитудной локализованной моды может быть локальное уширение запрещенной зоны в фоновом спектре модельного кристалла. Об этом свидетельствуют максимумы на графиках рис. 2 и рис. 3. Также к возможным причинам полученной аномалии можно отнести тот факт, что в данной области КБМ имеет более широкий профиль, т. е. большее количество атомов вовлечено в процесс согласованных колебаний.

При рассмотрении точечного дефекта в виде внедренного межузельного атома Al в тетраэдрическую пустоту, наблюдаемая зависимость времени существования КБМ от расстояния до этого точечного дефекта по кристаллографическим направлениям решетки в кристалле Pt₃Al показана на рис. 4. Как видно из данного рисунка, максимума, который имеет место в случае рассмотрения бивакансии и тривакансии Pt не наблюдается, наиболее оптимального кристаллографического направления с точки зрения времени жизни КБМ здесь выделить нельзя. Начиная с S=15 Å разброс по времени жизни КБМ по кристаллографическим направлениям составляет порядка 100-150 пс. Если

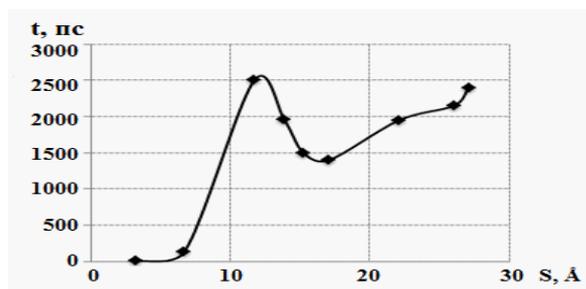


Рис. 2. Зависимость времени существования квази-бризерной моды от расстояния до внедренной бивакансии Pt (ось абсцисс – расстояние S в Å от бивакансии Pt до атома Al, где осуществлялось возбуждение КБМ; ось ординат – время существования t КБМ в пикосекундах).

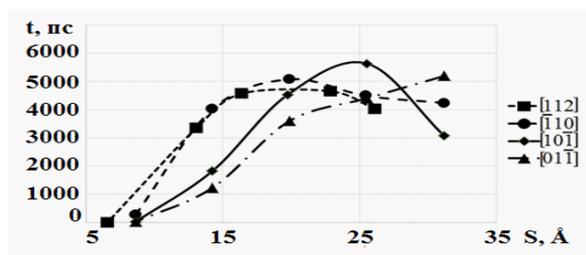


Рис. 3. Зависимость времени существования по кристаллографическим направлениям квази-бризерной моды от расстояния до внедренной тривакансии Pt (ось абсцисс – расстояние S в Å от тривакансии Pt до атома Al, где осуществлялось возбуждение КБМ; ось ординат – время существования t КБМ в пикосекундах).

сравнивать время жизни КБМ в случае бивакансии и тривакансии Pt, например, для $S=28$ Å, то для бивакансии Pt – это порядка 2400 пс, для тривакансии Pt – 4500 пс, а для внедрённого межузельного атома Al в тетраэдрическую пустоту – это порядка 1500 пс. Это говорит о том, что точечный дефект в виде межузельного атома Al, помещённый в тетраэдрическую пустоту, оказывает большее влияние на КБМ, чем бивакансия или тривакансия Pt, он наиболее сокращает время существования квази-бризерной моды. Очевидно, это связано с тем, что внедрённый межузельный атом Al в тетраэдрическую пустоту более сильно искажает кристаллическую решётку Pt₃Al, чем бивакансия и тривакансия Pt. В самом деле, например, для бивакансии Pt межатомное смещение до внедрения и после внедрения бивакансии на расстоянии $S=28$ Å от дефекта будет порядка 0,0014 Å, а для межузельного атома Al, помещённого в тетраэдрическую пустоту, порядка 0,0021 Å.

Квази-бризерные моды способны сосредотачивать значительную энергию. Это может влиять на структурные и энергетические трансформации, происходящие в кристалле. На рис. 5 для примера показана характерная зависимость энергии КБМ от времени при возбуждении атома Al на расстоянии 15 Å от дефекта. В течение всего периода жизни КБМ медленно излучают энергию. Конечная величина энергии, которая локально рассеивается при ее разрушении, составляет величину порядка 0,8 эВ. Таким образом, выброс в решетку таких объемов энергии может приводить к активации различных процессов, например, движению дислокаций, аннигиляции пар Френкеля, изменению ориентации дефектов в пространстве и т. д.

На расстоянии 11,7 Å от бивакансии Pt, именно для этого значения S наблюдался максимум на графике рис. 2, проводилось исследование на устойчивость КБМ, для этого атом Al в начальный момент эксперимента отклонялся в различных направлениях от положения равновесия относительно своей оси поляризации.

На рис. 6 показана зависимость времени существования квази-бризерной моды от малых вариаций угла отклонения от направления поляризации колебаний КБМ.

Из рис. 6 видно, что максимальное, наиболее устойчивое время существования КБМ наблюдается тогда, когда отклонение атома Al

происходит строго к ближайшему соседу атома Al, т. е. в направлении, совпадающем с направлением поляризации КБМ. Незначительное отклонение направления возбуждения КБМ даже на угол $\alpha = 0,018$ рад. ($1,03^\circ$) снижает время существования КБМ с 2550 пс до 2200 пс. Если отклонение производится на угол больший чем $\alpha = 0,108$ рад. (6°), то КБМ сравнительно не устойчива и имеет время существования порядка 10–15 пс.

Для описания искажений кристаллической структуры, содержащей точечные дефекты, возможно использование тензора дисторсии и визуализации атомных смещений атомов [24]–[25].

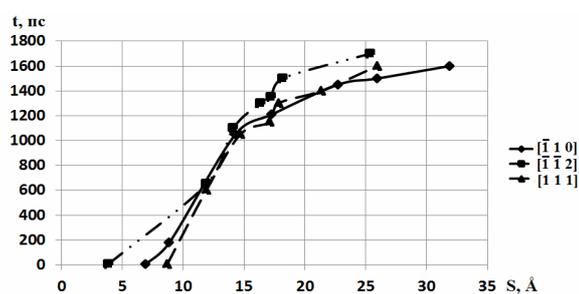


Рис. 4. Зависимость времени существования квази-бризерной моды по кристаллографическим направлениям от расстояния до точечного дефекта в виде внедрённого межузельного атома Al в тетраэдрическую пустоту (ось абсцисс – расстояние S в Å от точечного дефекта до атома Al, где осуществлялось возбуждение КБМ; ось ординат – время существования t КБМ в пикосекундах)

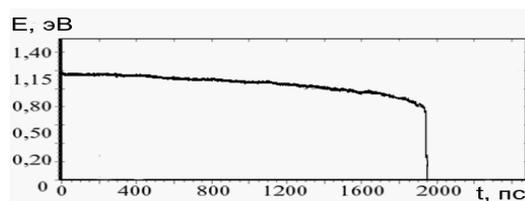


Рис. 5. Зависимость энергии КБМ от времени

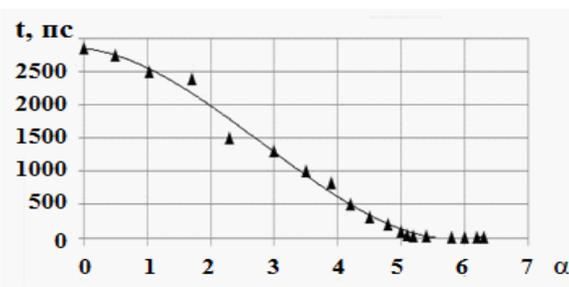


Рис. 6. Зависимость времени существования t в пикосекундах квази-бризерной моды от малых вариаций угла отклонения α в градусах от направления поляризации колебаний КБМ.

Для рассматриваемой геометрически нелинейной задачи одним из ключевых моментов является задание линейной связи между дисторсией и смещением узлов кристаллической решётки Pt_3Al . В свете этого, нами рассматривалось две кристаллические решётки $\{X\}$ и $\{X'\}$, которые получаются из деформации решётки $\{P\}$ после внедрения точечных дефектов. $\{P\}$ – это решетка кристалла Pt_3Al , содержащая 7200 атомов, до внедрения точечного дефекта. $\{X\}$ – это решетка кристалла Pt_3Al с внедренным точечным дефектом, соответственно содержащая 7198, 7197 или 7201 атомов, а $\{X'\}$ – это решетка данного кристалла с внедренным точечным дефектом после ее релаксации.

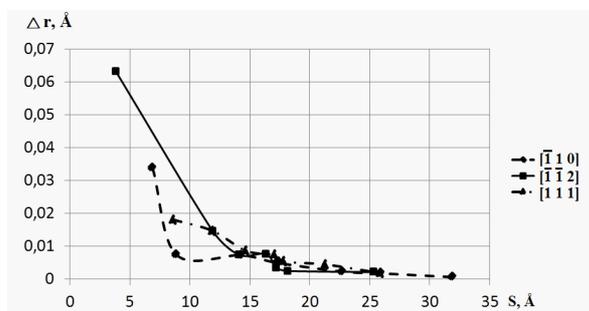


Рис.7. Зависимость атомных смещений по кристаллографическим направлениям при внедрении межузельного атома Al в тетраэдрическую пустоту (Δr – смещение атомов Al после внедрения дефекта и релаксации расчетной ячейки в A, S – расстояние в A от точечного дефекта до атома Al, где осуществлялось возбуждение КБМ)

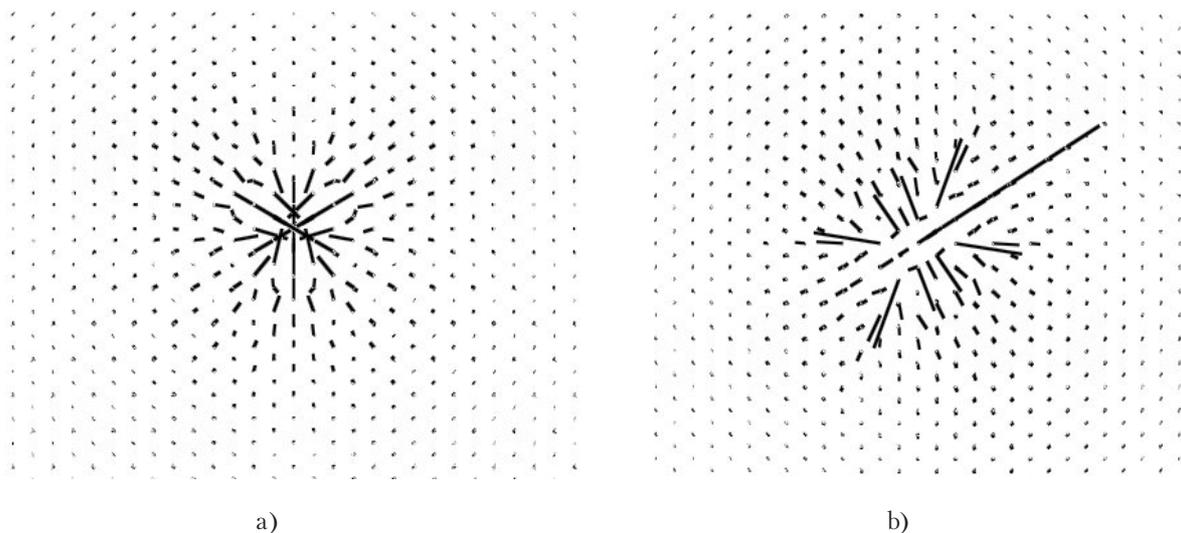


Рис.8. Визуализация атомных смещений при внедрении точечных дефектов, а) тривакансия из атомов Pt, б) межузельный атом Al в тетраэдрическую пустоту. Отображено четыре плоскости (111) трехмерного кристалла Pt_3Al . Атомные смещения увеличены в 20 раз

С математической точки зрения можно рассмотреть два отображения F и L , где $X_i = F \cdot P_i$ и $X'_i = L \cdot P_i$, здесь векторы трансляции кристаллических решёток $\{X\}, \{X'\}, \{P\}$ соответственно. Тогда изменение расстояния между решётками $\{X\}$ и $\{X'\}$ будет метрикой между тензорами $\rho(F, L)$. Причём метрика $\rho(F, L)$ удовлетворяет условиям: $\rho(F, F)=0$, $\rho(F, L)>0(F \neq L)$, $\rho(F, L)=\rho(L, F)$, $\rho(F, L) \leq \rho(G, F) + \rho(G, L)$. Тензоры F и L имеют второй ранг и представляются в матричной форме наборами $\{F_{in}\}$ и $\{L_{in}\}$, где $i, n=1, 2, 3$. Тогда $\rho(F, L) = \sqrt{\sum_{i,n=1}^3 (F_{i,n} - L_{i,n})^2}$ по аналогии с расстоянием между точками в трёхмерном пространстве. На основе этих рассуждений, рассматривались координаты атомов кристаллической решётки до внедрения точечных дефектов, затем происходило внедрение точечного дефекта, релаксация кристаллической решётки и получались новые координаты атомов. Вычислялось расстояние, на которое происходило смещение атомов, что и давало тензор дисторсии при данной деформации кристаллической решётки, связанное с внедрением точечных дефектов.

Наглядно это можно представить графиком зависимости атомных смещений после внедрения дефектов и релаксации расчетной ячейки (рис. 7, рис. 8).

Полученные атомные смещения позволяют судить о различных искажениях кристаллической структуры для разных кристаллографических

ких направлений, что дает объяснение изменению времени существования КБМ от места его внедрения в кристалле. Из рис. 7 видно, что при приближении к межузельному атому Al, помещённому в тетраэдрическую пустоту, атомные смещения резко возрастают. Это связано с тем, что внедрённый точечный дефект оказывает существенное влияние на узлы кристаллической решётки и на поведение КБМ. Детальное изучение влияния атомных смещений по кристаллографическим направлениям на КБМ, а также получение явного вида дисторсии, будет предметом дальнейших исследований в этом направлении.

Заключение

Таким образом, методом молекулярной динамики установлено, что точечные дефекты в сплаве Pt₃Al оказывают существенное влияние на квази-бризерные моды в случае близкого к ним расположения. Воздействие проявляется в разрушении высокоамплитудных локализован-

ных колебаний с последующим рассеиванием энергии по кристаллу. Однако стоит отметить, что в процессе деградации колебаний большой амплитуды, рассеивание преимущественно происходит в подрешетку Al, где энергия остается локализованной за счет наличия запрещенной зоны в фононном спектре кристалла Pt₃Al в течение продолжительного времени. Установлено наличие области повышенной устойчивости КБМ вблизи бивакансии и тривакансии Pt. В случае рассмотрения точечного дефекта в виде межузельного атома Al, внедренного в тетраэдрическую пустоту, такой области не наблюдалось. В рамках исследования устойчивости КБМ получена зависимость времени существования КБМ от угла отклонения от направления поляризации колебаний. Данная зависимость является важной с точки зрения оценки вероятности возбуждения КБМ в условиях термодинамического равновесия или при облучении кристалла высокоэнергетическими частицами.

Исследование выполнено при финансовой поддержке грантов РФФИ в рамках научного проекта 15-58-04033 Бел_мол_a и 14-08-90416 Укр_a.

Список литературы:

1. Марадудин А., Монтролл Э., Вейсс Дж. Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении. Пер. с англ. Н.В. Абаренкова, Е.Д. Трифонова под ред. М.Н. Петрашень: М., Мир. – 1965. – 384 с.
2. Flach S., Gorbach A.V. Discrete breathers advancer in theory and application // Phys. Rep. – 2008. – 467. – P. 1-116.
3. Sievers A.J., Takeno S. Intrinsic Localized Modes in Anharmonic Crystals // Phys. Rev. Lett. – 1988. – V. 61. – № 8. – P. 970-973.
4. Eisenberg H.S., Silberberg Y., Morandotti R., Boyd R. and Aitchison J.S. Discrete Spatial Solitons in Waveguide Arrays // Phys. Rev. Lett. – 1998. – V.81. – P. 3383.
5. Kivshar Yu.S., Agrawal G.P. Optical solitons // Academic Press. Amsterdam. – 2003. – 540 p.
6. Miroshnichenko, A.E. Flach S., Fistul M.V., Zolotaryuk Y., Page J.B. // Phys. Rev. – 2001. – E 64. – P. 600-601.
7. Schwarz U.T., English L.Q., and Sievers A.J. Experimental Generation and Observation of Intrinsic Localized Spin Wave Modes in an Antiferromagnet // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V.83. – P. 223.
8. Kiselev S.A., Sievers A.J. Phys. Rev. – 1997, V 55, P. 5755.
9. Дмитриев С.В., Хадеева Л.З. Характеристики щелевых дискретных бризеров в кристаллах со структурой NaCl // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2010. – Т. 18. – №6. – С. 85-92.
10. Khadeeva L.Z., Dmitriev S.V. Discrete breathers in crystals with NaCl // Phys. Rev. – 2010. – V 81. – P. 214306.
11. Дмитриев С.В., Хадеева Л.З. Щелевые дискретные бризеры в двухкомпонентном двумерном кристалле в состоянии теплового равновесия // Физика твердого тела. – 2011. – Т. 53. – №7. – С. 1353-1358.
12. Медведев Н.Н., Старостенков М.Д., Захаров П.В., Маркидонов А.В. О локализации энергии нелинейных и линейных колебаний атомов в модельной кристаллической решетке состава A₃B // Письма о материалах. – Т. 3. – Вып. 1. – 2013. – С. 34-37.
13. Медведев Н.Н., Старостенков М.Д., Захаров П.В., Пожидаева О.В. Локализованные колебательные моды в двумерной модели упорядоченного сплава Pt₃Al // Письма в журнал технической физики. – 2011. – Т. 37. – Вып. 3. – С.7-15.
14. Medvedev N.N., Starostenkov M.D., Potekaev A.I., Zakharov P.V., Markidonov A.V., Eremin. A.M. Energy Localization in the Ordered Condensed Systems: A₃B Alloys With L1₂ Superstructure // Russian Physics Journal. – July 2014. – Volume 57, Issue 3. – P. 387-395.
15. Захаров П.В., Старостенков М.Д., Ерёмин А.М., Маркидонов А.В. Поведение нелинейной локализованной моды вблизи комплексов вакансий в кристалле Pt₃Al // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2014. – Т. 11, № 2. – С. 260-264.
16. Захаров П.В., Старостенков М.Д., Медведев Н.Н., Ерёмин А.М., Маркидонов А.В. Антисимметричный дискретный бризер в кристалле Pt₃Al // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2014. – Т. 11, № 3. – С. 388-393.
17. Захаров П.В., Старостенков М.Д., Медведев Н.Н., Ерёмин А.М., Маркидонов А.В. Влияние низких температур на характеристики дискретного бризера в кристалле Pt₃Al // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2014. – Т. 11, № 4. – С. 533-536.

18. Zakharov P.V., Medvedev N.N., Starostenkov M.D., Eremin A.M. Prospects for the Use of Dynamic Discrete Breathers in Nanofibers Crystals Stoichiometry A_3B With the Structure of $L1_2$ // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Proceedings. – Omsk: Omsk State Technical University. Russia, Omsk, May 21-23, 2015. IEEE Catalog Number: CFP15794-CDR. ISBN: 978-1-4799-7102-2.
19. Захаров П.В., Ерёмин А.М., Старостенков М.Д., Маркидонов А.В., Луценко И.С. Квазибризерные состояния в кристалле A_3B при наличии точечных дефектов // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2015. – Т. 12, № 2. – С. 146-152.
20. Захаров П.В., Старостенков М.Д., Дмитриев С.В., Медведев Н.Н., Ерёмин А.М. Моделирование взаимодействия дискретных бризеров различного типа в нановолокне кристалла Pt_3Al // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2015. – Т. 148. – Вып. 2(8). – С. 252-257.
21. Тетельбаум Д.И., Курильчик Е.В., Менделева Ю.А. Эффект дальнего действия при малоинтенсивном облучении твердых тел // Поверхность. Рентгеновские синхротронные и нейтронные исследования. – 2009. – №3. – С. 94 – 103.
22. Гончаров П.П., Джелаухова Г.С., Чечин Г.М. Дискретные бризеры в моноатомных цепочках // Известия вузов: Прикладная нелинейная динамика. – 2007. – Т. 6. – С. 57-74.
23. Безуглова Г.С., Гончаров П.П., Гуров Ю.В., Чечин Г.М. Дискретные бризеры в скалярных динамических моделях на плоской квадратной решетке // Известия вузов: Прикладная нелинейная динамика. – 2011. – Т. 19. – С. 89-103.
24. А.А. Ильющин. Механика сплошной среды. М., изд-во МГУ. – 1990. – 310 с.
25. Л.И. Седов. Механика сплошной среды. Т. 1. М., Наука. – 1984. – 492 с.

Сведения об авторах:

Захаров Павел Васильевич, доцент кафедры физики и информатики Алтайской государственной академии образования им. В.М. Шукшина, кандидат физико-математических наук

Ерёмин Александр Михайлович, доцент кафедры математики и методики обучения математике Алтайской государственной академии образования им. В.М. Шукшина, кандидат физико-математических наук, доцент

Манаков Николай Александрович, профессор кафедры общей физики Оренбургского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

Старостенков Михаил Дмитриевич, заведующий кафедрой физики Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, доктор физико-математических наук, профессор

Маркидонов Артем Владимирович, заведующий кафедрой математических и естественнонаучных дисциплин филиала Кузбасского государственного технического университета им. Т.Ф. Горбачева в г. Новокузнецке, кандидат физико-математических наук, доцент

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, д. 13