УДК 54-71

Колотвин А.В., Пищухин А.М.
Оренбургский государственный университет
E-mail: kolotvin@list.ru

О ПОСТАНОВКЕ И РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ БУРЕНИЯ СКВАЖИНЫ РАЗНОВРАЩАЮЩИМИСЯ БУРОВЫМИ КОРОНКАМИ

Напряженное состояние разбуриваемой породы при воздействии на нее двумя вращающимися в противоположные стороны круговой и кольцевой буровыми коронками представляет интерес. На такой способ бурения получено положительное решение о выдаче патента Российской Федерации. Это способ решает проблему снятия крутящего момента с бурильной колонны. Оценка напряженного состояния определяет воздействия на пласт при бурении. Поскольку буровые коронки имеют круговую форму в осевой плоскости скважины, область упругой деформации не является односвязной. Для решения этой проблемы предложено рассматривать уравнения теории упругости в тороидальной системе координат.

Данная постановка соответствует осесимметричной задаче кручения, сформулированной А.И. Лурье. Задача ставится и решается в перемещениях с указанием последующего перехода к напряжениям. Отличительной особенностью по сравнению с уравнением Лапласа является наличие дополнительного слагаемого. Граничными условиями при этом являются равенство нулю перемещений на оси и на стенках скважины. Затем проводится дополнительное решение задачи в цилиндрической системе координат, смещенной на дно забоя. Два решения сравниваются.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о допустимости постановки и рассмотрения дальнейших задач динамики описанного взаимодействия в цилиндрической системе координат.

Ключевые слова: напряженное состояние, теория упругости, бурение, тороидальные координаты, краевая задача, граничные условия

Добыча углеводородного сырья имеет первостепенное значение для экономики страны. Эта добыча в последнее ведется с более глубоких горизонтов в связи с чем несоизмеримо вырастают объемы и сложность буровых работ, буровые инструменты должны быть более «деликатными» и производительными, что отражается на напряженно-деформированном состоянии разбуриваемых пород, чему и посвящено данное исследование.

Данная задача связана с теми областями, где требуется минимальная нагрузка на разбуриваемые пласты. В первую очередь она связана со шланговым бурением, где необходимо снимать реактивный момент, возникающий при разбуривании со шланга [1]. Такой подход может быть полезен при разбуривании космических тел малой массы – астероидов, комет, поскольку обеспечивает минимальные требования к закреплению бурильной установки.

В основе лежит способ бурения и устройство для его реализации, предложенные в работе [2]. В ней предложено разделить буровую коронку на кольцевую и круговую части и вращать их в разные стороны, одновременно меняя разбуриваемые площади, за счет изменения угла поворота буровых коронок в осевой плоскости скважины, и уравнивая за счет этого реактивные моменты, при возрастающем нагружении одной из буровых коронок. Для автоматического перераспределения разбуриваемых площадей и уравнивания реактивных моментов использован дифференциальный механизм, с осью сателлитов которого связана система поводков, поворачивающих буровые коронки в осевой плоскости скважины.

Краевая задача ставится следующим образом – рисунок 1. Дно скважины описывается тором с радиусом равным одной четвертой диаметра скважины. На это дно действует распределенная осевая нагрузка P, технологически обеспечивающая процесс углубления скважины, и распределенная касательная нагрузка от вращения долот и разрушения породы, которую в первом приближении можно связать с осевой нагрузкой через коэффициент трения k. Равенство реактивных моментов на кольцевой и круговой буровых коронках приводит к равенству двух криволинейных интегралов (см. рисунок 1)

$$\int_0^{\varphi^*} kPsin\varphi\left(R - Rcos\varphi\right)Rd\varphi = \int_{\varphi^*}^{\pi} kPsin\varphi\left(R - Rcos\varphi\right)Rd\varphi \quad (1)$$

где φ – угол, отсчитываемый от центра скважины внутрь разбуриваемой породы.

После интегрирования получаем тригонометрическое уравнение

$$cos^2\varphi^* - 2cos\varphi^* - 1 = 0 \qquad (2)$$

Решая сначала квадратное уравнение получаем

$$cos\varphi^* = \frac{2 \mp 2\sqrt{2}}{2} \approx -0.414 \qquad (3)$$

Наконец, определяем угол наклона буровых коронок

$$\varphi^* \approx 114.5^0 \qquad (4)$$

Однако решать поставленную задачу необходимо в обобщенных аналитических функциях [3], поскольку область упругой деформации не является односвязной.

В работе [4] показано, что осесимметричная задача может быть разделена на аксиальную и задачу кручения. Решение задачи кручения сводится к решению уравнения в перемещениях [5], [6]

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}\right)u = \frac{1}{H_1 H_2 r}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{rH_2}{H_1}\frac{\partial u}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{rH_1}{H_2}\frac{\partial u}{\partial q_2}\right)\right] - \frac{u}{r^2} = 0. \qquad (5)$$

Решение данного уравнения в соответствии с рисунком 1 необходимо находить в тороидальных координатах [7], связь с которыми осуществляется следующим образом

$$r = \frac{csh\xi}{ch\xi - cos\eta}; z = \frac{csin\eta}{ch\xi - cos\eta}. \qquad (6)$$

Следовательно, коэффициенты Ляме в (5) равны

$$H_1 = H_2 = \frac{c}{(ch\xi - cos\eta)}. \qquad (7)$$

Уравнение (5) приобретет вид

$$\frac{(ch\xi - cos\eta)^3}{c^2 sh\xi}\left(\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{sh\xi}{ch\xi - cos\eta}\frac{\partial u}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{sh\xi}{ch\xi - cos\eta}\frac{\partial u}{\partial\eta}\right)\right) - \frac{(ch\xi - cos\eta)^2 u}{c^2 sh^2\xi} = 0 \qquad (8)$$

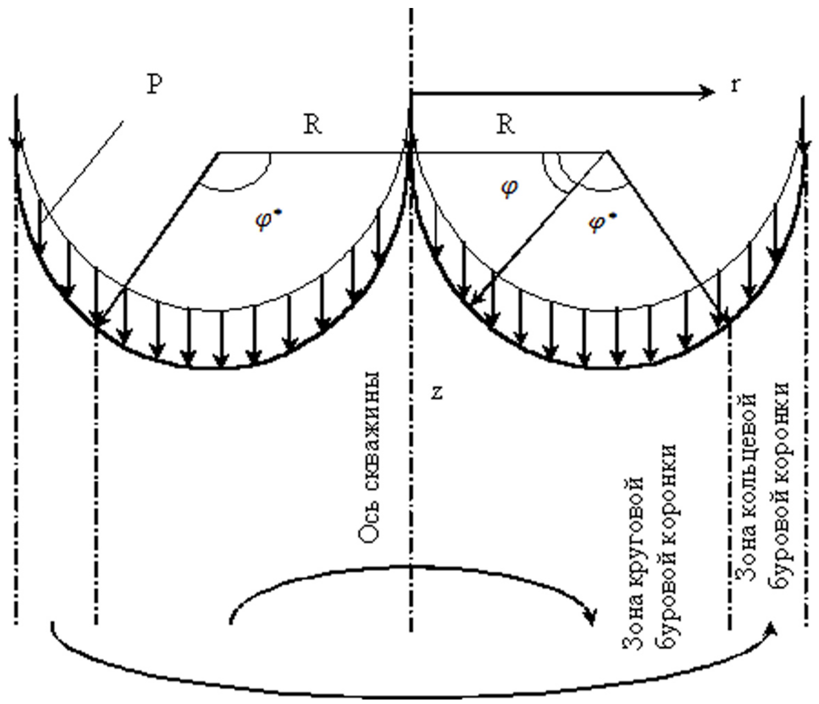

Рисунок 1. Схема к расчету угла поворота буровых колонок в осевой плоскости

Ищем решение в виде

$$u = v\sqrt{2ch\xi - 2cos\eta} \qquad (9)$$

Подставляя его в уравнение (8), имеем

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \frac{\partial v}{\partial \xi} cth\xi + \frac{v}{4} - \frac{v}{sh^2\xi} = 0 \qquad (10)$$

Теперь можно разделить переменные

$$v = A(\xi)B(\eta) \qquad (11)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \dfrac{\partial A}{\partial \xi} cth\xi + \left(\dfrac{1}{4} - K^2 - \dfrac{1}{sh^2\xi}\right)A = 0 \\ \dfrac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} + K^2 B = 0 \end{cases} \qquad (12)$$

Решение второго уравнения

$$B = \frac{C_2}{K^2} cos(K\eta - C_1) \qquad (13)$$

В первом уравнении применим подстановку [8]

$$A = zexp\left(-\frac{1}{2}\int ctg\xi d\xi\right) \qquad (14)$$

Тогда первое уравнение преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} + \left(\frac{1}{4} - K^2 - \frac{1}{2sh^2\xi}\right)z = 0 \qquad (15)$$

Подстановкой $\frac{\partial z}{\partial \xi} = zU$ переводим его в уравнение Риккати [9]

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + U^2 = K^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2sh^2\xi} \qquad (16)$$

Данное уравнение будем решать численно, например методом Пикара [10] по итерационной формуле

$$U_n = U_0 + \int_{0.885}^{\xi_n} \left(K^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2sh^2\xi}\right)d\xi - U_{n-1}^2(\xi_n - 0.885) \qquad (17)$$

Или

$$U_n = U_0 + \left(K^2 - \frac{1}{4} - U_{n-1}^2\right)(\xi_n - 0.885) - \frac{1}{2} cth\xi \Big|_{0.885}^{\xi_n} \qquad (18)$$

Подставляя это выражение в (14), получим

$$A = \frac{1}{\sqrt{sh\xi}} * exp\left(U_0 + \left(K^2 - \frac{1}{4} - U_{n-1}^2\right)(\xi_n - 0.885) - \frac{1}{2} cth\xi \Big|_{0.885}^{\xi_n}\right) \qquad (19)$$

Возвращаясь к перемещению и принимая $U_0 = 0$, имеем следующую зависимость его от тороидальных координат

$$u(\xi,\eta) = \frac{\sqrt{2}C_2}{K^2} cos(K\eta - C_1) exp\left(\int_{0.885}^{\xi} Ud\xi\right)\sqrt{\frac{ch\xi - cos\eta}{sh\xi}} \qquad (20)$$

Анализируя полученную формулу, приходим к выводу о неприменимости ее на оси $z(\xi = 0)$ в силу возникновения неопределенности $\frac{0}{0}$.

Учитывая разделение площади разбуривания при $\xi = 0.885$, $\eta^* = 4.44$, имеем:

$$u(\xi,\eta) = \frac{\sqrt{2}C_2}{K^2} cos(K\eta - C_1)\sqrt{\frac{ch\xi - cos\eta}{sh\xi}} \quad \text{при } \pi \le \eta \le \eta^*$$

$$u(\xi,\eta) = \frac{\sqrt{2}C_2}{K^2} cos(K\eta^* - C_1)\sqrt{\frac{1.418 - cos\eta^*}{1.005}} - \frac{\sqrt{2}C_2}{K^2} cos(K\eta - C_1)\sqrt{\frac{ch\xi - cos\eta}{sh\xi}} \quad \text{при } 2\pi \ge \eta \ge \eta^* \qquad (21)$$

Из равенства нулю перемещений на оси и на периметре скважины получаем два уравнения для определения констант:

$$\begin{cases} cos(K\pi - C_1) = 0 \\ cos(K4.44 - C_1) - cos(K2\pi - C_1)0.644 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Значение коэффициентов находится подстановкой и решением нижнего трансцендентного уравнения: $K = 0.63$, $C_1 = 0.408$.

При этом $u_{\max}$ легко рассчитывается с помощью общего момента и расчета угла закручивания консольно закрепленного цилиндра. Приняв его за единицу, получим $C_2 = 0.281$.

Упростим постановку задачи, представив скважину в виде цилиндра. При этом уравнение (1) приобретает другой вид

$$\int_0^{r^*} Frdr = \int_{r^*}^{2R} Frdr, \quad (23)$$

и радиус разделения буровых коронок $r^* = 2R/\sqrt{2}$.

Переводя уравнение (5) в цилиндрические координаты, получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = 0. \quad (24)$$

Разделим переменные

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - K^2 v = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \left(K^2 - \frac{1}{r^2}\right)w = 0. \quad (26)$$

Решение этих уравнений выбираем в виде [5], учитывая при этом, что на оси симметрии перемещения нет

$$u = C_1 e^{-Kz} I_1(Kr) \quad (27)$$

Перемещение возрастает по этой формуле только до радиуса r^*, затем напряжения действуют в обратную сторону и уравновешивают момент от предыдущих напряжений на цилиндрической поверхности скважины, следовательно

$$u = C_1 e^{-Kz} I_1(Kr), \text{ при } 0 < r < r^* \quad (28)$$

$$u = C_1 e^{-Kz} I_1(Kr^*) - C_1 e^{-Kz} I_1(Kr), \text{ при } 2R > r > r^* \quad (29)$$

Из условия равенства нулю перемещений на границе скважины находим K

$$I_1\left(K\frac{2R}{\sqrt{2}}\right) - I_1(K2R) = 0 \quad (30)$$

Из графика функции Бесселя первого порядка [11] находим, что равенство выполняется при

$$K2R = 2.15 \quad (31)$$

Константу C_1 можно определить в точке максимального перемещения r^*, приняв которое за 1 получим $C_1 = 1.52$.

Напряжения можно определить по формулам [2]

$$\tau_{r\varphi} = \mu r \frac{\partial}{\partial r}\frac{u}{r} = -K\mu e^{-Kz} I_2(Kr) \quad (32)$$

$$\tau_{z\varphi} = \mu r \frac{\partial}{\partial z}\frac{u}{r} = -K\mu e^{-Kz} I_1(Kr) \quad (33)$$

Поскольку максимальное перемещение в обоих случаях одинаковое и равно единице, можно ответить на вопрос о погрешности упрощенного решения задачи и точного. Из рисунка 2 видно, что начиная уже от дна тороидального забоя эпюры перемещений достаточно близки

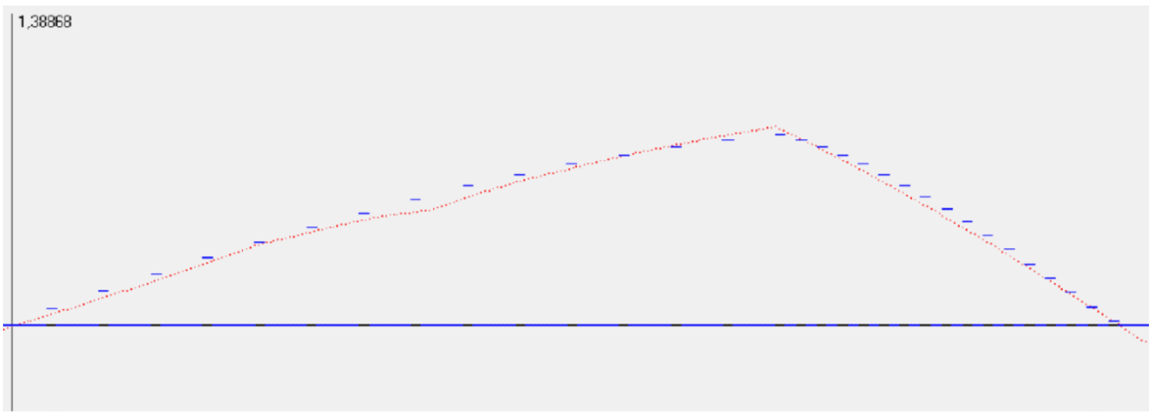

Рисунок 2. Графики эпюр перемещений для расчета в тороидальных (красный) и цилиндрических (синий) координатах

друг к другу, поэтому дальнейшие исследования, связанные с динамикой взаимодействия инструмента с породой можно проводить в цилиндрических координатах.

Графики перемещений так же имеют два участка. Из формул понятно, что перемещения по мере удаления от забоя скважины, вглубь разбуриваемой породы вдоль ее оси спадают по экспоненте, то есть очень быстро.

Таким образом, поставлена и решена краевая задача, позволяющая проанализировать напряженное состояние в разбуриваемой породе под воздействием оригинального бурового инструмента, включающего круговую и кольцевую буровые коронки, вращающиеся в противоположных направлениях. Кроме снятия крутящего момента с буровой колонны, равенство нулю перемещений на стенках скважины при исследуемом способе бурения способствует так же сохранению направления бурения, важность которого отмечают многие исследователи [12]–[15].

Список литературы:

1. Пищухин А.М., Пищухина Т.А. Совершенствование технологии шланго-кабельного бурения. /А.М. Пищухин, Т.А. Пищухина //Бурение и нефть, 2015.-№11.-с.46-47.
2. Пищухин А.М., Провоторов С.И., Ахмедьянова Г.Ф. Способ бурения и устройство для его осуществления / А.М. Пищухин, С.И. Провоторов, Г.Ф. Ахмедьянова.– Положительное решение о выдаче патента РФ от 25.02.2015, заявка №2013139725/03, опубл. 10.03.2015.
3. Александров А.Я., Соловьев Ю.И. Пространственные задачи теории упругости (применение методов теории функций комплексного переменного) / А.Я. Александров, Ю.И. Соловьев.- М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы.– 1978 г.- 464 с.
4. Лурье А.И. Теория упругости / А.И. Лурье.- М.: Главная редакция физико-математической литературы.– 1970 г.-940 с.
5. Демидов, С. П. Теория упругости: учеб. для вузов / С. П. Демидов. - М. : Высш. шк., 1979. - 432 с.
6. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер; под ред. Г. С. Шапиро ; пер. с англ. М. И. Рейтмана. - М.:Наука, 1975. - 576 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн.- М.: Наука, 1974.– 832 с.
8. Эрдейи А. Асимптотические разложения / А. Эрдейи. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - 127 с.
9. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы.– 1976 г., 576 с.
10. Заварыкин В.М. и др. Численные методы / В.М. Заварыкин, В.Г. Житомирский, М.П. Лапчик.– М.: Просвещение, 1990.– 176 с.
11. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами.-М.:Наука.– 1979 г., 832 с.
12. Гречин Е.Г., Овчинников В.П. Устойчивость неориентируемых компоновок низа бурильной колонны.// Нефтегазовое дело, 2007 с. -№1.-13 с.
13. Повалихин А.С. Устойчивость стабилизирующих КНБК с оптимальными размерами на проектной траектории. // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море.– М.:ВНИИОЭНГ, 1995.–№ 5.– с.29 – 33.
14. Гулизаде М.П., Мамедбеков О.К. Разработка забойных компоновок для стабилизации зенитного угла наклонных скважин.// Изв. вузов. Сер. Нефть и газ. – Баку, 1985. – № 6. – с. 17 – 22.
15. Пищухин А.М. Компьютерное моделирование динамики взаимодействия бурового инструмента с разновращающимися буровыми коронками с забоем / Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий. 2015. Т. 1. С. 440-441.

Сведения об авторах:

Пищухин Александр Михайлович, декан факультета информационных технологий Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор
460018, г. Оренбург, пр-т Победы 13, e-mail: pishchukhin55@mail.ru

Колотвин Александр Викторович, доцент кафедры машиноведения Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, доцент
460018, г. Оренбург, пр-т Победы 13, e-mail: kolotvin@list.ru