

## МЕТОДИКА ПОДБОРА СЕЧЕНИЯ СТАЛЬНОЙ АРКИ ПРИ ПОМОЩИ ДЕФОРМАЦИОННОГО РАСЧЕТА

В настоящее время при подборе сечения стальных арок наряду со статическим расчетом определяется критическое значение параметра нагружения. Автор статьи на основе проведенных ранее численных исследований деформирования арок различного очертания и при разном нагружении, установил, что оценить устойчивость арки можно и без определения критического значения параметра нагружения. Для оценки устойчивости арки достаточно выполнить деформационный расчет, который представляет собой сходящийся процесс для устойчивой арки и расходящийся – для неустойчивой. Это соображение положено в основу разработанной методики подбора сечения арки. Суть предлагаемой методики в том, что вместо статического расчета производится деформационный расчет методом последовательных приближений, который выполняется до тех пор, пока градиент изменения перемещений всех расчетных узлов арки не окажется меньше заданной величины. Когда условие прочности выполняется, принятое сечение принимается. В том случае если градиент изменения перемещений расчетных узлов в процессе уточнения монотонно возрастает, расчет прекращается и назначенное сечение отвергается. Сечение также отвергается, если условие прочности при достигнутых в ходе деформационного расчета значениях внутренних сил не выполняется. В статье приводится числовой пример подбора арки из прокатного стального двутавра с комментариями.

Предложенная методика легко реализуется с помощью компьютера, причем расчет может выполняться в интерактивном режиме, когда проектировщик получает информацию о напряженно-деформированном состоянии арки после каждого шага уточнения.

**Ключевые слова:** проектирование, арка, конструкция, расчет, методика, напряжение, деформационный расчет, устойчивость, прочность.

Эффективность арочных конструкций для перекрытия больших пролетов общеизвестна. Правильным подбором конфигурации арки можно добиться снижения величины изгибающих моментов до ничтожно малых значений, а, следовательно, и заметно сократить вес перекрытия. Основной расчетной величиной в арке становится не изгибающий момент, а продольная сила. Поэтому при использовании металлических арок работоспособность конструкции определяется скорее не способностью сопротивляться изгибу, а устойчивостью, т. е. способностью сохранять форму оси. Известно, что потеря устойчивости криволинейного стержня имеет более сложный характер, чем потеря устойчивости прямолинейного стержня. В то время как потеря устойчивости прямолинейного стержня выражается в изменении вида деформации (прямолинейный вначале стержень при определенном значении продольной силы изгибается), арка изогнута и до нагружения. В какой-то степени потеря устойчивости арки может быть установлена по резкому изменению формы оси арки. Например, симметрично нагруженная симметричная арка теряет симметричность, перекашиваясь в одну сторону. Тогда проблема расчета на устойчивость может

быть решена определением величины нагрузки – критической нагрузки, при которой новая форма оси возможна без нарушения равновесия. Но при сложном характере нагрузки предугадать ту новую форму оси, которая соответствует наименьшему значению критической нагрузки, весьма проблематично. Чаще всего под потерей устойчивости арки можно понимать появление недопустимо больших деформаций.

Исследованию устойчивости арок посвящено немало публикаций. Предметом исследований, как правило, является влияние конфигурации оси, физической и геометрической нелинейности на критическую величину параметра нагружения [1]–[3]. Известны формулы, позволяющие оценить величину критической равномерной вертикальной нагрузки на арку параболической и круговой конфигурации [4]. Отмечается необходимость учета изменения формы арки в процессе деформирования [5], [6]. Однако, вопросы проектирования арок в литературе освещены весьма скупо. На практике методика подбора сечения металлических арок сводится к выбору подходящего сечения по результатам статического расчета и последующей оценке устойчивости коэффициентом запаса устойчивости, определяемого путем де-

ления величины критической нагрузки на величину фактической. Если запас устойчивости больше единицы, полученное по результатам статического расчета сечение принимается. В противном случае назначается большее сечение и снова производится проверка устойчивости.

Автором настоящей работы проведены численные исследования деформирования стальных арок различной конфигурации при разных вариантах нагружения с учетом изменения оси арок (деформационный расчет) методом последовательных приближений [7]–[11]. Анализ результатов показал, что наблюдение за процессом деформирования оси арки дает возможность непосредственно установить, приводит ли данная нагрузка к потере устойчивости арки или нет. Деформирование арки представляет собой процесс нарастающих перемещений, который либо сходится к конечной величине этих перемещений, либо расходится. В последнем случае расчеты дают искажение формы оси арки при потере устойчивости, действительно наблюдаемые в натуре или в экспериментах. Расчеты показали, что пренебрежимо малые перемещения, полученные при статическом расчете, нарастают при расходящемся процессе деформирования до величины, соизмеримой с размерами арки. Проведенные исследования позволяют сделать следующий вывод: для оценки устойчивости арки достаточно выполнить деформационный расчет, контролируя градиент изменения перемещений. Следовательно, можно построить методику подбора сечения арки на деформационном анализе работы арки под конкретной нагрузкой.

Суть предлагаемой методики в следующем. Задается геометрия арки: при круговой форме оси – пролет и стрела подъема, при параболической – координаты узловых сечений. Определяются в соответствии с нормативными документами расчетные нагрузки. Задается на основе опыта (или произвольно) поперечное сечение арки – площадь поперечного сечения и момент инерции. Выполняется статический расчет арки (первый этап деформационного расчета). На основании его результатов проверяется выполнение условия прочности арки. Если условие прочности не удовлетворяется, то принимается новое сечение арки и снова выполняется статический расчет. Если условие прочности удовлетворяется, производится деформационный

расчет методом последовательных приближений. Расчет ведется до тех пор, пока градиент изменения перемещений не станет меньше заранее заданной точности расчета. Когда в ходе последовательных приближений градиент изменения перемещений увеличивается (сигнал о потере устойчивости), то процесс прекращают, и заданное сечение арки отвергается. Полученные при достижении заданной точности результаты используются для проверки прочности. Если условие прочности не удовлетворяется, то принимается новое сечение арки и для новых геометрических характеристик сечения арки вновь выполняется деформационный расчет. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет удовлетворено условие прочности.

Естественно, что для реализации методики нужна компьютерная техника. Автором составлены компьютерные программы, реализующие алгоритм при разных способах задания исходных данных. Деформационный расчет автоматически выявляет неустойчивое состояние арки. Процесс подбора сечения можно построить в интерактивном режиме.

В качестве иллюстрации методики приводится пример подбора сечения стальной параболической арки с пролетом 16 м и со стрелой подъема 8 м. Арку предполагается запроектировать из прокатного двутавра типа Б. Нагружение арки – собственный вес покрытия и арки – 5 кН/м. Ось арки задается координатами 17 сечений, расположенных на равном (по длине кривой) расстоянии друг от друга (ось арки разбивается на 16 равных частей). Расчетное сопротивление материала арки принято равным 240 МПа.

В первом приближении принят к расчету двутавр 12Б1, имеющий площадь поперечного сечения 11 см<sup>2</sup> и момент инерции 257 см<sup>4</sup>. Статический расчет арки дает результаты, приведенные в таблице 1. Принятые обозначения в таблице и дальнейшем тексте: М – изгибающий момент, N – продольная сила,  $\sigma$  – нормальное напряжение на наружных гранях профиля, U<sub>x</sub> – горизонтальное перемещение оси арки, U<sub>y</sub> – вертикальное перемещение оси арки. Все указанные величины – наибольшие по абсолютной величине в арке.

Как видно, условие прочности арки выполняется ( $\sigma < 240$  МПа), а вертикальное пере-

мещение составляет 1/286 пролета, что меньше допустимого (1/228). Выполним теперь деформационный расчет, скорректировав ось арки в соответствии с полученными перемещениями расчетных узлов арки. Уточненные значения расчетных параметров приведены в таблице 2. Здесь также приведены абсолютные отклонения в перемещениях: горизонтальных  $\Delta U_x$  и вертикальных  $\Delta U_y$ .

Уточнение оси арки дало существенное изменение параметров в сторону увеличения. Причем наибольшее напряжение превысило величину расчетного сопротивления, т. е. условие прочности не выполнено. Следовательно, необходимо принять новое сечение арки.

Интересно проследить за деформацией арки, если продолжить деформационный расчет. В таблице 3 приведены результаты на пятом уточнении.

Величины изгибающих моментов, напряжений и перемещений еще более выросли. При-

ращения перемещений за один цикл уточнения ( $\Delta U_x$  и  $\Delta U_y$ ) больше, чем те же величины на первом уточнении. Поэтому можно утверждать, что процесс уточнения – расходящийся (арка теряет устойчивость). Подтверждением этому служит форма арки, полученная после 15 уточнений, представленная на рисунке 1. Арка деформируется, смещаясь в одну сторону, что соответствует результатам модельных экспериментов [1].

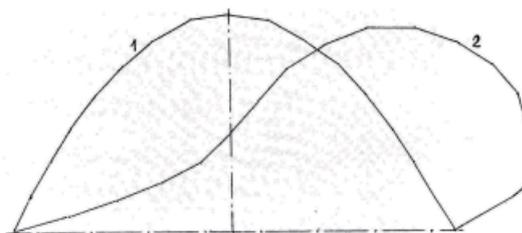


Рисунок 1. Исходная (1) и деформированная (2) арки

Таблица 1. Результаты статического расчета арки из двутавра 12Б1

| Наибольшие значения расчетных параметров |       |       |            |            |
|--|-------|-------|------------|------------|
| М, кНм                                   | N, кН | , МПа | $U_x$ , мм | $U_y$ , мм |
| 6,68                                     | 64,4  | 181,7 | 78         | 56         |

Таблица 2. Результаты первого уточнения расчета арки из двутавра 12Б1

| Наибольшие значения расчетных параметров |       |       |            |            |       |       |
|--|-------|-------|------------|------------|-------|-------|
| М, кНм                                   | N, кН | , МПа | $U_x$ , мм | $U_y$ , мм | $U_x$ | $U_y$ |
| 9,55                                     | 64,5  | 260,0 | 122        | 81         | 44    | 25    |

Таблица 3. Результаты пятого уточнения расчета арки из двутавра 12Б1

| Наибольшие значения расчетных параметров |       |       |            |            |       |       |
|--|-------|-------|------------|------------|-------|-------|
| М, кНм                                   | N, кН | , МПа | $U_x$ , мм | $U_y$ , мм | $U_x$ | $U_y$ |
| 13,90                                    | 64,3  | 360,0 | 200        | 102        | 57    | 15    |

Таблица 4. Результаты деформационного расчета арки из двутавра 14Б1

| Порядковый номер уточнения | Наибольшие значения расчетных параметров |       |       |            |            |       |       |
|----------------------------|--|-------|-------|------------|------------|-------|-------|
|                            | М, кНм                                   | N, кН | , МПа | $U_x$ , мм | $U_y$ , мм | $U_x$ | $U_y$ |
| 1 (без уточнения)          | 6,67                                     | 64,4  | 131,8 | 46         | 33         |       |       |
| 2                          | 8,37                                     | 64,5  | 164,4 | 61         | 42         | 15    | 9     |
| 5                          | 9,12                                     | 64,5  | 181,4 | 71         | 45         | 1,5   | 0,8   |
| 20                         | 9,42                                     | 64,6  | 185,4 | 76         | 45         | 0,05  | 0,03  |
| 26                         | 9,43                                     | 64,6  | 185,5 | 76         | 45         | 0,01  | 0,01  |

В продолжение проектирования для изготовления арки принимается двутавр 14Б1, имеющий площадь поперечного сечения 13,4 см<sup>2</sup> и момент инерции 435 см<sup>4</sup>. Выполняется деформационный расчет при ограничении числа уточнений (итераций) условием  $\Delta U \leq 0,01$  мм (приращение перемещений во всех расчетных узлах по абсолютной величине не превышают 0,01 мм). В таблице 4 приведены результаты деформационного расчета. Для иллюстрации процесса сходимости приведены промежуточные данные после выполненных итераций.

Рассмотрение таблицы позволяет сделать следующие выводы:

1 – процесс уточнения является сходящимся, следовательно, арка устойчива;

2 – напряжения в арке за счет изменения формы оси арки возросли на 12,8 %, но остались ниже расчетного сопротивления по пределу текучести, следовательно, прочность арки обеспечена;

3 – наибольший прогиб арки увеличился по сравнению с прогибом, определенным статическим расчетом на 36,3 %, но остался в пределах допустимого – относительный прогиб составляет 1/355 пролета, следовательно, жесткость арки обеспечена. Проектирование арки завершено.

Таким образом, можно утверждать, что деформационный расчет, выполняемый методом последующих уточнений, с контролем градиента изменения перемещений узлов арки, выполняемым на каждом шаге уточнения, позволяет одновременно оценить и прочность, и устойчивость арки. В результате расчета получается полная картина действительного напряженно-деформированного состояния арки и тем самым возникает уверенность в ее работоспособности. Методика позволяет выполнить проектирование при любом распределении нагрузки, действующей на арку.

10.04.2015

**Список литературы:**

- 1 Себешев, В.Г. Теоретическое и экспериментальное исследование несущей способности двухшарнирных арок / В.Г. Себешев, И.А. Чаплинский // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1975. – №9. – С. 43–49.
- 2 Себешев, В.Г. Несущая способность идеально упругопластических арок с учетом конечных перемещений / В.Г. Себешев, А.В. Мищенко // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1987. – №1. – С. 23–28.
- 3 Кузнецов, И.Л. Несущая способность геометрически, физически и конструктивно нелинейных решетчатых арок при многовариантном нагружении / И.Л. Кузнецов, Е.М. Сидорович // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1991. – №1. – С. 15–19.
- 4 Металлические конструкции: в 3 т. Т.2 Стальные конструкции зданий и сооружений. (Справочник проектировщика). – М.: АСВ, 1998. – 512 с.
- 5 Грицкова, Т. е. Методика расчета арок на устойчивость с учетом геометрической и физической нелинейности / Т. е. Грицкова // Промышленное и гражданское строительство. – 1994. – №2. – С. 21–22.
- 6 Грудев, И.Д. Форма оси, конструкция и расчет устойчивости арок / И.Д. Грудев, Н.Ю. Симон, В.А. Дворников // Промышленное и гражданское строительство. – 2008. – №5. – С. 22–24.
- 7 Колоколов, С.Б. Исследование процесса деформирования арочной конструкции как способ оценки ее устойчивости / С.Б. Колоколов // Вестник Оренбургского гос. ун-та. – 2010. – №2 (108). – С. 150–153.
- 8 Колоколов, С.Б. Исследование работы арочной конструкции при несимметричной нагрузке / С.Б. Колоколов // VI международная научная конференция «Прочность и разрушение материалов и конструкций». Материалы конференции – Оренбург, ОГУ, 2010. – С. 607–613.
- 9 Колоколов, С.Б. Деформирование и устойчивость стальных арок / С.Б. Колоколов // Эффективность строительных конструкций: теория и практика: сборник статей X Международной научно-практической конференции – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. – С. 92–95.
- 10 Колоколов, С.Б. Деформационный расчет и устойчивость стальных арок / С.Б. Колоколов // Инновационные технологии обучения в инженерном образовании: материалы международной научно-технической конференции «Инновационные строительные технологии, теория и практика / Науч. ред. В.И.Жаданов. – Оренбург: ООО ИПК «Университет», 2013. – С. 82–86.
- 11 Колоколов, С.Б. Исследование устойчивости стальной параболической арки деформационным методом / С.Б. Колоколов // Строительная наука – 2014: теория, образование, практика, инновации (посвящается 55-летию ИСиА САФУ): Сборник трудов международ. научно-техн. конф., г.Архангельск, 22-23 мая 2014г. – Архангельск: Изд-во ООО «Типография ТОЧКА», 2014. – С. 213–217.

Сведения об авторе:

**Колоколов Сергей Борисович**, профессор кафедры строительных конструкций  
Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор  
460018, Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 3126, тел. (3532) 372524, e-mail: [klklsb@yandex.ru](mailto:klklsb@yandex.ru)