УДК 517.968.742

Кучеренко М.Г., Кучеренко М.А.
Оренбургский государственный университет
Центр лазерной и информационной биофизики

О ДВУХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ С НЕЛОКАЛЬНОЙ КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Произведен анализ свойств двух известных эволюционных математических моделей биофизики и физики конденсированных сред, базирующихся на дифференциальных уравнениях параболического типа. Отмечается, что линеаризация билинейного нелокального члена первой модели позволяет использовать особенности структуры дискретного спектра редуцированного оператора для анализа динамического режима взрывной неустойчивости. Нелокальность второй модели включена в нелинейный оператор Фоккера-Планка, который обеспечивает пространственное структурирование системы даже при отсутствии в ней центров автокатализа. Показано, что обе модели не утрачивают своего смысла и могут быть перенесены без сколь-нибудь существенного изменения их структуры в область методологии образовательных процессов путем замены первоначальных биологических или физических понятий эквивалентными им понятиями теории познания. При удачной трансляции характеристик и параметров общие результаты и выводы эволюционных моделей могут быть использованы при разработке новых стратегий обучения и оригинальных образовательных методик.

Ключевые слова: эволюционные модели, процессы генерации-гибели, взрывная неустойчивость, пространственные структуры

В некоторых разделах биофизики и физики конденсированного состояния получили развитие так называемые эволюционные модели [1]–[5], применяемые для описания нетривиальных свойств систем потокового типа, имеющих самую различную природу. Как правило, эволюционные модели основываются на дифференциальных уравнениях параболического типа (первая производная по времени t) с диффузионным оператором $D\nabla_q^2$ и локальным, либо нелокальным реакционным членом w [1], [2]

$$\frac{\partial}{\partial t} n(q,t) = D\nabla^2 n(q,t) + w(q,t \mid n(q,t)) . \quad (1)$$

В математической физике такие уравнения иногда называют уравнениями типа «реакция-диффузия» [5], [6]. Реакционный член $w(q,t \mid n(q,t))$, в общем случае нелинейный по плотности $n(q,t)$ некоторой величины в пространстве переменных $q = \{q_i\}$, $i = 1,2...N$, размерности N, определяет как генерацию, так и распад $n(q,t)$. Обозначим через $\alpha(q,t)$ – скорость генерации, а через $\beta[n(q,t)]$ – скорость распада плотности $n(q,t)$. Тогда

$$w(q,t \mid n(q,t)) = \alpha(q,t)n(q,t) - \beta[n(q,t)]n(q,t) . \quad (2)$$

Например, скорость распада $\beta[n(q,t)]$ в модели Эйгена биологической эволюции в пространстве фенотипов [1] представляет собой функционал от плотности $n(q,t)$ следующего вида

$$\beta[n(q,t)] = \int \alpha(q',t)K(q',q)n(q',t)dq' \Big/ \int n(q,t)dq . \quad (3)$$

В некоторых случаях, нормировочный множитель в (3) может считаться постоянным: $\int n(q,t)dq = N$, как это принято, например, в модели Эйгена [1]. В зависимости от вида ядра $K(q',q)$ интегрального оператора (3) нелинейное слагаемое в (3) носит локальный характер, если $K(q',q) \sim \delta(q'-q)$, где $\delta(q)$ – дельта-функция Дирака, или нелокальный характер, при любом другом виде ядра $K(q',q)$. Так, в модели с нелокальной нелинейностью [1] $K(q',q) \sim 1$. В ряде локальных моделей принимается $\beta[n(q,t)] = \alpha \cdot n(q,t)$, и при $\alpha(q,t) = \text{const}$ уравнение (1) совпадает с хорошо известным уравнением Колмогорова-Петровского-Пискунова [7], [8], или уравнением Фишера [9], детально исследованном авторами [7]. Для последнего случая известны решения [5], [6], [8] в виде бегущих волн. В случае нелокального механизма конкуренции-распада (2)–(3) напрашивается естественная аппроксимация подинтегральной плотности $n(q,t)$ некоторой известной функцией, например, начальным значением $n(q,0) = n_0(q)$. Эта замена $n(q,t) \to n_0(q)$, линеаризующая уравнение (1), может рассматриваться как первый шаг (i=1) итерационной процедуры построения решения $n^{(i)}(q,t \mid n_0(q))$ [10]. Для нелокальной нелинейности линеаризующая аппроксимация $n(q,t) \to n_0(q)$ выглядит даже более оправданной, нежели в локальном случае, поскольку интегрирование в (3) сглаживает особенности пространственных изменений плотности $n(q,t)$.

Открытые нелинейные физические и химические системы потокового типа [2], по мере их отклонения от состояния термодинамического равновесия часто демонстрируют перестройку своих динамических режимов, или образование пространственно неоднородных структур. В еще большей степени это относится к биологическим и экологическим системам. В активных средах с источниками в виде центров размножения может получить развитие так называемая взрывная неустойчивость [2], [11]. Ее порог определяется конкуренцией между процессами генерации и распада (2) плотности эволюционирующего поля. Кинетическая схема процесса размножения представляет собой в химических терминах реакцию автокатализа

$$A + B \rightarrow 2A\,. \tag{4}$$

Такого рода процесс происходит и в известной цепной реакции деления атомных ядер, которая сопровождается увеличением числа нейтронов в каждом акте деления, индуцированном первичным тепловым нейтроном [11].

Рост величины плотности поля в результате наличия взрывной неустойчивости может быть ограничен действием нелинейного механизма распада, отражаемого членом $\beta[n(q,t)]n(q,t)$ в (1). Наиболее часто в химии и биологии, встречается нелинейность второго порядка: внутривидовая конкуренция, например, или попарная аннигиляция квазичастиц одного сорта. В данной работе мы ограничимся рассмотрением эволюционных моделей, основанных на дифференциальных уравнениях с транспортным оператором диффузионного типа и квадратичной нелокальной нелинейностью.

Модель 1. Биологическая эволюция в пространстве фенотипов

В [2] были рассмотрены кинетические переходы в системах со стохастическими источниками размножения, однако определенный интерес представляет и простейший случай неслучайного – регулярного заданного поля $\alpha(q,t)$ скоростей генерации плотности некоторой субстанции (биологической популяции, вещества и др.). Таким образом, в проводимом здесь анализе основной акцент будет сделан на проявлении механизма нелокальной нелинейности в формировании структур, а не на учете флуктуаций действия стохастических источников размножения.

Представив после выполненной линеаризации и замены $n(q,t) \rightarrow n_0(q)$ реакционный член (2) в виде $w(q,t \mid n(q,t)) = -W(q,t)n(q,t)$, замечаем сходство уравнения (1) с нестационарным уравнением Шредингера с мнимым временем

$$-\frac{\partial}{\partial t} n(q,t) = -D\nabla^2 n(q,t) + W(q,t)n(q,t)\,. \tag{5}$$

Тогда функция

$$W(q,t) = -\alpha(q,t) + \beta[n^{(i)}(q,t \mid n_0(q))]$$

формально представляет собой оператор поля, с которым взаимодействует система, а по сути – является взятой с обратным знаком результирующей скоростью «рождения-гибели» популяции. Тем не менее, как отмечалось многими авторами [1], [2], сходство с уравнением Шредингера дает возможность использования для анализа эволюционных задач с биологической или химической спецификой хорошо развитого аппарата квантовой механики.

В случаях, когда ядро $K(q',q)$ интегрального оператора (3) имеет простую структуру $K(q',q) = K(q')$, скорость распада $\beta[n(q,t)]$ уже не зависит от координат $\{q_i\}$, а зависит только от времени t. Тогда вклад актов распада в общее решение для плотности $n(q,t)$ учитывается универсальным образом

$$n(q,t) = g(q,t)\exp\left(-\int_0^t \beta(t')dt'\right). \tag{6}$$

Если же, как в модели [1], $K(q',q) \sim 1$, из выражения (3) получаем

$$\beta[n(q,t)] = \beta(t) = \langle \alpha \rangle_t = N^{-1}\int \alpha(q',t)n(q',t)dq'\,. \tag{3'}$$

Если скорость генерации $\alpha(q,t)$ не зависит от времени, т. е. $\alpha(q,t) = \alpha(q)$, подстановка (6) в (1) позволяет формально ввести «потенциальную энергию» $U(q) = -\alpha(q)$, а для функции $n(q,t)$ вместо (5) получаем уравнение

$$-\frac{\partial}{\partial t} g(q,t) = -D\nabla^2 g(q,t) + U(q)g(q,t)\,, \tag{7}$$

то есть «уравнение Шредингера» для системы в потенциальном поле $U(q)$. В зависимости от вида потенциала $U(q)$ спектр $\{\varepsilon_j\}$ собственных значений ε_j линейного оператора $L=-D\nabla^2+U(q)$ может быть либо дискретным, либо сплошным. Для дискретного спектра счетный набор $\{\varphi_j\}$ собственных функций $\varphi_j(q)$ может быть использован для построения плотностей $n(q,t)$ в виде

$$n(q,t)=\sum_j C_j \exp(|\varepsilon_j|t)\varphi_j(q)\exp\left(-\int_0^t \beta(t')dt'\right). \quad (8)$$

Постоянные C_j в (8) определяются начальным распределением $n_0(q)$, так как из (8) следует $n_0(q)=\sum_j C_j\varphi_j(q)$ и тогда $C_j=\int n_0(q)\varphi_j^*(q)dq$. Для локальных областей размножения $\alpha(q)>0$ в пространстве фенотипов $q=\{q_i\}$ собственные значения $-\varepsilon_j$ линейного оператора $-L=D\nabla^2-U(q)$, принадлежащие дискретному спектру, положительны [2]. Им соответствуют уровни отрицательной энергии ε_j, отвечающие связанным состояниям в «потенциальной яме» $U(q)=-\alpha(q)$. Экспонента с интегральным показателем в (6) и (8) не позволяет плотности $n(q,t)$ неограниченно возрастать во времени. Рост популяции (8) будет происходить до тех пор, пока выполняется неравенство

$$|\varepsilon_j|\cdot t>\int_0^t \beta(t')dt'$$

хотя бы для одного из собственных чисел ε_j. При $t\to\infty$ наступает стационарный режим, и численность популяции стабилизируется. Наиболее глубокий «уровень энергии» ε_0 будет определять условие стабилизации

$$|\varepsilon_0|t=\max|\varepsilon_j|\cdot t\to\int_0^t \beta(t')dt' \quad (9)$$

с ростом времени t.

Решению (8) может быть дана следующая интерпретация [1]. Растущие со временем экспоненты $\exp(|\varepsilon_j|t)$ отражают взрывной характер генерации плотности популяции в тех областях пространства, которые характеризуются достаточно большой величиной скорости $\alpha(q)$, и при этом они имеют достаточную пространственную протяженность, с тем, чтобы случайные блуждания с коэффициентом диффузии D не выводили систему из этих областей с высокой скоростью генерации населенности. Именно таким условиям отвечают наибольшие по модулю собственные значения ε_j [1]. Под блужданиями понимаются случайные вариации плотности биологической популяции по фенотипическим параметрам.

Точный вид «потенциала» $U(q)=-\alpha(q)$, как правило, неизвестен, и в случае пространства высокой размерности d рельеф $U(q)$ становится настолько сложным, что на практике имеет смысл рассматривать функцию $U(\{q_i\})$ как реализацию случайного поля аргументов q_i. Такой подход оказался плодотворным в квантовой электронной теории неупорядоченных сред [12] и эволюционной биологии [1]. Оказалось, что важнейшие результаты, касающиеся характера спектра и искомого поля плотности не чувствительны к изменениям реализаций стохастического потенциала $U(q)$. В качестве характеристик потенциала в этом случае часто используются первые моменты $\langle U(q)\rangle$ и $\langle U(q)U(q')\rangle$ случайного поля $U(q)$.

В работах [3], [4] отмечается, что появление сильной пространственной неоднородности эволюционирующих систем связано именно со стохастичностью потенциала $U(q)$. Причем если на промежуточной асимптотике в первоначально однородных системах типично появление ячеистых, или сеточных структур с преимущественным концентрированием субфазы в пределах ячеек или жгутов, то на далекой асимптотике, то есть при $t\to\infty$, характерно появление сравнительно редких малых областей, в которых преимущественно и сосредоточен весь конденсат. Авторы [3-4] предложили называть это явление *перемежаемостью*, подчеркнув, что возникновение структурирования обусловлено не нелинейностью эволюционных уравнений, а стохастическим характером поля $U(q)$ скоростей размножения. Авторы [3], [4] настаивают на принципиальном отличии перемежаемости от структур, уже изучавшихся в синергетике, в основе которой лежат процессы, описываемые нелинейными уравнениями. В то же время, в [2] и [5], никаких указаний на это нет, тем более, что и в уравнениях автокатализа нелинейные слагаемые, как правило, присутствуют, хотя и выполняют демпфирующую а не катализирующую функцию.

В простейшем предельном случае, когда скорость размножения $\alpha(q) = -U_0$ постоянна, задача имеет смысл при рассмотрении цепной реакции в ограниченной области Ω пространства [11]. При этом спектр диффузионного оператора определяется размерами и формой области Ω.

Модель 2. Сверхрешетки экситонной плотности

Другим примером эволюционной модели с нелокальной квадратичной нелинейностью может служить предложенная в [13] теория образования сверхрешеток плотности дистанционно взаимодействующих френкелевских экситонов в молекулярных кристаллах. В отличие от рассмотренного выше случая в модели автора [13] предложен нелокальный нелинейный механизм пространственного структурирования плотности экситонного поля, без автокатализа, но наряду с точечным квадратичным распадом (аннигиляцией) квазичастиц-экситонов. Потоковое уравнение генерации-аннигиляции экситонов записано в [13] в виде уравнения Фоккера-Планка с реакционным и истоковым членами

$$\frac{\partial}{\partial t} n(q,t) = -\mathrm{div}\,\mathbf{j}(q,t) - \frac{1}{\tau} n(q,t) - Kn^2(q,t) + Q \,. \quad (10)$$

Постоянные параметры в (10):
$1/\tau = \beta$ – скорость моноцентрового распада экситона; K – константа скорости парной аннигиляции экситонов; Q – источник генерации экситонов. K-компонента вектора плотности диффузионного потока экситонов имеет вид

$$j_k(q,t) = -\mathbf{D}_{kl}\left[\frac{\partial}{\partial q_l} n(q,t) - \frac{1}{k_B T} F_l(q,t) n(q,t)\right], \quad (11)$$

где $\mathbf{D}_{kl}$ – тензор диффузии экситонов; k_B, T – постоянная Больцмана и абсолютная температура, а величина $F_l(q,t)$ представляет собой l-компоненту вектора силы $\mathbf{F}(q,t)$, действующей на данный экситон, находящийся в точке с радиусом-вектором q, со стороны всех других экситонов кристалла с радиус-векторами q':

$$\mathbf{F}(q,t) = -\nabla_q \int V(q,q') n(q',t) dq' \,. \quad (12)$$

Функция $V(q,q')$ представляет собой парный потенциал экситон-экситонного взаимодействия. Таким образом, второе (сносовое) слагаемое диффузионного потока (11) является квадратично-нелинейным из-за наличия экситонной плотности $n(q,t)$ в интеграле (12). Вхождение плотности $n(q,t)$ в интеграл (12) обуславливает нелокальность квадратичной нелинейности в данной модели, а сила представляет собой функционал от плотности $n(q,t)$. Таким образом, в уравнении (10) присутствуют два члена с квадратичной нелинейностью: кооперирующий, то есть инициирующий группирование частиц на основе потока (11)–(12), и аннигиляционный – Kn^2. В рамках теории [13], ее автором была обнаружена неустойчивость однородного поля экситонной плотности, приводящая к образованию периодических пространственных скоплений квазичастиц – сверхрешеток их плотности, период которых существенно превышал постоянную кристаллической решетки, и по сути являлся примером появления диссипативной структуры – кинетическим фазовым переходом.

В отличие от автокатализа модели Эйгена экситонный автокатализ Сугакова возникает не в связи с увеличением абсолютной численности экситонных состояний в кристалле, а в результате тенденции к ассоциированию квазичастиц, вызванному их взаимным силовым притяжением (мультипольное или Ван-дер-Ваальсово взаимодействие).

Примечательно, что в работе [14], развивающей модель [13], уравнение (10) записано в дискретной по узлам решетки форме, что дало возможность представить диффузионный оператор через скорости $W_{\mathbf{nm}}$ прыжков экситонов на соседние узлы решетки. При этом учитывалось, что скорости прямых и обратных прыжков между узлами с векторными номерами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{m}$ не равны между собой, а удовлетворяют принципу детального равновесия

$$W_{\mathbf{nm}} / W_{\mathbf{mn}} = \exp\left(-\frac{E_{\mathbf{n}} - E_{\mathbf{m}}}{k_B T}\right). \quad (13)$$

Здесь, в (13), $E_{\mathbf{n}}$ – энергия взаимодействия между экситоном, находящимся в узле $\mathbf{n}$ решетки и всеми остальными экситонами кристалла. Как обычно, векторы $\mathbf{m}$ определяются базисными векторами $\mathbf{a}_j$ решетки:

$$\mathbf{m} = \sum_{j=1}^{d} m_j \mathbf{a}_j \,,$$

где m_j – целые числа; d – размерность пространства решетки. По аналогии с (12) в дискретном варианте энергия взаимодействия определяется выражением

$$E_{\mathbf{n}} = \sum_{\mathbf{m}} V(\mathbf{n},\mathbf{m}) n(\mathbf{m},t) . \qquad (14)$$

Таким образом, в качестве главных особенностей, присущих рассмотренным эволюционным моделям, можем отметить следующие.

1. Наличие в эволюционном уравнении Модели 1 слагаемого, ответственного за автокатализ, приводит к возникновению взрывного режима роста плотности $n(q,t)$, имеющего критическую зависимость от параметров задачи (критическая масса, критический размер, критическое значение коэффициента диффузии).

2. Ограничение роста плотности и в Модели 1 и в Модели 2 обеспечивают аннигиляционные слагаемые, со вторым порядком нелинейности по плотности, нелокальные (Модель 1), или локальные (Модель 2).

3. Причиной возникновения неоднородных пространственных структур (решеток, жгутов, островков плотности) могут явиться либо стохастические поля скорости размножения (соответствующий член уравнения может быть линейным по плотности), либо нелинейные члены в операторе, определяющем миграцию в пространстве с наложенным потенциальным силовым полем (Модель 2, несвободная миграция частиц в потенциале).

4. При необходимости может быть сформулирована общая модель, объединяющая обе рассмотренные. В такой объединенной модели за структурирование (перемежаемость) плотностных характеристик системы будут отвечать два механизма: автокаталитический и механизм образования нелинейного силового поля, влияющего на характер диффузионных перемещений изображающей точки в q-пространстве.

Общим результатом анализа моделей [1] и [13], [14], несмотря на их очевидные различия, является появление эффекта локального концентрирования плотности: биологических особей – как в [1] , или экситонов – как в [13], [14]. Причем природа самого пространства, в котором возникает структурирование плотности поля несущественна – это может быть как пространство фенотипов, так и конфигурационное пространство, в которое помещена неравновесная система. По достижению некоторых критических – бифуркационных значений параметров таких систем распределение плотности принимает островковый характер. Поскольку степень общности потоковых эволюционных моделей (1)–(3) и (10)–(12) является очень высокой (по сути дела и та, и другая модель отражают условия числового баланса многочастичной системы), можно предположить, что итоговый результат пространственного структурирования будет характерен и для систем иной природы, отличающейся от рассмотренных в [1] и [13], [14]. В качестве таковых могут выступать, например, информационные системы, или системы, типичные для образовательного процесса. В таком случае основная возникающая при этом проблема – определение точных эквивалентов динамических переменных и параметров моделей (1)–(3) и (10)–(12). Другой важный вопрос – существует ли для систем нефизической природы понятие, равнозначное термодинамически равновесному состоянию физико-химической системы. Последнее очень важно для появления диффузионных потоков, таких, например, которые фигурируют в (1) или (10)–(11), или их обобщений, а также связанных с этими потоками диссипативных процессов. Наконец, необходимо выяснить, какая из двух рассмотренных эволюционных моделей, (1) или (10)–(12), более близка для понимания информационной, или когнитивной динамики.

Эволюция плотности когнитивного поля в пространстве понятий [15]

Модель 1К. Свободно-стохастическая вариабельность характеристик в пространстве понятий

В распределенной модели Эйгена [1] (Модель 1) прямых указаний на действие термостата не наблюдается, поэтому ее применимость для когнитивных процессов и процессов обучаемости установить проще. Таблица эквивалентов между физическими (химическими, биологическими) характеристиками и величинами – с одной стороны и их когнитивными аналогами – с другой, может быть выбрана, например, следующим образом. Вместо пространства фенотипов $q=\{q_i\}$ может быть рассмотрено абстрактное «пространство понятий» размерности N, причем координатами q_i точек этого пространства могут служить некоторые, достаточно однозначно определенные характеристики понятий (например, степень восприятия новой информации, уровень ее сложности, уровень абстрактности и т. п.). В качестве аналога популяционной плотности $n(q,t)$ можно использовать понятие «плотности компетентностного поля» («компетентностной плотности»). В этом случае, очевидно, что сама компетентность в узкой области пространства понятий с дифференциально малым объемом $dq=dq_1...dq_N$, окружающим точку q, будет тогда определяться произведением $n(q,t)dq=n(q,t)dq_1...dq_N$. Общая компетентность индивидуума при таком подходе представляет собой интеграл по всему пространству понятий от плотности $n(q,t)$.

Реакционный член

$$w(q,t\,|\,n(q,t))=-W(q,t)n(q,t)$$

уравнения (1) тогда будет представлять собой скорость «генерации-гибели» «компетентностной плотности» (КП). В качестве «потенциала» $U(q)=-\alpha(q)$ в поле понятий можно рассматривать «потенциал повышения компетентности» обучаемого. Наконец скорость $\beta[n(q,t)]$ из (3), может трактоваться как «скорость распада компетентности», в линейном варианте – самопроизвольного, спонтанного, а в более общем случае (нелинейном) – самоиндуцированного. Примечательно, что при конверсии физико-биологической модели в гуманитарную область базовые функции $\varphi_j(q)$ могут быть отождествлены с самими компетенциями. Тогда временные изменения КП, как это видно из (8), будут представлять собой эволюцию множителей $C_j\exp(|\varepsilon_j|t)$ при компетенциях φ_j. Постоянные $\tilde{N}_j$ представляют собой весовые множители в начальном распределении $n_0(q)=\sum C_j\varphi_j(q)$ компетенций φ_j.

Комбинация «взрывного» и аннигиляционного факторов стабилизируют быстрый рост веса j-ой «гармоники» КП:

$$C_j\exp(|\varepsilon_j|t)\exp\left(-\int_0^t\beta(t')dt'\right).$$

Построение эквивалента для коэффициента диффузии D модели Эйгена не вызывает затруднений. В качестве такового может быть выбран «коэффициент вариабельности характеристик понятий» – как второй момент случайных смещений изображающей точки в пространстве понятий $D=\langle\delta q\,\delta q'\rangle/\tau_0$ за характерное время отдельного прыжка τ_0. Если предложенная система эквивалентов для Модели 1 принимается как результат удачной трансляции, то главный вывод оригинальной теории должен оставаться в силе и для переведенного варианта Модели 1К. Тогда нетривиальным результатом процесса обучения может явиться взрывная неустойчивость, приводящая к резкому росту «компетентностной плотности» $n(q,t)$, в области оптимальных, околокритических значений характеристик некоторых ключевых понятий. Поиск этих ключевых для формирования компетентности понятий и их оптимальных характеристик представляет собой отдельную задачу образовательной деятельности. Важно подчеркнуть методологическую обусловленность наличия таких областей в пространстве понятий и их критическое влияние на процесс повышения компетентности.

В [3], [4] отмечается, что эффект перемежаемости отчетливее выражен в q-пространстве без границ. В то же время критические параметры взрывной стадии роста цепной реакции определяются размерами критической области пространства. В задачах обучения представления об ограниченности пространственной области понятий кажутся практически более приемлемыми.

Модель 2К. Случайные изменения положений в пространстве понятий – как блуждания в области неэквивалентных состояний

В эволюционной модели Сугакова [13], которая содержит в качестве транспортного оператора не оператор свободной диффузии, а оператор Фоккера-Планка, фигурируют потенциал силового поля, посредством которого осуществляется взаимодействие между элементами системы (экситонами) и температура T термостата, в контакте с которым находится эта система. Подобрать точные эквиваленты для двух этих сущностей представляется более затруднительным, чем для Модели 1. Тем, не менее, в широком смысле, будем понимать под силовым потенциалом $V(q)$ изменение свойств пространства в точке q, в контексте возможного приобретения сносовой скорости у плотности $n(q,t)$. При таком подходе автоматически решается и проблема нахождения соответствующего эквивалента для температуры T. Действительно, сносовая скорость A это

$$A = \frac{D}{k_B T} \nabla_q V(q)\,, \qquad (15)$$

поэтому температура термостата и характеристики силового поля входят в модель лишь в комбинации (15). Необходимо лишь прямое определение сносовой скорости A. Переход к узловому представлению (13)–(14) освобождает от вычислений градиентов, однако требует вычислений решеточных сумм. Поэтому реализация Модели 2, особенно в случае многомерного пространства понятий, может потребовать использования высокопроизводительной вычислительной техники.

Таким образом, в качестве важных особенностей, присущих рассмотренным эволюционным моделям, которые могут найти применение в теории познания и обучения, необходимо отметить следующие.

1. Наличие в эволюционном уравнении слагаемого, ответственного за когнитивный автокатализ, может приводить к возникновению взрывного режима роста компетентностной плотности с преобладанием определенной компетенции φ_j.

2. Ограничение роста КП будут обеспечивать аннигиляционные слагаемые, со вторым порядком нелинейности по плотности, нелокальные (Модель 1К), или локальные (Модель 2К). Это можно трактовать как «эффект самоограничения» КП в тех областях q-пространства, где плотность $n(q,t)$ наиболее велика в определенные временные интервалы из-за «внутривидовой конкуренции».

3. Стохастические аспекты скорости размножения (увеличения) КП могут явиться причиной возникновения неоднородных структур в q-пространстве в результате явления перемежаемости [3], [4].

4. Общая эволюционная модель, объединяющая две базовые модели может быть использована для разработки стратегии обучения и оригинальных образовательных методик после формирования и апробации полного набора транслирующих эквивалентов. Очевидно, что возможности общей модели неизмеримо выше ее отдельных составляющих, однако ее актуальность может стать очевидной лишь после детальной разработки элементарных базовых конструкций.

К специфическим моментам, требующим дальнейшего осмысления и наполнения ранее известных понятий новым содержанием можно отнести, например, такие как неоднородность скорости генерации плотности компетентностного (когнитивного) поля; нелокальность – в смысле характеристик понятий – скорости конкуренции в пределах одного набора компетенций; эволюцию компетентностного поля в условиях разнесенных в пространстве понятий «взаимодействующих КП»; идентификацию механизма возникновения неоднородных структур плотности КП в пространстве понятий.

Попытки успешного использования естественнонаучных эволюционных моделей в гуманитарной сфере предпринимались и ранее. В этой связи уместно отметить работу [16], в которой на основе уравнений потокового типа производилось построение «теоретической истории», с предлагаемым набором эквивалентов и воспроизведением известных исторических событий и тенденций для ряда взаимодействующих стран европейского континента.

10.02.2015

Список литературы:

1. Эбелинг, В. Физика процессов эволюции. / В. Эбелинг, А. Энгель, Р. Файстель М.: Эдиториал УРСС. 2001. -328 с. Ebeling W., Feistel R. Physik der Selbst-Organisation und Evolution.— Berlin: Akademie-Verlag, 1982.
2. Михайлов, А.С. Критические явления в средах с размножением, распадом и диффузией / А.С. Михайлов, И.В. Упоров // Успехи физ. наук. 1984. Т. 144. – С. 79–112.
3. Зельдович, Я.Б. Перемежаемость пассивных полей в случайных средах / Я.Б. Зельдович, С.А. Молчанов, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов // ЖЭТФ. 1985. -Т. 89. – С. 2061– 2072

4. Зельдович, Я.Б. Перемежаемость в случайной среде / Я.Б. Зельдович, С.А. Молчанов, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов // Успехи физ. наук. 1987. -Т. 152. – С. 3– 32.
5. Васильев, В А. Автоволновые процессы. / В А. Васильев, Ю. М. Романовский, В.Г. Яхно М.: Наука. Современные проблемы физики. 1987.
6. Мартинсон, Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики. / Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2002. – 368 с.
7. Колмогоров, А.Н. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме / А.Н. Колмогоров, И.Г. Петровский, Н.С. Пискунов // Бюллетень МГУ. Серия Математика и механика. 1937. –Т. 1. –С. 1-26.
8. Ablowitz, M.J. Explicit solutions of Fisher's equation for a special wave speed / M.J. Ablowitz, A. Zeppetella // Bull. Math. Biology. 1979. – Vol.41. – P. 835-840.
9. Fisher, R.A. The wave of advance of advantageous genes / R.A. Fisher // Annals of Eugenics. 1937. – Vol.7. – P.355-369.
10. Кучеренко, М.Г. Кинетика статического нелинейного самотушения люминесценции в коллоидных системах / М.Г. Кучеренко // Коллоидный журнал. 1998. – Т.60. – №3. – С. 398-406. Kucherenko M.G. Kinetics of the static nonlinear self-quenching of luminescence in colloidal systems // Coll. J. 1998. – V.60. -№3. – P. 347-355.
11. Тихонов, А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. М.: МГУ. 1997.
12. Лифшиц, И. М. Введение в теорию неупорядоченных систем / И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур М.: Наука. 1982.
13. Сугаков, В.И. Свехрешетки экситонной плотности / В.И. Сугаков // Физика твердого тела. 1986. –Т. 28. №8. – С. 411-415.
14. Извеков, С.В. Индуцированные светом диссипативные свехрешетки плотности экситонов и вектора поляризации в молекулярных кристаллах с примесями / С.В. Извеков, В.И. Сугаков // Физика твердого тела. 1992. Т. 34. №1. – С. 103-107.
15. Кучеренко, М.Г. Эволюция плотности когнитивного поля в пространстве понятий / М.Г. Кучеренко, М.А. Кучеренко // Университетский комплекс как регион. центр образования, науки и культуры [Электронный ресурс]: материалы Всеросс. научно-методич. конфер. (с международным участием); Оренбург. гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ. 2015. – С. 1076-1083.
16. Чернавский, А.С. Синергетика и информация. Динамическая теория информации. Серия синергетика: от прошлого к будущему / А.С. Чернавский // УРСС. М.: 2004. – 288 с.

Сведения об авторах

Кучеренко Михаил Геннадьевич, директор Центра лазерной и информационной биофизики, заведующий кафедрой радиофизики и электроники Оренбургского государственного университета, доктор физ. мат. наук, профессор
Оренбург, 460018, пр-т Победы, 13, тел.: (3532) 372457, e-mail: rphys@mail.osu.ru

Кучеренко Марина Анатольевна, доцент кафедры общей физики Оренбургского государственного университета
Оренбург, 460018, пр-т. Победы, 13, тел.: (3532) 372457, e-mail: kumarin@rambler.ru