

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФРЕЗЕРОВАНИЯ ДРЕВЕСИНЫ

Сложность процесса резания древесины создаёт объективные трудности получения полного и точного аналитического описания связей между исходными условиями и оценочными показателями резания. Для обеспечения адекватности закономерностей, устанавливаемых теорией и экспериментом, при анализе процесса резания древесины необходимо учитывать большое число факторов, и в первую очередь – вязкоупругие характеристики обрабатываемого материала. В результате анализа действия сил со стороны реза на древесину для трёх главных направлений резания установлено, что с помощью напряжений сжатия и растяжения, возникающих в обрабатываемом материале при взаимодействии с режущим инструментом, можно не только описать сам процесс резания древесины для трёх главных направлений резания, но и существенно объяснить причину различий значения силы резания для этих случаев, не используя такое понятие как раскалывание древесины при резании. Предположено, что при срезании тончайших стружек острым режущим инструментом, толщина которых соизмерима с радиусом округления лезвия, действие реза на древесину в большей мере можно свести к действию лезвия, а действием передней грани, ввиду малой величины, можно пренебречь. В результате исследования получена математическая модель, разработанная с использованием математического аппарата реологии, что в теории резания древесины является новым методом механико-математического анализа, выведены формулы для определения величины силы резания древесины.

Ключевые слова: математическая модель, фрезерование древесины, реологическая модель, реологическое уравнение, сила резания

Одной из проблем современной науки о древесине и её переработке является создание адекватной модели древесины как капиллярно-пористого деформируемого тела.

Резание древесины представляет собой сложный процесс деформирования и разрушения стенок древесных клеток. Сложность объясняется особенностями макро- и микроструктуры древесины, различием и изменчивостью показателей её свойств по структурным направлениям, а также сочетанием в самом процессе разнородных механических, электрических, тепловых, звуковых и химических явлений [1,2].

Для описания процессов резания древесины и изнашивания режущего инструмента необходимо иметь систематизированные показатели свойств древесины, характеризующие её обрабатываемость. Они должны быть получены по специальным методикам испытаний, учитывающих специфику деформирования и разрушения древесины лезвием [3].

В связи с особенностями процесса резания древесины, как анизотропного материала со сложной слоисто-волоконистой и капиллярно-пористой структурой, а также значимостью процесса фрезерования как одного из наиболее распространённых способов обработки в деревообрабатывающих производствах, проблема точного аналитического описания процесса фрезерования древесины является актуальной.

Цель исследования: создание математической модели фрезерования древесины.

Задачей исследования является описание процесса фрезерования древесины путём разработки математической модели, учитывающей специфику деформирования и разрушения древесины лезвием в зависимости от направления резания, а также влияние важнейшего фактора процесса – скорости резания и механических характеристик древесины на силовые показатели резания.

Древесина, или, точнее, материал клеточных стенок, в основном представляет собой комплекс природных полимеров (каучукоподобные вещества), имеющих длинные гибкие цепные молекулы. Такая особенность строения полимеров древесины определяет особый характер их поведения под нагрузкой [4].

Связь процесса резания с вязкоупругими характеристиками материала является главной при рассмотрении процессов резания и образования трещины, а также явлений деформации и разрушения полимеров [5].

Закономерности резания древесины выражаются формулами, полученными как аналитическим, так и эмпирическим путём, позволяющими вычислить касательную и нормальную составляющие силы действия реза на древесину [6]. В основу расчётных формул заложены, в конечном счёте, пока-

затели физико-механических свойств древесины [2].

Аналитические формулы требуют экспериментальной проверки, так как при их выводе не учитывается затрата энергии на деформирование древесины за пределами упругости. Кроме того, в состав формул входят коэффициенты прочности древесины и коэффициенты трения скольжения древесины по поверхностям резца, величины которых ещё не определены с необходимой точностью для различных условий резания. Эти обстоятельства вызвали значительное количество экспериментальных исследований резания древесины, в которых, как и в теориях резания, основное внимание уделяли динамике резания [6].

Результаты многих исследований выражены универсальной эмпирической степенной формулой, которая в отличие от теоретических формул отображает не только работу резца при прямолинейном движении вдоль волокон или в направлении, нормальном им, но и работу инструмента в целом. Также положительными качествами эмпирических формул являются простота вывода и использования, что делает их удобными для расчёта сил при конструировании дереворежущих инструментов и для определения режимов работы деревообрабатывающих станков [6].

Однако эмпирические формулы не свободны от существенных недостатков. Основной из них – предположение при их выводе о независимости влияния каждого из условий резания на величину силы действия резца на древесину. В настоящее время многие опыты показывают, что на компоненты силы действия резца влияют не только отдельные условия резания, но и их сочетания. Это же следует и из теорий резания. Для вывода формул, учитывающих влияние на показатели резания как отдельных факторов, так и их комбинаций, необходимы дополнительные экспериментальные исследования по соответствующей данным условиям методике. Такая методика сейчас быстро развивается и используется при изучении резания древесины. Отмеченные недостатки степенной формулы снижают точность расчёта по ней ещё и потому, что не все закономерности резания древесины могут быть выражены степенными функциями. Эти обстоятельства ведут к тому, что с течением времени эмпиричес-

кие формулы утрачивают своё значение [6].

Значение теоретического анализа возрастает и в связи со сложностью экспериментального определения силовых параметров резания древесины [2,3].

Комплекс вопросов, характеризующих технологические свойства древесины при резании, охватывается понятием обрабатываемости древесины резанием. Древесину как обрабатываемый материал наиболее полно характеризуют показатели физико-механических свойств [2]. Плотность – важнейший показатель физических свойств древесины, с которым тесно коррелируются многие физико-механические её свойства [3]. Кроме того, плотность древесины является основной характеристикой, предопределяющей её прочностные свойства. С повышением плотности растут показатели пределов прочности древесины. Плотность и прочностные показатели древесины связаны с важнейшим из её технологических свойств – сопротивлением резанию. Сопротивление древесины резанию равно равнодействующей всех сил, действующей со стороны резца на древесину. Точного закона распределения всех действующих сил со стороны древесины на грани резца в процессе резания ещё нет [2].

В настоящем исследовании проанализировано действие сил со стороны резца на древесину для трёх главных видов резания на основании научных взглядов, описанных в трудах [1,2,10-15]. В результате анализа было установлено, что значительный интерес представляет описание процесса резания древесины для трёх главных направлений действия силы резания относительно направления древесных волокон с позиции создания в обрабатываемом материале трёх видов напряжённого состояния: сжатия, растяжения и сдвига. При этом считается, что горизонтальная составляющая силы резания сначала сжимает волокна древесины в соответствующем данной силе направлении, а затем вызывает явление сдвига, а вертикальная составляющая силы резания растягивает их в нормальном к горизонтальному направлению. Это допущение является важным моментом, так как с помощью напряжений сжатия и растяжения, возникающих в обрабатываемом материале при взаимодействии с резцом, можно не только описать сам процесс резания древесины для трёх главных направлений реза-

ния, но и существенно объяснить причину различий значения силы резания для этих случаев, не используя такое понятие как раскалывание древесины при резании.

При элементарном продольном резании древесины происходит сжатие древесины вдоль волокон в полужамкнутом пространстве, вызывающее явление сдвига, и растяжение между волокнами снимаемого слоя и волокнами, расположенными под поверхностью резания. Так как силы межволоконных связей считаются самыми слабыми в древесине и стандартные испытания для определения этой величины не проводятся, то можно принять значение этой величины равной пределу прочности древесины при растяжении поперёк волокон, помня однако о том, что величина предела прочности древесины больше чем величина силы межволоконных связей в ней.

При элементарном торцовом резании древесины происходит сжатие древесины поперёк волокон в тангенциальном направлении в полужамкнутом пространстве, вызывающее явление сдвига, и растяжение вдоль волокон.

При элементарном поперечном резании древесины происходит сжатие древесины поперёк волокон в тангенциальном направлении в полужамкнутом пространстве, вызывающее явление сдвига, и растяжение поперёк волокон в радиальном направлении.

Принятые допущения:

1. При срезании тончайших стружек острым резцом, толщина которых соизмерима с радиусом округления лезвия, действие резца на древесину в большей мере можно свести к действию лезвия, а действием передней грани, в виду малой величины, можно пренебречь. Действие лезвия представляется как действие тончайшей проволоочки (лезвие – нить), а площадь поверхности контакта задней грани резца с древесиной принимается равной нулю. При этом считается, что горизонтальная составляющая силы действия резца на древесину вызывает в ней напряжения сжатия, а вертикальная составляющая – напряжения растяжения.

2. В силу высоких скоростей нагружения, малых объёмов и стеснённого характера деформирования обрабатываемого материала, сложности точного определения значения вязкости древесины в момент разрушения, а также того, что третья стадия деформирования (деформирование древе-

синного вещества) при резании древесины практически не наступает, принимаются значения вязкости обрабатываемых пород древесины, соответствующие моменту их напряжённого состояния до разрушения, причём значение вязкости при сжатии и растяжении в пределах одной породы принимается одинаковым.

3. В процессе резания древесины при её сжатии лезвием мгновенный модуль упругости принят постоянным.

4. Нормальное удельное давление древесины на лезвие по всей его длине распределено равномерно.

5. Коэффициент внешнего трения между древесиной и резцом не зависит от нормального удельного давления.

Сила резания, необходимая для снятия стружки резцом при фрезеровании древесины [7,8], равна

$$P = P_0 + N_1 \cdot \sin\beta + F + F_1 \cdot \cos\beta, \quad H \quad (1)$$

где $F = N \cdot f$ – сила трения материала по задней грани резца, Н;

$F_1 = N_1 \cdot f_1$ – сила трения материала по передней грани резца, Н;

$P_0 = \delta \cdot l_{p.k} \cdot \sigma_{сж}$ – сила сопротивления движению острия, Н;

$N = l_{p.k} \cdot S_z \cdot \sigma_z$ – сила давления на задней грани резца, Н;

$N_1 = l_{p.k} \cdot S_z \cdot \sigma_{растяж}$ – сила давления на передней грани резца, Н;

β – угол резания, град.

Напишем формулу (1) в подробном виде, учитывая параметры, применяемые в монографии [9], получим:

$$P = l_{p.k} \cdot (\delta \cdot \sigma_{сж} + S_z \cdot \sigma_{растяж} \cdot \sin\beta + S_z \cdot \sigma_z \cdot f + S_z \cdot \sigma_{растяж} \cdot f_1 \cdot \cos\beta),$$

$$P = l_{p.k} \cdot (\delta \cdot \sigma_{сж} + \sigma_{растяж} \cdot (S_z \times (\sin\beta + f_1 \cdot \cos\beta)) + \sigma_z \cdot S_z \cdot f), \quad H \quad (2)$$

где $l_{p.k}$ – длина главной режущей кромки, мм;

δ – ширина главной режущей кромки, мм;

$\sigma_{сж}$ – напряжение сжатия, МПа;

S_z – подача на резец, мм;

$\sigma_{растяж}$ – напряжение растяжения, МПа;

β – угол резания, град;

S_3 – длина контакта по задней грани резца, мм;

σ_3 – напряжение сжатия на задней грани резца, МПа;

f – коэффициент трения задней грани резца о материал;

f_1 – коэффициент трения передней грани резца о материал.

Проинтегрируем при постоянной скорости резания реологическое уравнение, являющееся реологической моделью принимаемой для древесины:

$$\sigma + n \cdot \dot{\sigma} = n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon}, \quad (3)$$

где $\sigma = \sigma_p$ – разрушающее напряжение, Па;

ε – деформация материала;

$H = E_2$ – мгновенный модуль упругости, Па;

$E = E_1 \cdot E_2 / (E_1 + E_2)$ – длительный модуль упругости, Па;

$n = \eta / (E_1 + E_2)$ – длительность релаксации, с;

η – коэффициент вязкости.

$$\sigma + n \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} = n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon},$$

$$n \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} = n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon} - \sigma.$$

Разделяем переменные

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon} - \sigma}{n} \cdot dt,$$

$$\frac{\partial \sigma}{\sigma - n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} - E \cdot \ddot{\varepsilon}} = -\frac{1}{n} \cdot dt.$$

Проинтегрировав последнее уравнение получим:

$$\sigma - n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} - E \cdot \ddot{\varepsilon} = (e^{-\frac{1}{n}t}) \cdot C',$$

где $C' = e^C$

$$\sigma = n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon} + (e^{-\frac{1}{n}t}) \cdot C'.$$

В начальный момент взаимодействия резца с древесиной $t=0 \sigma=0$ значит

$$n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon} + (e^0) \cdot C' = 0,$$

$$C' = -n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} - E \cdot \ddot{\varepsilon},$$

$$\sigma = (n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon}) \cdot (e^{-\frac{1}{n}t}) - (n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} - E \cdot \ddot{\varepsilon}),$$

$$\sigma = (n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon}) \cdot (n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon}) \cdot (e^{-\frac{1}{n}t}). \quad (4)$$

Преобразовав уравнение (4) получим:

$$\sigma = (n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon}) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{n}t}). \quad (5)$$

Скорость деформации материала равна

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{t}. \quad (6)$$

Время деформации материала равно

$$t = \frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}}. \quad (7)$$

Сделав подстановку (7) в (5) окончательно получим:

$$\sigma = \sigma_p = (n \cdot H \cdot \dot{\varepsilon} + E \cdot \ddot{\varepsilon}) \cdot (1 - e^{-(\varepsilon/n) \cdot \dot{\varepsilon}}). \quad (8)$$

При продольном резании древесины:

$$\sigma_{сж} = (n_1 \cdot H_1 \cdot \dot{\varepsilon}_1 + E_1 \cdot \ddot{\varepsilon}_1) \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_1/n_1) \cdot \dot{\varepsilon}_1}), \quad (9)$$

$$\sigma_{растяж} = (n_2 \cdot H_2 \cdot \dot{\varepsilon}_2 + E_2 \cdot \ddot{\varepsilon}_2) \times (1 - e^{-(\varepsilon_2/n_2) \cdot \dot{\varepsilon}_2}). \quad (10)$$

При торцовом резании древесины:

$$\sigma_{сж} = (n_3 \cdot H_3 \cdot \dot{\varepsilon}_3 + E_3 \cdot \ddot{\varepsilon}_3) \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_3/n_3) \cdot \dot{\varepsilon}_3}), \quad (11)$$

$$\sigma_{растяж} = (n_4 \cdot H_4 \cdot \dot{\varepsilon}_4 + E_4 \cdot \ddot{\varepsilon}_4) \times (1 - e^{-(\varepsilon_4/n_4) \cdot \dot{\varepsilon}_4}). \quad (12)$$

При поперечном резании древесины:

$$\sigma_{сж} = (n_3 \cdot H_3 \cdot \dot{\varepsilon}_3 + E_3 \cdot \ddot{\varepsilon}_3) \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_3/n_3) \cdot \dot{\varepsilon}_3}), \quad (13)$$

$$\sigma_{растяж} = (n_2 \cdot H_2 \cdot \dot{\varepsilon}_2 + E_2 \cdot \ddot{\varepsilon}_2) \times (1 - e^{-(\varepsilon_2/n_2) \cdot \dot{\varepsilon}_2}). \quad (14)$$

Напишем формулу (2) с учётом найденных значений $\sigma_{сж}$ и $\sigma_{растяж}$ и сделав подстановку

$$a_1 = (n_1 \cdot H_1 \cdot \dot{\varepsilon}_1 + E_1 \cdot \ddot{\varepsilon}_1);$$

$$a_2 = (n_2 \cdot H_2 \cdot \dot{\varepsilon}_2 + E_2 \cdot \ddot{\varepsilon}_2);$$

$$a_3 = (n_3 \cdot H_3 \cdot \dot{\varepsilon}_3 + E_3 \cdot \ddot{\varepsilon}_3);$$

$$a_4 = (n_4 \cdot H_4 \cdot \dot{\varepsilon}_4 + E_4 \cdot \ddot{\varepsilon}_4),$$

получим:

$$P_{\text{прод}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot ((a_1 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_1 \cdot n_1): \varepsilon_1})) + (a_2 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_2 \cdot n_2): \varepsilon_2}))) \cdot (S_z \cdot (\text{Sin} \beta + f_1 \cdot \text{Cos} \beta)) + \sigma_3 \cdot S_3 \cdot f), H; \quad (15)$$

$$P_{\text{торц}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot ((a_3 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_3 \cdot n_3): \varepsilon_3})) + (a_4 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_4 \cdot n_4): \varepsilon_4}))) \cdot (S_z \cdot (\text{Sin} \beta + f_1 \cdot \text{Cos} \beta)) + \sigma_3 \cdot S_3 \cdot f), H; \quad (16)$$

$$P_{\text{попереч}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot ((a_3 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_3 \cdot n_3): \varepsilon_3})) + (a_2 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_2 \cdot n_2): \varepsilon_2}))) \cdot (S_z \cdot (\text{Sin} \beta + f_1 \cdot \text{Cos} \beta)) + \sigma_3 \cdot S_3 \cdot f), H. \quad (17)$$

С учётом принятого допущения $S_3 = 0$, получим:

$$P_{\text{прод}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot ((a_1 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_1 \cdot n_1): \varepsilon_1})) + (a_2 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_2 \cdot n_2): \varepsilon_2}))) \cdot (S_z \cdot (\text{Sin} \beta + f_1 \cdot \text{Cos} \beta))), H; \quad (18)$$

$$P_{\text{торц}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot ((a_3 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_3 \cdot n_3): \varepsilon_3})) + (a_4 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_4 \cdot n_4): \varepsilon_4}))) \cdot (S_z \cdot (\text{Sin} \beta + f_1 \cdot \text{Cos} \beta))), H; \quad (19)$$

$$P_{\text{попереч}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot ((a_3 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_3 \cdot n_3): \varepsilon_3})) + (a_2 \cdot (1 - e^{-(\varepsilon_2 \cdot n_2): \varepsilon_2}))) \cdot (S_z \cdot (\text{Sin} \beta + f_1 \cdot \text{Cos} \beta))), H. \quad (20)$$

Формулы (15-20) моделируют условия фрезерования древесины на различных скоростях резания для трёх главных направлений резания, показывают связь между механическими (в том числе и реологическими) характеристиками древесины как обрабатываемого материала и силовыми показателями резания.

Разработанная математическая модель фрезерования древесины как слоистого, волокнистого и пористого материала растительного происхождения с резко выраженными анизотропными свойствами, а также обладающего свойствами упруго-вязкопластического тела, учитывает влияние важнейшего фактора процесса – скорости реза-

ния и механических характеристик древесины на силовые показатели резания, а также специфику деформирования и разрушения древесины лезвием в зависимости от направления резания, что наиболее важно при описании процессов резания древесины и изнашивания режущего инструмента с точки зрения обрабатываемости древесины.

Сформулированная математическая модель фрезерования древесины позволяет обоснованно проводить расчёты силы резания для трёх главных направлений резания, а также касательной и нормальной составляющих силы резания и мощности, необходимой для резания.

12.02.2015

Список литературы:

1. Любченко В.И. Резание древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1986. – 296 с.
2. Чурилин А.А. Новое в резании древесины. М.: Лесная промышленность, 1967. – 122 с.
3. Зотов Г.А., Памфилов Е.А. Повышение стойкости дереворежущего инструмента. М.: Экология, 1991. – 304 с.
4. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения. М.: Лесная промышленность, 1986. – 368 с.
5. Роузен Б. Разрушение твёрдых полимеров. М.: Химия, 1971. – 528 с.
6. Ивановский Е.Г., Василевская П.В., Лаутнер Э.М. Фрезерование и пиление древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1971. – 96 с.
7. Анастасиев А.А., Архипов Н.Н., Жаров А.Н., Корнилов В.П., Сторожев В.В. Машины, машины - автоматы и автоматические линии лёгкой промышленности. М.: Лёгкая и пищевая промышленность, 1983. – 352 с.
8. Абрамов В.Ф., Соколов В.Н., Татарчук И.Р., Литвин Е.В. Технология и моделирование процессов резания в швейном и обувном производстве. М.: Московский государственный университет дизайна и технологии, 2003. с. 274-281.
9. Резник Н.Е. Теория резания лезвием и основы расчёта режущих аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. – 311 с.
10. Успасский П.П. Древесина и её обработка. Справочная книга авиационного инженера. М.: Оборонгиз, 1946. – 412 с.
11. Бердинских И.П., Кузнецов М.А. Производство деревянных самолётов. М.: Оборонгиз, НКАП, 1945. – 394 с.
12. Ивановский Е.Г. Резание древесины. М.: Лесная промышленность, 1974. – 200 с.
13. Модлин Б.Д., Хатилович А.А. Изготовление стружки для древесностружечных плит. М.: Лесная промышленность, 1988. – 152 с.
14. Демидов Ю.М. Измельчение древесины для производства древесностружечных плит. М.: Лесная промышленность, 1974. – 144 с.
15. Бершадский А.Л. Резание древесины. М.: Гослесбумиздат, 1956. – 328 с.

Сведения об авторах:

Булатасов Эдуард Олегович, аспирант кафедры пищевой биотехнологии факультета прикладной биотехнологии и инженерии Оренбургского государственного университета
e-mail: Eduard190319@mail.ru

Попов Валерий Павлович, заведующий кафедрой пищевой биотехнологии факультета прикладной биотехнологии и инженерии Оренбургского государственного университета,
кандидат технических наук, доцент

Ханин Виктор Петрович, доцент кафедры машин и аппаратов химических и пищевых производств факультета прикладной биотехнологии и инженерии Оренбургского государственного университета,
кандидат технических наук, доцент