

МЕТОДИКА РАСЧЕТА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КРАН-БАЛОК

Отдельные конструкции, находящиеся под действием преимущественно статической нагрузки, могут деформироваться и разрушаться вследствие наличия динамических воздействий, даже небольших по величине. Это связано с возникновением резонанса при приближении вынужденных частот колебаний конструкции к собственным частотам. При этом важно получить точные значения собственных частот, что для тонкостенных конструкций достигается учетом сдвигов не только от изгиба, но и от стесненного кручения.

Разработанная методика аналитического расчета собственных частот подвесных мостовых кранов, учитывает сдвиги срединной поверхности от изгиба и стесненного кручения. Учет сдвигов срединной поверхности позволяет сделать расчетную схему конструкции менее жесткой, что приближает ее к реальному объекту. Аналитические выражения для определения значений собственных частот колебаний позволяют прогнозировать изменения собственных частот в зависимости от параметров одно- и двухпролетных кран-балок.

Сравнение значений собственных частот, полученных по разработанной методике, со значениями, полученными при конечно-элементном анализе с помощью APM WinMachine и Autodesk Inventor, выявило, что расхождение между результатами расчетов не превышает 3% для изгибных колебаний и 10% для крутильных, что связано с отсутствием учета внутреннего трения. Оказалось, что частоты вынужденных колебаний кран-балок довольно близки к их собственным частотам. Полученная методика используется для исключения возможности резонанса при конструировании кран-балок и их элементов.

Ключевые слова: кран-балка, колебания, собственная частота, форма колебаний, напряжение.

При оценке некоторых видов конструкций, например кран-балок, наряду с расчетом элементов на прочность, необходимо проведение динамического расчета. Одной из задач динамического расчета является определение собственных частот колебаний элементов. Это необходимо для исключения возможного совпадения частот собственных и вынужденных колебаний элементов конструкции. В качестве возбудителей колебаний, в данном случае, выступают подвижные элементы конструкции – электродвигатель и редуктор. Следовательно, за частоты вынужденных колебаний принимаются частоты вращения ротора электродвигателя. Для определения собственных частот могут применяться метод конечных элементов и аналитические выражения для расчета тонкостенных конструкций. В последнем случае, существуют два подхода – не учитывающий деформации сдвига срединной поверхности, имеющий простой расчетный аппарат, и учитывающий эти деформации. В работах [1], [6]–[11] показано существенное влияние учета сдвигов на значения собственных частот. В работе [4] предложены уравнения для расчета на прочность и собственные частоты тонкостенных неразрезных балок, которые могут применяться и для кран-балок.

Целью исследования является разработка методики расчета собственных частот кран-балок, учитывающей сдвиги срединной поверхности от изгиба и стесненного кручения.

При этом были поставлены задачи:

1. Используя уравнения колебаний неразрезных балок тонкостенного профиля, определить аналитические уравнения для расчета собственных частот колебаний кран-балок.
2. Провести сравнение значений собственных частот, определенных с помощью аналитических выражений, со значениями, полученными с использованием конечно-элементного анализа.
3. Оценить возможность совпадения собственных частот кран-балок с частотами их вынужденных колебаний.

На рисунках 1 и 2 представлены краны мостовые подвесные однобалочный одно- и двухпролетные общего назначения.

Объектом исследования является тонкостенная неразрезная балка подъемного устройства, имеющая две оси симметрии. Производится определение собственных частот балки.

Уравнения для определения собственных частот балки рассмотрены в [4]. Так как сечение балки бисимметрично, то уравнения для поперечных и крутильных колебаний независимы и имеют вид:

$$\sin p_1 l_i \operatorname{shr}_1 l_i \frac{(p_1^2 - r_1^2)(p_1^2 r_1^2 - \lambda)}{p_1 r_1 (p_1^2 - \lambda)(r_1^2 + \lambda)} + 2(1 - \cos p_1 l_i \operatorname{chr}_1 l_i) = 0, \quad (1)$$

$$M_{1(i-1)}(p_2 \sin p_2 l_i + r_2 \operatorname{shr}_2 l_i) \sin p_2 l_{i+1} \operatorname{shr}_2 l_{i+1} + M_i((r_2 \cos p_2 l_{i+1} \operatorname{shr}_2 l_{i+1} + p_2 \sin p_2 l_{i+1} \operatorname{chr}_2 l_{i+1}) \sin p_2 l_i \operatorname{shr}_2 l_i + (r_2 \cos p_2 l_i \operatorname{shr}_2 l_i + p_2 \sin p_2 l_i \operatorname{chr}_2 l_i) \sin p_2 l_{i+1} \operatorname{shr}_2 l_{i+1}) + M_{i+1}(p_2 \sin p_2 l_{i+1} + r_2 \operatorname{shr}_2 l_{i+1}) \sin p_2 l_i \operatorname{shr}_2 l_i = 0, \quad (2)$$

$$B_{i-1}(p_3 \sin p_3 l_i - r_3 \operatorname{shr}_3 l_i) \sin p_3 l_{i+1} \operatorname{shr}_3 l_{i+1} + B_i((p_3 \cos p_3 l_{i+1} \operatorname{shr}_3 l_{i+1} - r_3 \sin p_3 l_{i+1} \operatorname{chr}_3 l_{i+1}) \sin p_3 l_i \operatorname{shr}_3 l_i + (p_3 \cos p_3 l_i \operatorname{shr}_3 l_i - r_3 \sin p_3 l_i \operatorname{chr}_3 l_i) \sin p_3 l_{i+1} \operatorname{shr}_3 l_{i+1}) + B_{i+1}(p_3 \sin p_3 l_{i+1} - r_3 \operatorname{shr}_3 l_{i+1}) \sin p_3 l_i \operatorname{shr}_3 l_i = 0, \quad (3)$$

где p_i, r_i – функции частот колебаний ($i=1, 2, 3$) [5], м^{-1} ;

l_i, l_{i+1} – длины i -го и $(i+1)$ -го пролетов, м (рисунок 3);

M_{ii} – изгибающий момент в вертикальной плоскости в сечении на i -ой опоре, $\text{Н} \cdot \text{м}$;

B_i – бимомент в сечении на i -ой опоре, $\text{Н} \cdot \text{м}^2$;

$$\lambda = \frac{\rho F k_{22}}{G} \omega_1^2;$$

r – плотность материала, $\text{кг}/\text{м}^3$;

F – площадь поперечного сечения, м^2 ;

k_{22} – коэффициент формы, м^{-2} ;

G – модуль упругости при сдвиге, $\text{Н}/\text{м}^2$;

ω_1 – собственная частота изгибных колебаний в вертикальной плоскости, $\text{рад}/\text{с}^2$.

Уравнения вида (1), характеризующие изгибные колебания в горизонтальной плоско-

сти, составляются для каждого пролета отдельно. Для рассматриваемого случая однопролетной балки и двухпролетной балки с равной длиной пролетов это уравнение принимает вид:

$$\sin p_1 l \operatorname{shr}_1 l \frac{(p_1^2 - r_1^2)(p_1^2 r_1^2 - \lambda)}{p_1 r_1 (p_1^2 - \lambda)(r_1^2 + \lambda)} + 2(1 - \cos p_1 l \operatorname{chr}_1 l) = 0. \quad (4)$$

Уравнения (2) и (3) представляют собой уравнения трех моментов и трех бимоментов. Этих уравнений можно получить на одно меньше числа пролетов. При составлении уравнений следует считать, что моменты и бимоменты в опорных сечениях равны нулю. Тогда, для двухпролетной балки, уравнения сводятся к виду:

$$(r_2 \cos p_2 l_2 \operatorname{shr}_2 l_2 + p_2 \sin p_2 l_2 \operatorname{chr}_2 l_2) \sin p_2 l_1 \operatorname{shr}_2 l_1 + (r_2 \cos p_2 l_1 \operatorname{shr}_2 l_1 + p_2 \sin p_2 l_1 \operatorname{chr}_2 l_1) \sin p_2 l_2 \operatorname{shr}_2 l_2 = 0, \quad (5)$$

$$(p_3 \cos p_3 l_{i+1} \operatorname{shr}_3 l_{i+1} - r_3 \sin p_3 l_{i+1} \operatorname{chr}_3 l_{i+1}) \sin p_3 l_i \operatorname{shr}_3 l_i + (p_3 \cos p_3 l_i \operatorname{shr}_3 l_i - r_3 \sin p_3 l_i \operatorname{chr}_3 l_i) \sin p_3 l_{i+1} \operatorname{shr}_3 l_{i+1} = 0. \quad (6)$$

Расчет производился с использованием системы MathCAD.

Сравнение полученных результатов производилось со значениями, полученными с использованием систем APM WinMachine и Autodesk Inventor. В первом случае использовался блок Beam, позволяющий производить расчет стержневых конструкций.

Расчетная схема балки приведена на рисунке 4. Рассматриваемые балки (рисунки 1 и 2) грузоподъемностью 5 тонн с профилем в виде двутавра типоразмера 30М имеют следующие

размеры: $l=7,5$ м; $h=300$ мм; $b=130$ мм; $t=15$ мм; $s=9$ мм.

Расчетные значения собственных частот для двухпролетной балки по формулам (4)–(6) и значения, полученные в APM WinMachine Beam, приведены в таблице 1.

Как видно из таблицы, разница между значениями не превышает 3% для изгибных колебаний и 10% для крутильных, что подтверждает возможность использования полученных аналитических формул для расчета кран-балок. Некоторое превышение значений

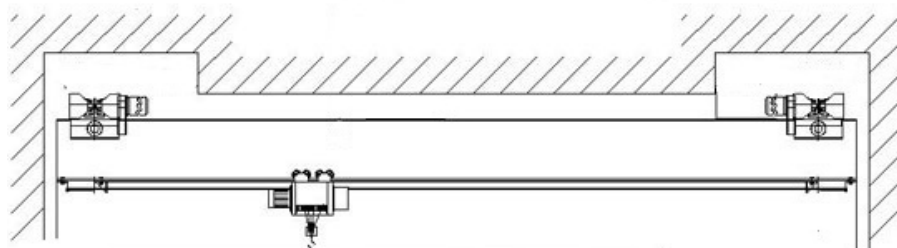


Рисунок 1. Кран мостовой подвесной однобалочный однопролетный общего назначения

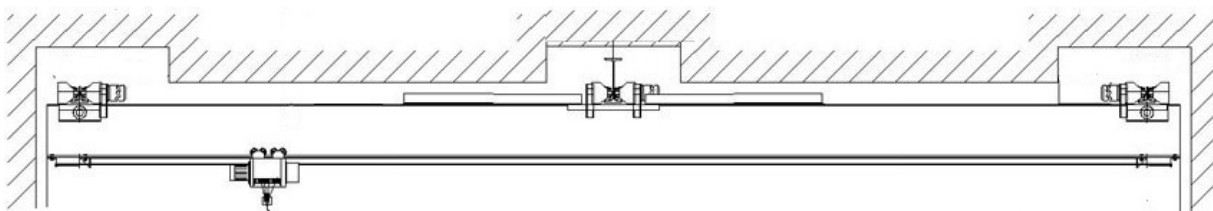


Рисунок 2. Кран мостовой подвесной однобалочный двухпролетный общего назначения

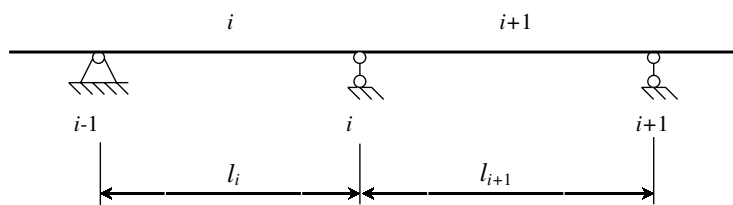
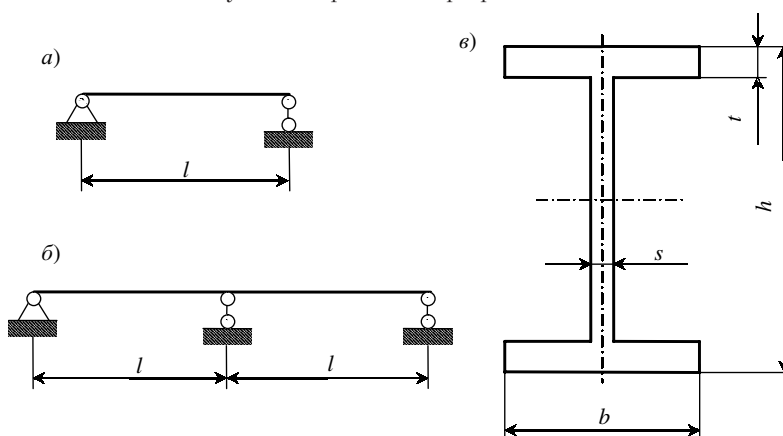


Рисунок 3. Фрагмент неразрезной балки



а) однопролетная балка, б) двухпролетная балка, в) поперечное сечение

Рисунок 4. Расчетная схема балки

Таблица 1. Значения собственных частот колебаний двухпролетной балки (рад/с)

| Номер формы | Изгиб в вертикальной плоскости | | Изгиб в горизонтальной плоскости | | Крутильно-депланационные колебания | |
|-------------|--------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|------------------------------------|-----------------|
| | Расчет | WinMachine Beam | Расчет | WinMachine Beam | Расчет | WinMachine Beam |
| 1 | 111,5 | 112,4 | 59,5 | 60,7 | 967,0 | 998,2 |
| 2 | 174,6 | 175,6 | 163,6 | 167,4 | 1932,0 | 1998,1 |
| 3 | 445,6 | 449,6 | 319,8 | 328,1 | 2948,0 | 2995,7 |
| 4 | 527,0 | 542,4 | 527,0 | 542,4 | 3960,0 | 3997,8 |
| 5 | 989,3 | 1011,5 | 783,5 | 810,3 | 4954,0 | 4988,7 |

обусловлено отсутствием учета внутреннего трения.

При расчете в Autodesk Inventor применяется оболочечный конечный элемент, при этом не выделяются отдельно крутильные и изгибные формы колебаний. Для анализа результатов все частоты сведены в таблицу 2.

Возбудителем вынужденных колебаний является вращающийся ротор электродвигателя. Частоты вынужденных колебаний для различных видов электродвигателей приведены в таблице 3.

Как видно из таблицы, ряд значений частот вынужденных колебаний близок к значениям собственных частот. Своевременное обнаружение таких совпадений позволяет избежать ре-

зонанса при работе кран-балки. Значения из таблицы 1 для наглядности сведены к графику (рисунок 5).

Частоты собственных крутильных колебаний (таблица 1) значительно превышают частоты вынужденных, поэтому они на графике не представлены. В диапазон частот, при которых потенциально система может войти в резонанс, попадают все первые частоты изгибных колебаний в горизонтальной плоскости и частота первой формы изгибных колебаний в горизонтальной плоскости.

В случае однопролетной балки (рисунок 4а) определение частот колебаний производится по методике для стержня с шарнирным закреплением концов [3].

Таблица 2. Сравнение значений собственных частот (рад/с)

| Номер формы колебаний | Аналитический расчет | Расчет в APM WinMachine Beam | Расчет в Autodesk Inventor |
|-----------------------|----------------------|------------------------------|----------------------------|
| 1 | 59,5 | 60,7 | 59,12 |
| 2 | 111,5 | 112,4 | 110,7 |
| 3 | 163,6 | 167,4 | 169,7 |
| 4 | 174,6 | 175,6 | 175,3 |
| 5 | 319,8 | 328,1 | 314,8 |
| 6 | 445,6 | 449,6 | 443,2 |
| 7 | 527,0 | 542,4 | 522,5 |
| 8 | 567,4 | 569,0 | 551,3 |
| 9 | 783,5 | 810,3 | 766,5 |
| 10 | 967,0 | 998,2 | 941,0 |
| 11 | 989,3 | 1011,5 | 979,2 |

Таблица 3. Частоты вращения валов электродвигателей

| Число полюсов | Синхронная частота вращения, об/мин | Частота при полной нагрузке | | |
|---------------|-------------------------------------|-----------------------------|----------|------------------|
| | | n , об/мин | n , Гц | $2\pi n$, рад/с |
| 2 | 3000 | 2900 | 48,3 | 303,7 |
| 4 | 1500 | 1450 | 24,2 | 151,8 |
| 6 | 1000 | 960 | 16,0 | 100,5 |
| 8 | 750 | 720 | 12,0 | 75,4 |
| 10 | 600 | 575 | 9,6 | 60,2 |

Таблица 4. Значения собственных частот колебаний однопролетной балки (рад/с)

| Номер формы | Изгиб в вертикальной плоскости | | Изгиб в горизонтальной плоскости | |
|-------------|--------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| | Расчет | WinMachine Beam | Расчет | WinMachine Beam |
| 1 | 106,7 | 109,7 | 59,5 | 60,7 |
| 2 | 435,1 | 438,7 | 163,6 | 167,4 |
| 3 | 986,2 | 987,1 | 319,8 | 328,1 |
| 4 | 1692,0 | 1754,9 | 527,0 | 542,4 |
| 5 | 2552,0 | 2742,1 | 783,5 | 810,3 |

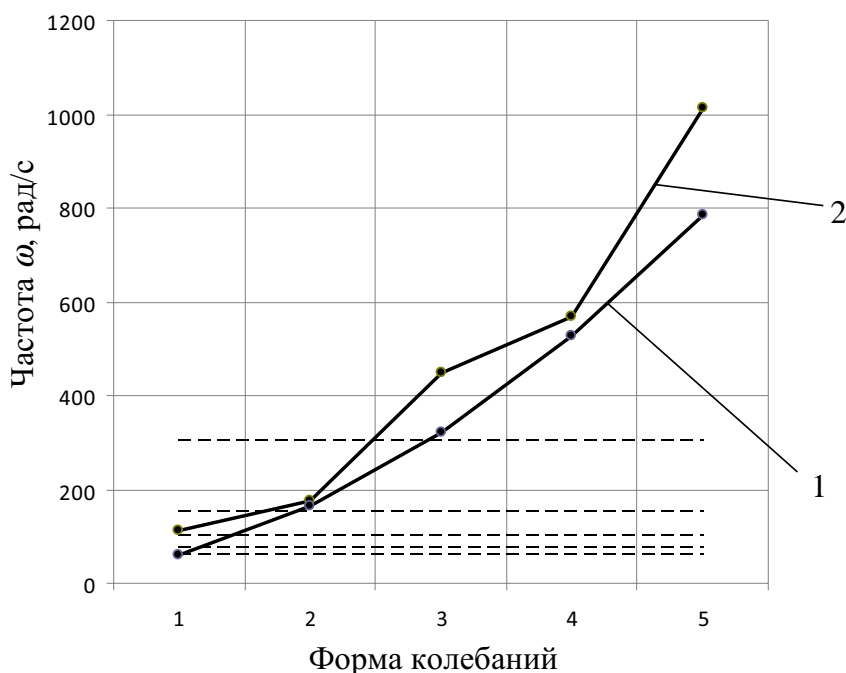


Рисунок 5. График распределения собственных частот (линия 1 – частоты изгибных колебаний в горизонтальной плоскости, линия 2 – частоты изгибных колебаний в вертикальной плоскости, пунктирные линии – значения частот вынужденных колебаний)

Учитывая особенности закрепления балки, будут определяться только частоты собственных колебаний в вертикальной плоскости, так как значения в горизонтальной соответствуют частотам, определенным ранее. Частоты крутильных колебаний гораздо больше частот вынужденных, поэтому не рассчитываются. Уравнения для определения частот:

$$A_{12}A_{34} - A_{14}A_{32} = 0, \quad (7)$$

где A_{ij} – элементы матрицы уравнения состояния тонкостенного стержня [3].

Результирующие значения частот сведены в таблицу 4.

Как и для случая двухпролетной балки, полученные результаты для однопролетной балки отличаются от значений собственных частот определенных в системе WinMachine Beam не более 7%.

На основании проведенного исследования были сделаны следующие выводы:

1. Разработана методика аналитического расчета собственных частот кран-балок, учитывающей сдвиги срединной поверхности от из-

гиба и стесненного кручения. Получены значения собственных частот для одно- и двухпролетных кран-балок. Учет сдвигов срединной поверхности делает расчетную схему конструкции менее жесткой, что приближает ее к реальному объекту.

2. Сравнение значений собственных частот, полученных по разработанной методике, со значениями, полученными при конечно-элементном анализе, показывает близость результатов. Частоты, полученные с помощью аналитических выражений, ближе к результатам, полученным при выборе оболочечного конечного элемента. Полученные аналитические выражения можно рекомендовать для анализа состояния конструкции.

3. Проведенный расчет показал, что частоты вынужденных колебаний кран-балок довольно близки к их собственным частотам. Своевременное обнаружение таких совпадений позволяет избежать резонанса в системе, например, путем изменения типа электродвигателя.

31.10.14

Список литературы:

1. Бейлин, В.А. Определение частот свободных изгибно-крутильных колебаний тонкостенных криволинейных стержней с учетом деформации вращения сечений / Е.А. Бейлин, Г.В. Лазарева // Л.: Ленингр. инж.-строит. инст. – 1985. – 13 с.
2. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Физматгиз, 1959. – 568 с.
3. Гаврилов, А.А. Влияние геометрических характеристик на значения частот свободных изгибных колебаний тонкостенных прямолинейных стержней / А.А. Гаврилов, Л.И. Кудина, Г.В. Куча, Н.А. Морозов // Вестник ОГУ. – 2011. – №5. – С. 146–150.
4. Гаврилов, А.А. Прочность и жесткость тонкостенных стержней при изгибных колебаниях / А.А. Гаврилов, Н.А. Морозов // Вестник ОГУ. – 2012. – №4. – С. 253–257.
5. Гаврилов, А.А. Расчет прочности тонкостенных стержней при изгибных колебаниях с помощью фиктивных нагрузок / А.А. Гаврилов, Н.А. Морозов, Ю.Л. Власов // Вестник ОГУ. – 2014. – №1. – С.167–170.
6. Гребенюк, Г.И. Расчет и оптимизация неразрезной балки тонкостенного профиля / Г.И. Гребенюк, А.А. Гаврилов, Е.В. Янков // Известия вузов. Строительство, №7. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2013. – С. 3–11.
7. Куча, Г.В. Прочность и жесткость тонкостенных стержней при изгибных колебаниях / Г.В. Куча, И.И. Мосалева // Вестник ОГУ. – 2012. – №9. – С. 107–110.
8. Корбут, Б.А. О динамической теории тонкостенных криволинейных стержней / Б.А. Корбут, Г.В. Лазарева // Прикладная механика. – 1982. – Т.ХХIII. №5. – С. 98–104.
9. Мещеряков, В.Б. Влияние сдвигов и внутреннего трения на спектры частот свободных колебаний тонкостенных стержней / В.Б. Мещеряков // Тр. МИИТ. – Вып. 343. – Транспорт, 1971.
10. Мещеряков, В.Б. О влиянии сдвигов на работу тонкостенных стержней / В.Б. Мещеряков // Инж. Журнал. 1965. – Т. 5, вып. 1.
11. Серегин, С.В. Влияние пластинчатых свойств тонкостенных стержней, смоделированных системой связанных пластин, на частоты и формы собственных колебаний / С.В. Серегин // Вестник МГСУ. – 2014. – №3. – С. 92–98.

Сведения об авторах:

Гаврилов Александр Александрович, ассистент кафедры машиноведения
Оренбургского государственного университета, e-mail: pialex@bk.ru

Морозов Николай Анатольевич, доцент кафедры машиноведения
Оренбургского государственного университета, e-mail: moroz.off.nick@yandex.ru

Власов Юрий Леонидович, доцент кафедры машиноведения
Оренбургского государственного университета, e-mail: ulvlasov@mail.ru

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20404, тел (3532) 372513