

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОКОЯ ЖИДКОСТИ В АВТОЦИСТЕРНЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ПО КРИВОЛИНЕЙНОМУ УЧАСТКУ ДОРОГИ

Разработана модель относительного покоя жидкости в частично заполненной жидкостью автоцистерне при движении на криволинейном участке дороги, учитывающая инертность жидкости. Получено уравнение свободной поверхности жидкости в автоцистерне. Определены координаты центра масс жидкости и зависимости сил инерции жидкости от скорости автоцистерны, объема залитой в нее жидкости и радиуса кривизны поворота.

Ключевые слова: автоцистерна, уровень жидкости, центр масс, сила инерции, криволинейное движение.

Перевозка жидкости с помощью автомобильного транспорта часто осуществляется автоцистернами, частично заполненными жидкостью. В процессе перевозки изменяется положение жидкости в автоцистерне, что влияет на движение автоцистерны. Так, в работе [1] рассмотрено влияние давления жидкого груза частично заполненной железнодорожной цистерны при столкновении с препятствием на горизонтальном участке пути. В работе [2] предложена математическая модель автоцистерны с перемещающейся в ней жидкостью при торможении. Тем не менее, в вышеуказанных работах не учитывалось изменение давления жидкости на боковую поверхность цистерны в поворотах.

В работах [3], [4] была предложена динамическая модель равномерного движения автоцистерны с частичным заполнением на криволинейном участке дороги. Однако, в данных работах не учитывалось изменение уровня жидкости в цистерне при движении в поворотах. Изменение уровня жидкости в повороте связано с действием на жидкость сил инерции. Данные силы приводят к перераспределению объема жидкости в цистерне путем смещения жидкости к стенке, удаленной от центра кривизны поворота (рисунок 1).

Таким образом, целью данного исследования является разработка динамической модели относительного покоя жидкости в автоцистерне на криволинейном участке дороги. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) получить уравнение свободной поверхности жидкости в частично заполненной автоцистерне;
- 2) разработать методику определения положения центра тяжести жидкости в повороте;
- 3) определить зависимости распределения сил инерции точек жидкости от скорости движения автоцистерны, объема залитой в нее жидкости и радиуса кривизны поворота.

В качестве объекта исследования примем автоцистерну круглого сечения (рисунок 2).

В качестве объекта исследования примем автоцистерну круглого сечения (рисунок 2).

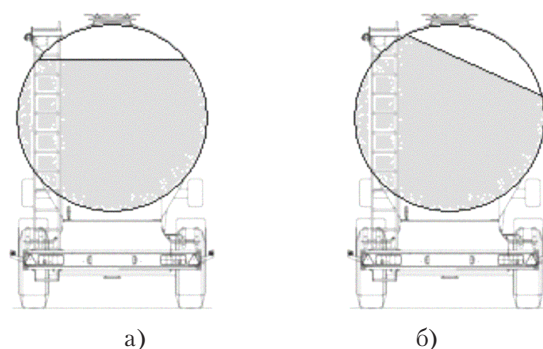


Рисунок 1. Уровень жидкости в движущейся автоцистерне: а) на прямолинейном участке дороги; б) в правом повороте

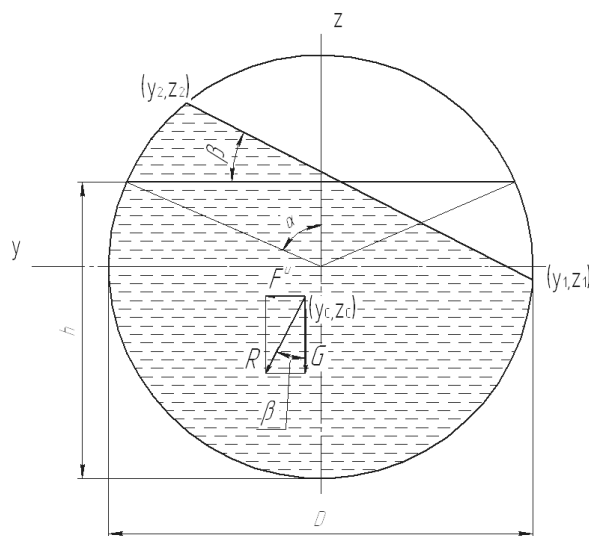


Рисунок 2. Поперечное сечение автоцистерны в повороте

Площадь сечения жидкости S определяется диаметром цистерны D и долей заполнения. Доля заполнения может быть выражена через половину угла раствора сегмента сечения α , получаемого из выражения:

$$S = \frac{D^2}{8} (2\pi - 2\alpha + \sin(2\alpha)). \quad (1)$$

Также долю заполнения цистерны можно охарактеризовать высотой уровня жидкости (рисунок 2):

$$h = \frac{D}{2} (1 + \cos \alpha). \quad (2)$$

Если координатные оси y и z , жестко связаны с движущейся цистерной, то по отношению к ним при равномерном движении автоцистерны в повороте с постоянным радиусом кривизны жидкость в ней будет находиться в состоянии относительного покоя. Силами вязкости жидкости, вследствие их малости, будем пренебрегать и считать, что жидкость практически мгновенно изменит свой уровень при въезде автоцистерны в поворот.

Дифференциальное уравнение поверхности уровня жидкости будет иметь вид:

$$a_e^n dy + g dz = 0, \quad (3)$$

где a_e^n – переносное нормальное ускорение точки жидкости, м/с².

g – ускорение свободного падения, м/с².

x, y – декартовы координаты точки жидкости, м/с².

Переносное нормальное ускорение точки жидкости:

$$a_e^n = \frac{v^2}{r}, \quad (4)$$

где v – скорость автоцистерны, м/с,

r – радиус кривизны поворота дороги, м.

Решением уравнения (2) будет являться выражение:

$$z = \frac{a_e^n}{g} y + C, \quad (5)$$

где C – постоянная интегрирования, м.

Определим постоянную интегрирования путем подстановки в уравнение (6) граничных условий: при $y=0$ будем иметь

$$z = \frac{D \cos \alpha}{2 \cos \beta},$$

где β – угол наклона жидкости к горизонту.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F^u}{G} = \frac{m a_e^n}{mg} = \frac{v^2}{r \cdot g}, \quad (6)$$

где F^u – сила инерции точки жидкости, Н,

G – сила тяжести точки жидкости, Н,

m – масса точки жидкости, кг.

Тогда:

$$C = \frac{D \cos \alpha}{2 \cos \beta}. \quad (7)$$

Уравнение, описывающее профиль свободной поверхности жидкости в автоцистерне, движущейся равномерно по криволинейному участку дороги, примет вид:

$$z = \frac{v^2}{r \cdot g} y + \frac{D \cos \alpha}{2 \cos \beta}. \quad (8)$$

Из полученного уравнения прямой (8) видно, что на одном и том же повороте разные цистерны, движущиеся с одинаковой скоростью, имеют одинаковый угол наклона уровней находящихся в них жидкостей к горизонту не зависимо от размеров цистерны и объемов залитых жидкостей (рисунок 3).

С другой стороны при изменении скорости движения цистерны или радиуса кривизны поворота дороги угол наклона уровня жидкости к горизонту будет меняться, что вызвано изменением переносного нормального ускорения точек жидкости, а, следовательно, изменением сил инерции (рисунок 4).

Координаты крайних точек уровня жидкости в соответствии с рисунком 2 принимают значения:

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= \frac{D}{2} \cos(\alpha \pm \beta), \\ y_{1,2} &= \mp \frac{D}{2} \sin(\alpha \pm \beta). \end{aligned} \quad (9)$$

При вычислении центра тяжести жидкости следует учитывать, что распределение жидкости

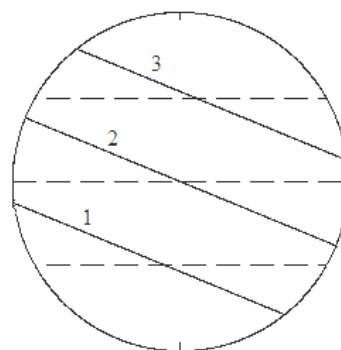


Рисунок 3. Уровни жидкости в автоцистерне $D=2$ м при движении по правому повороту ($r=100$ м) со скоростью $v=20$ м/с (1 – заполнение цистерны 20%, 2 – 50%, 3 – 80%)

по объему цистерны в повороте может иметь три различные формы в зависимости от первоначального уровня залитой в цистерну жидкости (рисунок 5). Данные формы различаются наличием определенных зон: зоны 1, зоны 2 и зоны 3.

Зона 1 полностью заполнена жидкостью как на прямолинейном участке, так и в повороте. Она с одной стороны ограничена стенкой цистерны, с другой – горизонтальным отрезком.

Зона 2 характеризуется различной степенью заполнения жидкостью на прямолинейном участке и в повороте, с одной стороны ограничена стенкой цистерны, с другой – наклонным отрезком.

Зона 3 не заполнена жидкостью на прямолинейном участке дороги и полностью заполнена в повороте, с одной стороны ограничена стенкой цистерны, с другой – горизонтальным отрезком.

Координаты центров тяжести определяются выражениями:

$$z_c = \frac{\int_{z_1}^{z_2} \int_{\frac{1}{\sin\beta} \left(z \cos\beta - \frac{D}{2} \cos\alpha \right)}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} z dy dz + \delta_1 \int_{\frac{D}{2}}^{z_1} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} z dy dz + \delta_2 \int_{z_2}^{\frac{D}{2}} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} z dy dz}{S},$$

$$y_c = \frac{\int_{z_1}^{z_2} \int_{\frac{1}{\sin\beta} \left(z \cos\beta - \frac{D}{2} \cos\alpha \right)}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} y dy dz + \delta_1 \int_{\frac{D}{2}}^{z_1} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} y dy dz + \delta_2 \int_{z_2}^{\frac{D}{2}} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} y dy dz}{S}. \tag{10}$$

где δ_1, δ_2 – коэффициенты, характеризующие наличие или отсутствие зон 1 и 3 в формах заполнения (зональные коэффициенты).

Зональные коэффициенты принимают значение 1 при наличии данной зоны и значение 0 – при ее отсутствии. Так при наличии зоны 1 $\delta_1=1$ (рисунки 5 б, 5 в), в противном случае $\delta_1=0$ (рисунок 5 а); при наличии зоны 3 $\delta_2=1$ (рисунок 5 в), в противном случае $\delta_2=0$ (рисунки 5 а, 5 б).

Рассмотрим цистерну диаметром $D=2$ м. Проведем расчеты по формулам (10) для слу-

чаев заполнения цистерны на 20% ($\alpha=2,085$ рад, $h=0,508$ м), 50% ($\alpha=1,571$ рад, $h=1$ м) и 80% ($\alpha=1,057$ рад, $h=1,492$ м). Графики зависимости положения центра масс от скорости и радиуса закругления поворота приведены на рисунке 6.

Влияние сил инерции жидкости на стенку автоцистерны будем характеризовать с помощью распределенной по высоте цистерны нагрузки. Интенсивность данной нагрузки определяется по формуле:

$$f_u(z) = \rho L \cdot \left(\begin{array}{l} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2} + \left. \begin{array}{l} \text{при } z < z_1 \delta_1 \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2} \\ \text{при } z_1 \leq z \leq z_2 - \frac{1}{\sin\beta} \left(z \cdot \cos\beta - \frac{D}{2} \cos\alpha \right) \\ \text{при } z < z_2 \end{array} \right\} \end{array} \right) \tag{11}$$

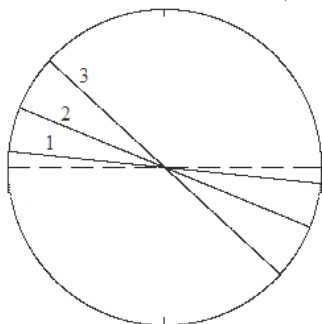


Рисунок 4. Уровни жидкости в автоцистерне $D=2$ м, заполненной на 50%, при движении по правому повороту ($r=100$ м) ($1 - v=10$ м/с, $2 - v=20$ м/с, $3 - v=30$ м/с)

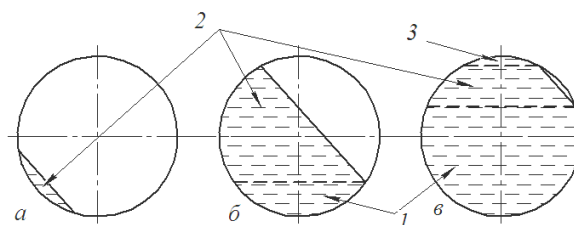


Рисунок 5. Зоны заполнения цистерны при различных формах заполнения

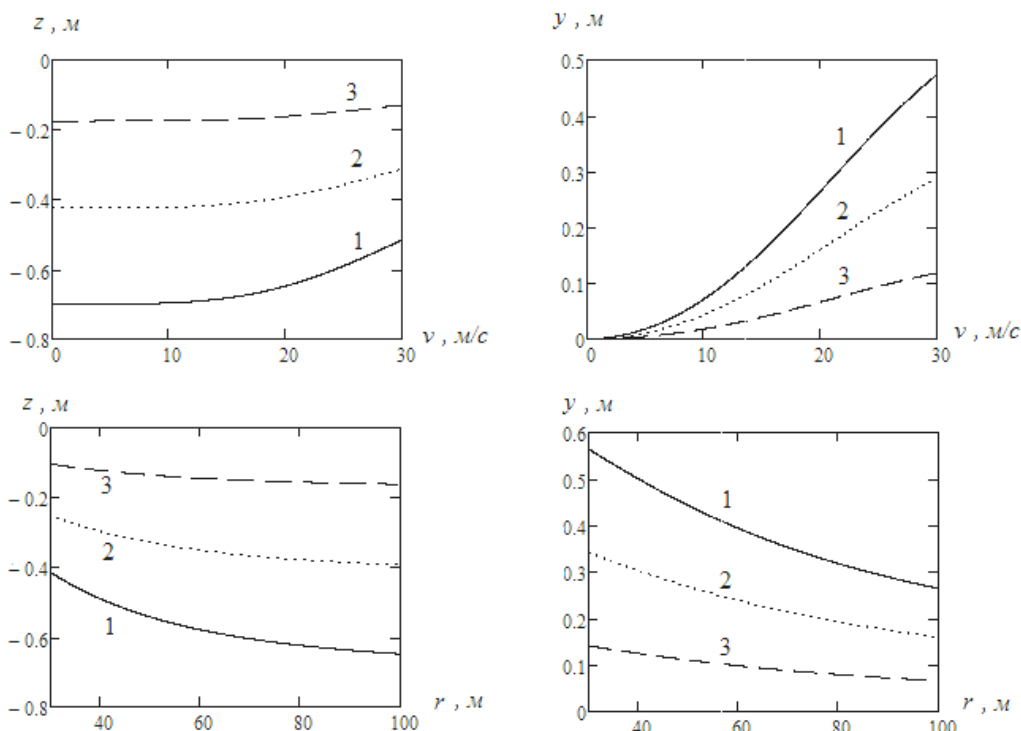


Рисунок 6. Зависимость координат центра тяжести жидкости от скорости и радиуса закругления дороги (1 – заполнение цистерны 20%, 2 – 50%, 3 – 80%)

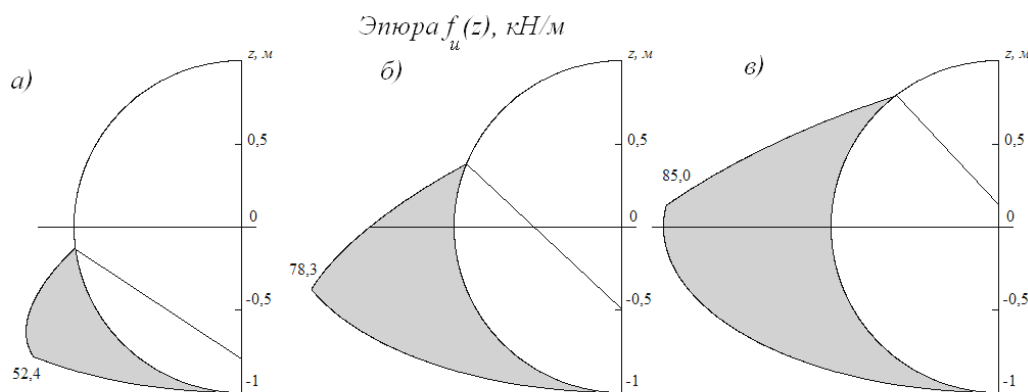


Рисунок 7. Этюра распределения сил инерции

где ρ – плотность жидкости, кг/м^3 ;

L – длина цистерны, м.

Для визуализации результатов расчетов построены графики интенсивности сил инерции для цистерны длиной 4 м, перевозящей воду (рисунок 7).

Таким образом, полученная динамическая модель относительного покоя жидкости в частично заполненной автоцистерне при равномерном движении на криволинейном участке дороги позволяет получить уравнение свободной поверхности жидкости. Данное уравнение

применяется для оценки распределения жидкости по объему цистерны, что позволяет использовать полученные результаты для определения положения центра тяжести жидкости. Кроме этого, разработанная динамическая модель позволяет определять интенсивность инерционной нагрузки со стороны жидкости на стенку цистерны. Полученные результаты рекомендуется применять при прочностных расчетах цистерн, а также для исследования динамических характеристик и устойчивости автомобилей, перевозящих жидкие грузы.

16.06.2014

Список литературы:

1. Кельрих, М.Б. Определение давления жидкого груза на днище котла железнодорожной цистерны при столкновении ее с препятствием / М.Б. Кельрих, С.И. Криль // Прикладна гідромеханіка. – 2011. Том 13. – №4. – С. 30–36.
2. Шимановский, А.О. Динамическая нагруженность конструкции цистерны при торможении / А.О. Шимановский, Г.М. Куземкина // Автомобильный транспорт. – 2006. – №19. – С. 32–34.
3. Власов, Ю. Л. Динамическая модель равномерного движения автоцистерны без перегородок с частичным заполнением / Ю. Л. Власов, Н. А. Морозов, А. А. Гаврилов // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2013. – №9. – С. 227–231.
4. Власов, Ю.Л. Расчет инерциальных характеристик автоцистерны с частичным заполнением [Электронный ресурс] / Ю.Л. Власов, А.А. Гаврилов. – Прикладная программа (0,36 Мб). Зарегистрирована в УФАП ОГУ №833 от 20 июня 2013 г. – Оренбург: ОГУ, 2013.
5. Власов, Ю.Л. Влияние расположения груза в кузове грузового автомобиля на устойчивость автомобиля в поворотах / Ю. Л. Власов [и др.] // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2011. – №4(123) – С. 152–155.

Сведения об авторах:

Гаврилов Александр Александрович, ассистент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Оренбургского государственного университета, e-mail: pialex@bk.ru

Власов Юрий Леонидович, доцент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, e-mail: ulvlasov@mail.ru

Морозов Николай Анатольевич, доцент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, e-mail: moroz.off.nick@yandex.ru

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, ауд. 20404, тел (3532) 372513