

## ОБОСНОВАНИЕ ГИПОТЕЗЫ НЕНЬЮТОНОВСКОГО ТЕЧЕНИЯ РАСТВОРОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ РЕОСЕПАРАТОРАХ

**В статье анализируются основные положения классической и гидродинамической теорий центробежной реосепарации. Предложено использовать новые математические зависимости для расчёта и проектирования реосепараторов и реоцентрифуг повышенной производительности, с более высокой степенью разделения растворов на фракции.**

**Ключевые слова:** Навье-Стокс, основы центробежной реосепарации, реологические модели, скорость движения частиц жидкости, производительность реоцентрифуг.

Дифференциальные уравнения движения вязкой ньютоновской жидкости в частных производных предложены выдающимися учёными: французским физиком Анри Навье и английским математиком Джорджем Стоксом. Математическим анализом и разрешимостью системы уравнений Навье-Стокса (в том числе для неньютоновских растворов) занимались и занимаются многие исследователи: Ладыженская О.А., Солонников В.А., Жиков В.В., Шукина А.Г., Петрин А.Б., Мартыненко С.И., Серёгин Г.А., Гарипов Р.М., Renardy M., Gazzola F., Wiegner M., Cattabriga L., Prodi G., Kozono H. и другие, но общего аналитического решения пока не найдено. Не доказано и не опровергнуто существование гладкости решения задачи Коши для трёхмерной системы уравнений Навье-Стокса.

Стоксом получено только частное решение:

$$u_c = g \cdot d^2 \cdot \Delta\rho / 18 \cdot \eta, \quad (1)$$

где  $u_c$  – скорость отделяемой от раствора частицы в гравитационном поле, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $d$  – диаметр частицы, м;  $\Delta\rho$  – разность плотности дисперсной фазы и дисперсионной среды, кг/м<sup>3</sup>;  $\eta$  – динамическая вязкость, Па·с.

Данная зависимость использована в классической Г. И. Бремера [1] и гидродинамической Е. М. и А. М. Гольдиных [2], [3] теориях реосепарации ньютоновских растворов. Теория сепарации молока Г. И. Бремера является основной теоретической базой сепарационной техники, в том числе, и для центробежных реосепараторов (ЦРС) с коническими тарелками.

Классическая теория содержит допущение о том, что идеальновязкая жидкость в конусных рабочих зазорах (КРЗ) у ЦРС имеет ламинар-

ный режим движения со средней скоростью. Используя формулу скорости Стокса (1) и заменяя  $g$  произведением  $(\omega^2 \cdot r)$  для расчёта нормального ускорения отделяемой в центробежном силовом поле частицы, Г. И. Бремер получил следующую зависимость

$$u_c = \omega^2 \cdot r \cdot d^2 \cdot \Delta\rho / 18 \cdot \eta, \quad (2)$$

а также выражение (3) для определения производительности  $V$  (м<sup>3</sup>/с) ЦРС:

$$V = d^2 \cdot \omega^2 \cdot z \cdot \pi \cdot H \cdot (r_0^3 - r_m^3) \times \\ \times \Delta\rho / 27 \cdot \eta \cdot (r_0 - r_m), \quad (3)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана ЦРС, рад/с;  $r$  – расстояние отделяемой частицы от оси вращения барабана, м;  $H$  – высота тарелки, выполненной в виде усечённого конуса, м;  $z$  – число тарелок в пакете;  $r_0$  и  $r_m$  – большой и малый радиусы конуса тарелки, м.

Соколов В. И. и другие учёные при вычислениях производительности используют выражение:

$$V = \beta \cdot d^2 \cdot \omega^2 \cdot z \cdot \pi \cdot (r_0^3 - r_m^3) \cdot \Delta\rho / 27 \cdot \eta \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (4)$$

где  $\beta$  – коэффициент эффективности реоцентрифуг.

Лукьянов Н.Я. получил формулу для вычисления  $V$  с учётом угла наклона образующей конуса  $\alpha$ :

$$V = 4,6 \cdot d^2 \cdot n^2 \cdot z \cdot (r_0^3 - r_m^3) \cdot \Delta\rho \cdot \operatorname{tg} \alpha / \eta, \quad (5)$$

где  $n$  – частота вращения барабана, с<sup>-1</sup>.

Продукты, перерабатываемые реосепараторами, обладают широким спектром механических свойств (вязкостью, пластичностью, упругостью, прочностью пространственной

структуры и др.), которые влияют на процесс центробежной реосепарации разных по концентрации многокомпонентных и многофазных растворов. Использовать одну теорию ньютоновского течения растворов в ЦРС мы не рекомендуем, т. к. в ряде случаев в барабаны не только поступает, но и выходит неньютоновская жидкость, например, обезжиренное молоко [4]–[6]. Формулы, указанные выше, справедливы только для ньютоновских растворов. Для неньютоновских жидкостей, в которых вязкость зависит от силы сдвига слоёв растворов, необходимо их преобразовать. Это можно сделать, представив динамическую вязкость  $\eta$  (во всех указанных выше формулах), как функцию градиента скорости потока жидкости:  $\eta = f(\dot{\gamma})$ .

Существуют различные реологические модели реальных растворов, например:

а) модель ВПЖ (вязкопластической жидкости Шведова-Бингама)

$$\theta = \theta_0 + \eta^* \cdot \dot{\gamma},$$

где  $\theta$  – напряжение сдвига слоёв жидкости, Па;  $\theta_0$  – предельное напряжение сдвига, Па;  $\eta^*$  – пластическая вязкость жидкости, Па·с;  $\dot{\gamma}$  – градиент скорости сдвига слоёв жидкости в потоке, с<sup>-1</sup>;

б) модель ППЖ (псевдопластической жидкости Оствальда-де Виля)

$$\theta = k \cdot \dot{\gamma}^n,$$

где  $n$  и  $k$  (Па·с<sup>n</sup>) – эмпирические коэффициенты (индекс течения и консистентная постоянная соответственно).

Знание модели раствора важно для обоснования параметров ЦРС, создающих при сепарации эффект многократного снижения вязкости перерабатываемого продукта (при постоянной температуре): сквашенного молока в производстве творога; тяжёлой нефти перед закачкой её в магистральный трубопровод и дрожжевых суспензий псевдопластического типа. Эти материалы перерабатываются на реосепараторах X20 и MBUX (компания «Alfa Laval», Швеция), что подтверждает неньютоновский режим течения растворов в барабане ЦРС. Это направление также требует дополнительных исследований, т. к. в теории сепарации данный эффект не учитывается.

Гольдины А. М. и Карамзин В. А. предложили зависимость (6), используя средние значения скорости движения частиц жидкости в

КРЗ (окружной  $u_\phi$  и радиальной  $u_\rho$ ), но эта зависимость не работает при  $u_\phi \neq 0$  и  $u_\rho = 0$ :

$$u_\rho = u_\phi / (1 - \lambda), \quad (6)$$

где  $\lambda$  – критерий устойчивости для потока жидкости, определяемый из отношения числа Рейнольдса (Re) к безразмерному расходу  $\xi$  (критерий Кибеля-Россби-Гольдина):

$$\lambda^2 = h^2 \cdot \frac{\omega \cdot \sin \alpha}{\nu} = \text{Re} / \xi, \quad (7)$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости, м<sup>2</sup>/с.

В гидродинамической теории Е. М. и А. М. Гольдиных использованы гипотезы: а) движение жидкости в КРЗ осесимметричное; б) число источников питания в зоне «нейтрального слоя» (граница раздела фаз) бесконечно.

Первое предположение проверялось на прозрачных моделях барабанов, вращающихся с небольшими угловыми скоростями  $\omega$  ( $\omega$ , используемые в промышленных реосепараторах, для этих моделей не допустимы из-за малой прочности пластмассовых деталей, стеклопластика). Поэтому возможность использования полученных с помощью прозрачных моделей результатов требует дополнительной проверки на промышленных ЦРС с большими значениями  $\omega$ .

В конструкциях серийных ЦРС малой производительности число источников питания ограничено, причём для обеспечения высокого качества сепарации достаточно трёх-четырёх питающих каналов, а увеличение их количества, как показала практика, не ведёт к повышению степени разделения фаз (не подтверждается предположение б). Требуются дополнительные исследования.

На основе расчётных схем движения частиц жидкости в КРЗ [7], составленных Г. И. Бремером, Е. М. Гольдиным и дополненных нами векторов скорости при сдвиге потока в окружном направлении, получены зависимости математического аппарата для определения параметров реосепарации с учётом реологических свойств растворов, позволившие интегрировать положения теорий реосепарации и вискозиметрии [8].

С учётом вышеизложенного нами получены уточнённые зависимости:

1) технологических параметров процесса реосепарации:

а) критерия устойчивости  $\lambda$  Гольдина Е.М. с учётом разности угловых скоростей  $\Delta\omega$  со-

седних тарелок барабана ЦРС для ньютоновских жидкостей:

– в сферической системе координат  $(\varepsilon, \rho, \varphi)$

$$\lambda = h \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot \omega_1 \cdot \Delta\omega \cdot \rho^3 \cdot \Pi \cdot \sin \alpha}{3 \cdot M \cdot I_{\alpha, \beta}}}, \quad (8)$$

где  $h$  – ширина КРЗ, м;  $\rho$  – координата отделяемой частицы, м;  $\Pi$  – плотность раствора, кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha$  и  $\beta$  – углы наклона образующих конусов, рад;  $M$  – момент вязкого трения между конусами при сдвиге, Н·м;  $I_{\beta}$  – параметр геометрии рабочего органа [8];

– в цилиндрической системе координат  $(z, r, \varphi)$

$$\lambda = r^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot h \cdot \omega_1 \cdot \Delta\omega \cdot \Pi}{2 \cdot M}}; \quad (9)$$

б) скорости Стокса для отделяемой частицы:

– в ньютоновской жидкости

$$u_c = d^2 \cdot \Delta\Pi \cdot 2\pi \cdot \Delta\omega \cdot \omega_1^2 \times \\ \times \rho^4 \cdot \sin \alpha / (27 \cdot M \cdot I_{(\alpha, \beta)}); \quad (10)$$

– в вязкопластической жидкости

$$u_c = d^2 \cdot \Delta\Pi \cdot \pi \cdot \Delta\omega \cdot \omega_1^2 \cdot r^5 / (36 \cdot M \cdot h \cdot \sin \alpha); \quad (11)$$

в) производительности ЦРС для ВПЖ:

$$V = d^2 \cdot \omega_1^2 \cdot z \cdot \pi^2 \cdot H \cdot (r_0^3 - r_m^3) \cdot \Delta\Pi \times \\ \times \Delta\omega \cdot r^4 / [54 \cdot M \cdot h \cdot (r_0 - r_m) \cdot \sin \alpha]; \quad (12)$$

2) кинематических и динамических параметров движения жидкости в КРЗ:

а) для ВПЖ

$$u_\gamma = [C \cdot (1/r_1 - 1/r_2) - \theta_0 \cdot (r_2 - r_1)] \cdot \cos \alpha / \eta^*; \quad (13)$$

$$\theta = \theta_0 \cdot r_1 / r_2 + \eta^* \cdot \Delta\omega \cdot r_1 / h; \quad (14)$$

$$C = \theta_0 \cdot r_2 \cdot r_1 + \eta^* \cdot \Delta\omega \cdot r_2^2 \cdot r_1 / h,$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы внутренней и наружной окружностей КРЗ в плоскости, перпендикулярной оси вращения барабана, м;

б) для ньютоновской жидкости:

$$M = \eta \cdot \pi \cdot \Delta\omega \cdot r^4 / 2h \cdot \sin \alpha; \quad (15)$$

$$u = u_\varphi - u_\gamma. \quad (16)$$

Расписывая выражение (16), получаем:

$$u = [V \cdot M_o / (2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot h \cdot N_o \cdot \sin \alpha)] - \\ - \Delta\omega \cdot \rho \cdot (1 - x/h) \cdot \sin \alpha, \quad (17)$$

где  $u$  – результирующая относительная окружная скорость движения частицы жидкости в КРЗ,

м/с;  $u_\varphi$  – относительная окружная скорость частицы жидкости, полученная Е. М. и А. М. Гольдиными, м/с;  $u_\gamma$  – скорость движения частицы жидкости, вызванная сдвигом потока (известна в теории вискозиметрии [8]), м/с;  $M_o$  и  $N_o$  – безразмерные параметры, зависящие от  $\lambda$  [3].

Одним из способов повышения степени разделения растворов на фракции является устранение причин образования турбулентных течений раствора в ЦРС. Их вызывают несовершенство каналов питания КРЗ, дистанционные шипики на конусных тарелках, препятствующие движению жидкости и противотоки в середине КРЗ [3], [9].

Завихрения потока жидкости по причине несовершенства каналов питания вызываются краями питающих отверстий в тарелках, которые поток огибает, меняя направление, при входе в КРЗ (рис. 1,б). Устранить это явление полностью не удаётся, хотя на некотором расстоянии от питающих отверстий турбулентные течения гасятся силой вязкого трения Ньютона  $F_B$  на поверхности тарелок, образующих КРЗ.

Вторая причина исключается при удалении дистанционных шипиков. Вместо них используются предложенные нами два тарелкодержателя с дистанционными кольцами [10].

Противотоки в середине КРЗ вызывают турбулентные течения раствора вследствие действия кориолисовых сил  $F_K$ , приложенных к частицам жидкости. Уменьшить эти силы можно увеличением силы вязкого трения  $F_B$  за счёт повышения разности угловых скоростей  $\Delta\omega$  вращения соседних тарелок ЦРС.

В поплавокных камерах у ЦРС это делается за счёт сдвига потока жидкости поплавокком. Сила вязкого трения Ньютона  $F_B$  (сила сдвига), создаваемая поплавокком на поверхности жидкости, компенсирует силу Кориолиса  $F_K$  в окружном направлении. Действует правило нейтрализации Кориолиса Ньютоном [7]:

$$F_B = F_K. \quad (18)$$

Причина вредного влияния противотока в КРЗ на степень разделения растворов на фракции в том, что частицы дисперсной фазы, попав в турбулентный поток, вызванный им, уносятся, не успев выделиться из раствора. Пример гашения противотока в КРЗ показан в работе [7]. В зонах КРЗ без противотока таким способом частично решается проблема гашения вих-

ревых потоков, огибающих края тарелок и питающих отверстий.

В развитие классической Г. И. Бремера и гидродинамической Е. М. и А. М. Гольдиных теорий реосепарации нами вводится гипотеза неньютоновского течения растворов в ЦРС. Сформулировано правило нейтрализации сил Кориолиса в окружном направлении силами вязкого трения Ньютона для обоснования способа гашения турбулентных течений. Теоретические основы центробежной реосепарации дополнены следующими положениями:

а) предложена и подтверждена гипотеза о подчинении движения отдельных материалов в ЦРС законам неньютоновской модели, обоснована целесообразность интегрирования положений теорий реосепарации и вискозиметрии;

б) уточнены:

– схемы рабочих пространств в ЦРС при сепарации суспензий и эмульсий, дополненные вектором скорости частицы жидкости, вызванной сдвигом потока в окружном направлении;

– зависимости критерия устойчивости процесса реосепарации от момента вязкого трения продукта, координат рассматриваемой точки в КРЗ, разности угловых скоростей рабочих конусов в сферической и цилиндрической системах координат;

– формула скорости Стокса для отделяемых от раствора частиц примесей в центробежном поле с учётом сдвига потока в КРЗ реосепаратора (для ньютоновских и неньютоновских жидкостей);

– зависимости производительности ЦРС от ширины КРЗ, угла наклона образующей конуса, момента вязкого трения между тарелками, разности угловых скоростей вращения соседних тарелок;

– зависимости окружной скорости движения частиц ньютоновской и вязкопластической жидкостей от предельного напряжения сдвига и пластической вязкости, ширины КРЗ, угла наклона образующей конуса тарелки, разности угловых скоростей вращения рабочих конусов ЦРС.

17.05.2013

**Список литературы:**

1. Бремер, Г. И. Жидкостные сепараторы / Г. И. Бремер. - М.: Машгиз, 1957.-243 с.
2. Гольдин, Е. М. Гидродинамический поток между тарелками сепаратора / Е. М. Гольдин. //Известия АН СССР. – 1957. - №7. – С.12-19.
3. Гольдин, А. М. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. /А. М. Гольдин, В. А. Карамзин. - М.: Агропромиздат,1985.-264 с.
4. Вайткус, В. В. Исследование режима гомогенизации питьевого молока, сливок и сметаны /В. В. Вайткус // Молочная промышленность. -1960.– №1. -С.12-13.
5. Вайткус, В. В. Изучение методов определения вязкости молока и сливок /В. В. Вайткус //Известия ВУЗов. Пищевая технология.– 1963.– №2. -С. 159-162.
6. Назаров, В. В. Обоснование механических свойств цельного молока. /В. В. Назаров, В. М. Кушнарченко //Вестник ОГУ. – 2012. – №1. – С.150-153.
7. Назаров С. В. Механика движения жидкости в центробежных реосепараторах двойного назначения /С. В. Назаров, В. В. Назаров. <http://www.i-mash.ru/materials/technology/19478-mekhanika-dvizhenija-zhidkosti-v-centrobrezhnykh.html>. – 16.01. 2012.
8. Белкин И. М. Ротационные приборы. Измерение вязкости и физико-механических характеристик материалов /И. М. Белкин, Г. В. Виноградов, А. И. Леонов. – М.: Машиностроение, 1967. – 272 с.
9. Соколов, В. И. Современные промышленные центрифуги /В. И. Соколов. – М.: Машиностроение, 1967. – 523 с.
10. Назаров В. В. Разработка нового оборудования для центробежной реосепарации нефтепродуктов /В. В. Назаров, С. В. Назаров. <http://www.i-mash.ru/materials/technology/razrabotka-novogo-oborudovaniya-dlja.html>. – 15.03.2012.

Сведения об авторах:

**Назаров Вячеслав Владимирович**, доцент кафедры деталей машин и прикладной механики Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, доцент

**Кушнарченко Владимир Михайлович**, заведующий кафедрой деталей машин и прикладной механики Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор

**Назаров Семён Вячеславович**, Физико-математический лицей, г. Оренбург

**Борискина Полина Александровна**, студент геолого-географического факультета Оренбургского государственного университета

**Алеева Ольга Николаевна**, студент геолого-географического факультета Оренбургского государственного университета

460018, пр-т Победы, 13, ауд. 4307а, тел. (3532) 372561, e-mail: reonaz.v.v@yandex.ru