## Быковская Л.В., Каримов Д.Р.

Оренбургский государственный университет E-mail: biklud@yandex.ru

# МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИХ И ИНТЕГРИРУЮЩИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Рассмотрены методы формирования кратковременных остроконечных импульсов из импульсов прямоугольной формы с помощью дифференцирующих цепей и импульсов пилообразной формы с помощью интегрирующих цепей. Проведен сравнительный анализ результатов физического и виртуального экспериментов. Обосновано использование виртуального эксперимента для моделирования дифференцирующих и интегрирующих цепей.

Ключевые слова: дифференцирующие цепи; интегрирующие цепи; цепи с R, L, C; эффект дифференцирования; эффект интегрирования.

В радиоэлектронике и электротехнике дифференцирующие и интегрирующие цепи широко применяются в импульсной технике для преобразования одной формы импульсов в другую. Часто это может быть выполнено путём их дифференцирования или интегрирования. Например, при формировании запускающих импульсов для управления работой ряда устройств импульсной техники (дифференцирующие цепи) или при выделении полезного сигнала на фоне шумов (интегрирующие цепи). Интегрирующие и дифференцирующие цепи находят применение в устройствах, содержащих узлы временных задержек, аналоговых и цифровых таймеров, фильтров. Они широко используется в телевидение для выделения кадровых низкочастотных синхроимпульсов большой длительности [1].

Исследование режимов работы интегрирующих и дифференцирующих цепей велось одновременно с развитием импульсной техники. Первое практическое применение импульсных режимов работы электрических устройств связано с изобретением русским учёным П. Л. Шиллингом электромагнитного телеграфа в 1832 году. Первая в СССР установка для импульсного измерения расстояний была создана в 1932 под руководством М.А. Бонч-Бруевича. Д.В. Агеев впервые предложил оригинальный метод подавления индустриальных помех с использованием дифференцирующих цепей, названный методом преобразования спектра сигнала.

Целью данного исследования являлось сравнение практических и виртуальных схем дифференцирующих и интегрирующих цепей, изучение возможностей формирования кратковременных остроконечных импульсов из импульсов прямоугольной формы с помощью диф-

ференцирующих цепей и импульсов пилообразной формы с помощью интегрирующих цепей.

Дифференцирующей является радиотехническая цепь, с выхода которой может сниматься сигнал, пропорциональный производной от входного сигнала [1]:

$$u_{\text{\tiny SbLX}}(t) \sim \frac{du_{\text{\tiny ex}}(t)}{dt}$$
 (1)

Аналогично, для интегрирующей цепи:

$$u_{\text{\tiny Bblx}}(t) \sim \int u_{\text{\tiny ex}}(t)dt \tag{2}$$

Поскольку дифференцирование и интегрирование являются линейными математическими операциями, указанные выше преобразования сигналов могут осуществляться линейными цепями, то есть схемами, состоящими из постоянных индуктивностей, емкостей и сопротивлений [1].

Рассмотрим цепь с последовательно соединёнными R, C и L, на вход которой подаётся сигнал  $u_{\rm ex}(t)$ , схема изображена на рисунке 1.

Выходной сигнал в такой цепи можно снимать с любого её элемента. При этом:

$$u_R(t) + u_C(t) + u_L(t) = R \cdot i(t) +$$

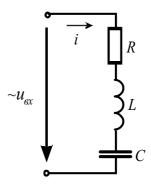


Рисунок 1. Цепь с последовательным соединением R I C

$$+\frac{1}{C}\cdot\int i(t)dt + L\cdot\frac{di(t)}{dt} = u_{ex}(t). \tag{3}$$

Очевидно, что поскольку значения  $\mathbf{u}_{\mathrm{R}}, \mathbf{u}_{\mathrm{C}}$  и  $\mathbf{u}_{\mathrm{L}}$  определяются параметрами R, C и L, то подбором последних могут быть осуществлены ситуации, когда  $\mathbf{u}_{\mathrm{R}}, \mathbf{u}_{\mathrm{C}}$  и  $\mathbf{u}_{\mathrm{L}}$  существенно неодинаковы [1].

Рассмотрим цепь, в которой  $u_L(t) \approx 0 \,\, ({\rm RC}$  – цепь).

A) 
$$u_C(t) >> u_R(t)$$

Тогда из (3) имеем:

$$i(t) = C \cdot \frac{du_{ex}(t)}{dt} \tag{4}$$

Отсюда следует, что напряжения на сопротивлении пропорционально производной от входного сигнала:

$$u_R(t) = R \cdot C \cdot \frac{du_{ex}(t)}{dt} = \tau_0 \cdot \frac{du_{ex}(t)}{dt}$$
 (5)

Таким образом, мы приходим к схеме дифференцирующего четырёхполюсника, показанной на рисунке 2, в которой выходной сигнал снимается с сопротивления R.

$$\mathbf{E})\;u_{\scriptscriptstyle R}(t)>>u_{\scriptscriptstyle C}(t)\;.$$

В этом случае из (3) получаем:

$$i(t) = \frac{u_{ex}(t)}{R} \tag{6}$$

и напряжение на емкости равно:

$$u_C(t) = \frac{1}{R \cdot C} \cdot \int u_{ex}(t) dt = \frac{1}{\tau_0} \cdot \int u_{ex}(t) dt$$
 (7)

Видно, что для осуществления операции интегрирования необходимо использовать RC-цепочку в соответствии со схемой на рисунке 3.

Для получения как эффекта дифференцирования, так и интегрирования, сигнал снимаем с элемента, на котором наименьшее падение напряжения. Величина  $\mathbf{u}_{\text{вых}}(\mathbf{t})$  определяется значением постоянной времени  $\mathbf{t}_{\text{0}}$ , равной RC для RC-цепочки [2].

Очевидно, что эффекты дифференцирования и интегрирования в общем случае отвечают, соответственно, относительно малым и большим  $t_0$  [3].

Коэффициент передачи идеального дифференцирующего четырёхполюсника ( $K_{11}$ ) равен:

$$\dot{K}_{U} = \frac{U_{\text{obs}X}}{\dot{U}_{\text{ex}}} = j\omega\tau_{0} \tag{8}$$

Рассмотренная нами дифференцирующая цепь имеет коэффициент передачи:

$$K = \frac{R}{R + X_C} = \frac{j\omega \cdot \tau_0}{1 + j\omega \cdot \tau_0} \tag{9}$$

Из сравнения (8) и (9) видно, что рассмотренная нами цепь будет тем ближе к идеальной, чем лучше выполняется условие [3]

$$wt_0 << 1$$
 (10)

Совершенно аналогично можно показать, что для удовлетворительного интегрирования требуется выполнение условия [3]

$$\operatorname{wt}_{0} >> 1 \tag{11}$$

В качестве примера, иллюстрирующего дифференцирование и интегрирование сигналов, рассмотрим отклик RC-цепей, показанных на рисунках 2 и 3, на прямоугольный импульс. Возьмём цепь, на выходе которой стоит сопротивление (рисунок.2), найдём осциллограмму выходного напряжения, т. е. вид  $\mathbf{u}_{\mathbf{R}}(t)$ . Пусть в момент времени t=0 на входе возникает скачок напряжения  $\mathbf{U}_{\mathbf{0}}$  (рисунок 4).

В этом случае для  $0 < t < t_u$  можно записать уравнение цепи в виде:

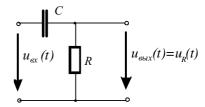


Рисунок 2. Схема дифференцирующей цепи

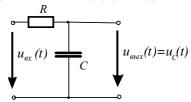


Рисунок 3. Схема интегрирующей цепи

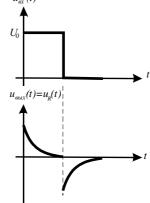


Рисунок 4. Входной и выходной импульсы дифференцирующей цепи

$$U_0 = \frac{1}{C} \cdot \int i(t)dt + u_R(t) \tag{12}$$

После дифференцирования получим

$$\frac{du_R}{R} + \frac{U_R}{\tau_0} = 0 \tag{13}$$

Поскольку ёмкость C не может зарядиться мгновенно, то для  $t{=}0,\ U_{R}{=}U_{\theta}$  всё входное напряжение оказывается приложенным к сопротивлению.

Экспоненциальный спад выходного напряжения описывает процесс зарядки ёмкости через сопротивление R и соответствующее перераспределение напряжения между R и C. При этом постоянная времени  $\mathbf{t}_{\theta}$  характеризует скорость зарядки ёмкости и может быть интерпретирована как время, за которое напряжение  $U_R$  уменьшится в e раз [4], [5].

Для проведения эксперимента было использовано следующее оборудование: генератор импульсов Г6-15, осциллограф С-1-68, вольтметр В7-26. В качестве исходных данных установим U=3 B;  $\tau=55$  mc.

Определим частоту и емкостное сопротивление: рад

$$f=18,182\ {\it Ги};$$
  $\omega=2\cdot\pi\cdot f=114,24\ {{\it pad}\over c}\;;$   $C=1\ {\it M}{\it K}\Phi\;;$   $X_{\it C}={1\over\omega\cdot C}=8754\ {\it Om}.$ 

Проведем реальный и виртуальный эксперимент, зная емкостное сопротивление и необходимые условия для работы дифферецирующих и интегрирующих цепей: R < 8754 Ом для дифференцирующей цепи; R > 8754 Ом для интегрирующей цепи. Результаты экспериментов представлены в таблицах 1, 2.

Осциллограммы, полученные на реальных установках в лаборатории и в среде Electronics Workbench, показаны в таблице 3.

Погрешность эксперимента

$$\sigma = \frac{x_{\perp} - x_{usm}}{x_{\perp}} \cdot 100\%,$$

где  $x_{\mathcal{I}} = U_{\scriptscriptstyle \mathrm{Bыx}}$ , напряжение на выходных зажимах при проведении эксперимента в виртуальной лаборатории Electronics Workbench;

 $x_{_{\rm изм}} = U_{_{\rm вых}}$ , напряжение на выходных зажимах при проведении эксперимента в лаборатории кафедры ТОЭ.

Таблица 1. Результаты реального эксперимента

	R, кОм	С, мкФ	Uвх, В	tвх. мс	Uвых, В
Дифференцирующая	1	1	3	55	2,38
цепь	5	1	3	55	1,89
Интегрирующая цепь	9	1	3	55	0,78
	33	1	3	55	1,92

Таблица 2. Результаты виртуального эксперимента в Electronics Workbench

	R, кОм	С, мкФ	Uвх, В	tвх. мс	Uвых, В
Дифференцирующая цепь	8	1	3	55	2,349
	5	1	3	55	1,815
Интегрирующая	9	1	3	55	0,740
цепь	33	1	3	55	1,959

По данным значениям R и C был произведен расчет относительной погрешности для каждого опыта. Результаты расчётов представлены в таблице 4.

Сравнивая представленные в таблицах 1-4 результаты экспериментов, делаем следующие выводы:

При любом методе формирования импульсов дифференцирующая цепь укорачивает входные импульсы, интегрирующая цепь удлиняет.

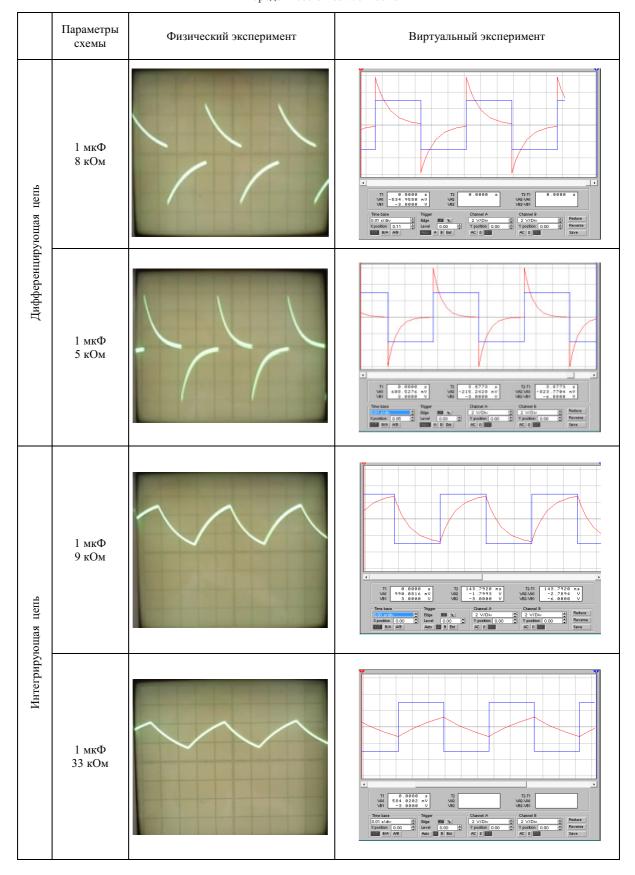
Расхождение между значениями полученными на физическом стенде и в программе Electronics Workbench лежит в пределах от 1.3 до 5.8%. Расчет показал, что эффект дифференцирования достигается при малом  $\tau_0$ , а эффект интегрирования точнее при большем  $\tau_0$ .

Идеального дифференцирования можно было бы достичь, если бы входное напряжение было равно напряжению на емкостном элементе, рисунок 2, но это возможно только при равенс тве активного сопротивления нулю[6], что в реальных условиях как видно из осциллограмм (таблица 3) достичь невозможно.

Идеальное интегрирование возможно при равенстве входного напряжения напряжению на резистивном элементе, рисунок 3, то есть при коэффициенте передачи равном нулю, что лишено физического смысла.

Таким образом, для решения исследовательских задач с целью получения идеального дифференцирования возможно использо-

Таблица 3. Сравнение осциллограмм, полученных на реальных установках и в среде Electronics Workbench



#### Быковская Л.В.Методы исследования дифференцирующих и интегрирующих электрических цепей

Таблица 4. Относительные погрешности опытов

Дифференцирующая цепь		Интегрирующая пепь			
1 мкФ; 8 кОм	1 мкФ; 5 кОм	1 мкФ; 9 кОм	1 мкФ; 33 кОм		
$\sigma_1 = 1,362\%$	$\sigma_2 = 4,518\%$	$\sigma_3 = 5.811\%$	$\sigma_4 = 1,838\%$		

вание виртуального эксперимента. Моделирование дифференцирующих и интегрирующих цепей в Electronics Workbench, в отличие от физического эксперимента позволяет варьировать параметры в широких пределах.

31.05.2013

#### Список литературы:

- 1. Манаев, Е.И. Основы радиоэлектроники. 4-е изд. М.: Эдиториал УРСС, 2013. 512 с.
- 2. Джонс, М.Х. Электроника. 2-е изд., исправленное. М.: Техносфера, 2006, -513 с.
- 3. Казаков, Б.Н. Дифференцирующая RC-цепь в усилительном тракте системы счета фотонов / Б.Н.Казаков, А.В.Михеев, И.Г.Мотыгуллин // Приборы и техника эксперимента, 2005. №3. С. 42-45.
- 4. Лукин А.Н., Мальцев А.В. Отношение сигнал/шум для сигналов бесконечной длительности на выходе интегрирующей цепи// Вестник Воронежского института МВД России, 2011.
- 5. Быковская, Л.В. Математическая модель точности показателей качества серийно выпускаемого асинхронного двигателя. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Л. В. Быковская; рук. Н. Г. Никиян. Оренбург: ОГУ, 1999. 125 с. + табл.
- 6. Ушакова, Н.Ю. Анализ линейных электрических цепей в стационарных и переходных режимах/ Н.Ю.Ушакова, Л.В. Быковская. М.: ООО «ТиРу», 2012. 134 с.: рис. Библиогр.: с. 133. ISBN 978-5-93883-212-1.

#### Сведения об авторах:

**Быковская Людмила Владимировна,** доцент кафедры теоретической и общей электротехники электроэнергетического факультета Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, доцен, e-mail: biklud@yandex.ru

**Каримов Дамир Ринатович,** студент электроэнергетического факультета Оренбургского государственного университета, e-mail: sl\_damir@mail.ru 460000, г.Оренбург, Шарлыкское шоссе, 5, тел. (3532) 372880, e-mail: toe@unpk.osu.ru

#### **UDC 621.37**

# Bykovskaya L.V., Karimov D.R.

Orenburg state university, e-mail: toe@unpk.osu.ru

#### THE RESEARCH METHODS OF DIFFENRENTIALING AND INTEGRATING CIRCUITS

The were researched the methods of forming of short peaky impulses from square-wave impulses by the differentiating circuits and saw-edged impulses with the integrating circuits. The were displayed the physical and virtual experiments results. Use of virtual experiment for modeling of differentiating and integrating chains is proved.

Key words: differentiating circuit; the integrating circuit; circuits with R,L,C; differentiation effect; integrating effect.

## Bibliography:

- 1. Manayeu, E.I. Fundamentals of electronics. 4th ed. Moscow: Editorial URSS, 2013. 512 p.
- 2. Jones, M.H.Elektronika. 2nd ed., Revised. M.??Technosphere, 2006, -513 p.
- 3. Kazakov, B.N. The differentiating RC-circuit in amplification tract system photon counting / B.N.Kazakov, A.V.Miheev, I.G.Motyigullin // Instruments and experimental techniques, 2005. − №3. − With. 42-45
- 4. Lukin, A.N, A. Maltsev Signal / noise ratio for signals of infinite duration on the output of the integrating circuit / / Herald of the Voronezh Institute of Ministry of Internal Affairs of Russia, 2011.