УДК 514.76

Харитонова С.В.
Оренбургский государственный университет
E-mail: hcb@yandex.ru

ТЕНЗОР КОНГАРМОНИЧЕСКОЙ КРИВИЗНЫ НОРМАЛЬНЫХ ЛОКАЛЬНО КОНФОРМНО ПОЧТИ КОСИМПЛЕКТИЧЕСКИХ МНОГООБРАЗИЙ

В статье вычислены компоненты тензора конгармонической кривизны нормальных локально конформно почти косимплектических (далее $lcAC_S$-) многообразий. Найдены необходимые и достаточные условия, при которых нормальное $lcAC_S$-многообразие является конгармонически плоским. Выделены классы почти контактных структур по свойствам симметрии тензора конгармонической кривизны.

Ключевые слова: почти контактные структуры, конформные преобразования, тензор конгармонической кривизны.

В последнее время изучение конформно-инвариантных свойств римановых многообразий наделенных дополнительной структурой привлекает значительное внимание исследователей. В частности, локально конформно почти косимплектическим многообразиям посвящены работы [1]–[5].

Особый интерес представляет специальный тип конформных преобразований – конгармонические преобразования, т. е. конформные преобразования, сохраняющие свойство гармоничности гладких функций. Этот тип преобразований был введен в рассмотрение Иши [6] в 1957 году и в настоящее время изучается с различных точек зрения. Тензорным инвариантом таких преобразований является тензор конгармонической кривизны.

Цель работы

Определить конгармонические инварианты – элементы спектра тензора конгармонической кривизны нормальных $lcAC_s$-многообразий, а также дополнительные свойства симметрии тензора конгармонической кривизны. В частности выделить аналоги классов Грея.

Тензор конгармонической кривизны. Почти контактной метрической (короче, AC-) структурой [1], [2], [7] на многообразии M называется совокупность (η,ξ,Φ,g) тензорных полей на этом многообразии, где η – дифференциальная 1-форма, называемая контактной формой структуры; ξ – векторное поле, называемое характеристическим; Φ – поле тензора типа (1;1), называемое структурным эндоморфизмом модуля $\mathfrak{X}(M)$, $g=\langle\cdot,\cdot\rangle$ – риманова метрика. При этом

1) $\eta(\xi)=1$; 2) $\eta\circ\Phi=0$; 3) $\Phi(\xi)=0$;

4) $\Phi^2=-id+\eta\otimes\xi$;

5) $\langle\Phi X,\Phi Y\rangle=\langle X,Y\rangle-\eta(X)\eta(Y)$, $X,Y\in\mathfrak{X}(M)$.

Многообразие, на котором фиксирована почти контактная метрическая структура, называется почти контактным метрическим (AC-) многообразием.

Конформным преобразованием AC-структуры $S=(\eta,\xi,\Phi,g)$ на многообразии M называется переход от S к AC-структуре $\tilde{S}=(\tilde{\eta},\tilde{\xi},\tilde{\Phi},\tilde{g})$, при этом $\tilde{\eta}=e^{-\sigma}\eta$, $\tilde{\xi}=e^{\sigma}\xi$, $\tilde{\Phi}=\Phi$, $\tilde{g}=e^{-2\sigma}g$ где σ – определяющая функция соответствующего конформного преобразования [1], [7]. Если σ =const, конформное преобразование называется тривиальным, или гомотетией.

AC-структура S на многообразии M называется локально конформно почти косимплектической, короче $lcAC_S$-структурой, если сужение этой структуры на некоторую окрестность U произвольной точки $p\in M$ допускает конформное преобразование в почти косимплектическую структуру [2], [8]. Назовем это преобразование локально конформным. Многообразие, на котором фиксирована $lcAC_S$-структура, называется $lcAC_S$-многообразием. Заметим, что при σ = const получаем AC_S-многообразие.

Одним из подклассов конформных преобразований являются конгармонические преобразования, данные преобразования сохраняют гармоничность функций.

Тензор [9], [10] инвариантный относительно конгармонических преобразований имеет вид:

$$K(X,Y,Z,W)=R(X,Y,Z,W)-$$
$$-\frac{1}{2n-1}\big(g(X,W)S(Y,Z)-g(X,Z)S(Y,W)+$$
$$+g(Y,Z)S(X,W)+g(Y,W)S(X,Z)\big),$$

где R – тензор римановой кривизны, S – тензор Риччи, g – риманова метрика, $X,Y,Z,W \in \mathfrak{X}(M)$.

Можно показать [9], что тензор конгармонической кривизны удовлетворяет свойствам симметрии:

$$K(X,Y,Z,W) = -K(Y,X,Z,W),$$
$$K(X,Y,Z,W) = -K(X,Y,W,Z),$$
$$K(X,Y,Z,W) + K(Y,Z,X,W) + K(Z,X,Y,W) = 0,$$
$$K(X,Y,Z,W) = K(Z,W,X,Y), \quad X,Y,Z \in \mathfrak{X}(M).$$

Напомним [8], что для нормальных lcACs-многообразий ненулевые компоненты тензора римановой кривизны имеют вид:

$$R_{\hat{a}bc\hat{d}} = A^{ad}_{bc} - \delta^a_c \delta^d_b \sigma_0^2,$$
$$R_{\hat{a}\hat{b}cd} = -\delta^{ab}_{cd}\sigma_0^2,$$
$$R_{\hat{a}0b0} = -\delta^a_b\left(\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right), \qquad (1)$$

где $\delta^{ab}_{cd} = \delta^a_c\delta^b_d - \delta^a_d\delta^b_c$.

Ненулевые компоненты тензора Риччи задаются следующими соотношениями [8]:

$$S_{00} = -2n\left(\sigma_{00} + \sigma_0^2\right),$$
$$S_{\hat{a}b} = A^{ac}_{bc} - 2n\delta^a_b\sigma_0^2 - \delta^a_b\sigma_{00}. \qquad (2)$$

На пространстве присоединенной G-структуры компоненты метрического тензора имеют вид:

$$\left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_n \\ 0 & I_n & 0 \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

где I_n – единичная матрица порядка n. Здесь и далее индексы i, j, k пробегают значения от 0 до 2n, индексы a, b, c, d – значения от 1 до n, $\hat{a} = a + n$.

Из структуры матрицы метрического тензора вытекает правило поднятия и опускания индексов: $t^a_{\dots} = t_{\hat{a}\dots}$; $t_{a\dots} = t^{\hat{a}}_{\dots}$.

Таким образом, компоненты тензора конгармонической кривизны на пространстве присоединенной G-структуры можно вычислить следующим образом

$$K_{ijkl} = R_{ijkl} - \frac{1}{2n-1}\left(g_{ik}S_{jl} + g_{jl}S_{ik} - g_{il}S_{jk} - g_{jk}S_{il}\right) \qquad (4)$$

Для нормальных lcACs-многообразий в силу соотношений (1)–(4) имеем:

$$K_{\hat{a}\hat{b}cd} = \frac{1}{2n-1}\left(2\delta^{ab}_{cd}\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) + \delta^b_c A^{ae}_{de} + \right.$$
$$\left. + \delta^a_d A^{be}_{ce} - \delta^b_d A^{ae}_{ce} - \delta^a_c A^{be}_{de}\right),$$

$$K_{\hat{a}bc\hat{d}} = \frac{1}{2n-1}\left(2\delta^a_c\delta^d_b\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) + \right.$$
$$\left. + A^{ad}_{bc}(2n-1) - \delta^d_b A^{ae}_{ce} - \delta^a_c A^{de}_{be}\right),$$

$$K_{\hat{a}0b0} = \frac{1}{2n-1}\left(2\delta^a_b\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) - A^{ae}_{be}\right). \qquad (5)$$

Почти контактное метрическое многообразие будем называть конгармонически плоским, если тензор конгармонической кривизны такого многообразия тождественно равен нулю.

Выясним условия, при которых компоненты (5) тензора конгармонической кривизны нормального lcACs-многообразия обращаются в нуль.

1. $K_{\hat{a}\hat{b}cd} = 0$ равносильно

$$2\delta^{ab}_{cd}\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) + \delta^b_c A^{ae}_{de} + \delta^a_d A^{be}_{ce} -$$
$$- \delta^b_d A^{ae}_{ce} - \delta^a_c A^{be}_{de} = 0. \qquad (6)$$

Свернем последнее соотношение по a и c.

$$2\left(\delta^a_a\delta^b_d - \delta^a_d\delta^b_a\right)\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) + \delta^b_a A^{ae}_{de} +$$
$$+ \delta^a_d A^{be}_{ae} - \delta^b_d A^{ae}_{ae} - \delta^a_a A^{be}_{de} = 0,$$
$$2\delta^b_d(n-1)\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) - \delta^b_d A^{ae}_{ae} - A^{be}_{de}(n-2) = 0. \qquad (7)$$

Теперь свернем последнее соотношение по b и d.

$$2\delta^b_b(n-1)\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) - \delta^b_b A^{ae}_{ae} - A^{be}_{be}(n-2) = 0,$$
$$2n(n-1)\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) - 2A^{be}_{be}(n-1) = 0,$$
$$A^{be}_{be} = n\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right). \qquad (8)$$

С учетом (8) из (7) получим

$$2\delta^b_d(n-1)\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) -$$
$$- \delta^b_d n\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) - A^{be}_{de}(n-2) = 0,$$
$$\delta^b_d(n-2)\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right) - A^{be}_{de}(n-2) = 0,$$
$$A^{be}_{de} = \delta^b_d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2 + \sigma_{00}\right). \qquad (9)$$

2. $K_{\hat{a}bc\hat{d}}=0$ означает, что

$$2\delta_c^a\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+$$

$$+A_{bc}^{ad}(2n-1)-\delta_b^d A_{ce}^{ae}-\delta_c^a A_{be}^{de}=0. \quad (10)$$

Свернем это соотношение по a и c.

$$2n\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{ba}^{da}(2n-1)-\delta_b^d A_{ae}^{ae}-nA_{be}^{de}=0,$$

$$2n\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{ba}^{da}(n-1)-\delta_b^d A_{ae}^{ae}=0. \quad (11)$$

Еще раз свернем последнее соотношение, теперь по b и d.

$$2n^2\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{ae}^{ae}(n-1)-nA_{ae}^{ae}=0,$$

$$A_{ae}^{ae}=2n^2\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right). \quad (12)$$

Подставив (12) в (11), будем иметь

$$2n\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{ba}^{da}(n-1)-$$

$$-\delta_b^d 2n^2\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)=0,$$

$$-2n(n-1)\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{ba}^{da}(n-1)=0,$$

$$A_{ba}^{da}=2n\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right). \quad (13)$$

С учетом (12) и (12) из (10) получим

$$2\delta_c^a\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{bc}^{ad}(2n-1)-$$

$$-4\delta_b^d\delta_c^a n\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)=0,$$

$$-2(2n-1)\delta_c^a\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)+A_{bc}^{ad}(2n-1)=0,$$

$$A_{bc}^{ad}=2\delta_c^a\delta_b^d\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right). \quad (14)$$

3. $K_{\hat{a}0b0}=0$ равносильно

$$2\delta_b^a\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)-A_{be}^{ae}=0,$$

$$A_{be}^{ae}=2\delta_b^a\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right). \quad (15)$$

При одновременном выполнении (9) и (15) получим

$$\delta_b^a\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)=0.$$

Свернем это соотношение по a и b.

$$n\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)=0,$$

т.е.

$$\sigma_{00}=-\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2. \quad (17)$$

С учетом этого из (14) следует, что $A_{bc}^{ad}=0$.

Таким образом, доказано утверждение.

Теорема 1. Нормальное lcACs-многообразие является конгармонически плоским многообразием тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G-структуры $A_{bc}^{ad}=0$ и $\sigma_{00}=-\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2$.

Напомним, что нормальное lcACs-многообразие является многообразием постоянной кривизны k тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G-структуры $A_{bc}^{ad}=0$ и $\sigma_{00}=0$, при этом $k=-\sigma_0^2$ [8].

С учетом последнего утверждения справедлива

Теорема 2. Конгармонически плоское нормальное lcACs-многообразие постоянной кривизны является плоским косимплектическим многообразием.

Классы почти контактных многообразий на основе симметрии тензора конгармонической кривизны. В работе [10] выделяются классы почти эрмитовых структур на основе свойств симметрии тензора конгармонической кривизны. Возможно рассмотреть их контактные аналоги.

Почти контактное метрическое многообразие будем называть многообразием класса CK_i (i = 1, 2, 3), если для компонент его тензора конгармонической кривизны верно соответствующее тождество:

1) $g(K(\Phi X,\Phi Y)\Phi Z,\Phi W)=g\left(K\left(\Phi^2 X,\Phi^2 Y\right)\Phi Z,\Phi W\right)$,

2) $g(K(\Phi X,\Phi Y)\Phi Z,\Phi W)=g\left(K\left(\Phi^2 X,\Phi^2 Y\right)\Phi Z,\Phi W\right)+$
$+g\left(K\left(\Phi^2 X,\Phi Y\right)\Phi^2 Z,\Phi W\right)+g\left(K\left(\Phi^2 X,\Phi Y\right)\Phi Z,\Phi^2 W\right)$,

3) $g(K(\Phi X,\Phi Y)\Phi Z,\Phi W)=g\left(K\left(\Phi^2 X,\Phi^2 Y\right)\Phi^2 Z,\Phi^2 W\right)$ (18)

для любых $X,Y,Z,W\in \mathrm{X}(M)$.

Напомним [1], [7], что в C^∞ (M)-модуле $\mathfrak{X}(M)$ гладких векторных полей на AC-многообразии внутренним образом определены два взаимно дополнительных проектора $l = id - \eta \otimes \xi = -\Phi^2$ и $m = \eta \otimes \xi = id + \Phi^2$ на распределения $\mathsf{L} = \mathrm{Im}\,\Phi = \ker \eta$ и $\mathsf{M} = \ker \Phi = L(\xi)$ размерностей 2n и 1, соответственно, причем $\mathfrak{X}(M) = \mathsf{L} \oplus \mathsf{M}$. L называется первым, а M – вторым фундаментальным распределением. Пара $\{\Phi|_{\mathsf{L}}, g|_{\mathsf{L}}\}$ определяет эрмитову структуру на распределении L, рассматриваемом как С-модуль.

Известно, что для почти эрмитовых структур справедлива

Теорема 3 [1]. Каждый тензор типа (r,1) на почти эрмитовом многообразии M, рассматриваемый как r-линейное отображение

$$T : \underbrace{\mathfrak{X}(M) \times \ldots \times \mathfrak{X}(M)}_{r\text{ раз}} \to \mathfrak{X}(M),$$

естественно представляется в виде суммы 2^r тензоров того же типа, $C \otimes C^\infty(M)$-линейных либо $C \otimes C^\infty(M)$-антилинейных по каждому аргументу.

Набор тензоров типа (r,1) линейных либо антилинейных по своим аргументам и в сумме составляющий тензор T, называется спектром тензора T, а сами эти тензоры называются элементами спектра. Таким образом, модуль тензоров типа (r,1) можно представить в виде прямой суммы соответствующих подмодулей

$$\Im_r^1(M) = \mathop{\oplus}_{k=0}^{2^r-1} \underset{(k)}{\Im_r^1}(M) \qquad (19)$$

Элементы спектра тензора характеризуются десятичным числом, у которого единицы двоичной записи соответствуют номерам антилинейных аргументов.

Тензор конгармонической кривизны можно рассматривать как тензор типа (3,1). Значит, он представим в виде суммы 2^3 элементов спектра. Например, запись $\underset{(5)}{K}$ характеризует запись элемента спектра тензора антилинейного по второму и четвертому аргументам, т.к. $5 = 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$.

Напомним, что имеет место

Предложение 1 [1]. Пусть T – тензор типа (r,1) на почти эрмитовом многообразии, тогда тензор $\underset{(k)}{T}$, $k = 1,\ldots,2^r - 1$, в качестве ненулевых компонент может иметь только компоненты вида:

$$\left\{ \underset{(k)}{T}{}^{a}{}_{\alpha_1\ldots\alpha_r}, \underset{(k)}{T}{}^{\hat a}{}_{\hat\alpha_1\ldots\hat\alpha_r} \right\},$$

где $\alpha_i = a_i$ или $\alpha_i = \hat a_i$, в зависимости от того стоит ли на j-м месте в двоичном представлении числа k нуль либо единица, соответственно, $j = 1,\ldots,r$, $\hat{\hat a} = a$. При этом

$$\underset{(k)}{T}{}^{a}{}_{\alpha_1\ldots\alpha_r} = T^{a}{}_{\alpha_1\ldots\alpha_r}, \underset{(k)}{T}{}^{\hat a}{}_{\hat\alpha_1\ldots\hat\alpha_r} = T^{\hat a}{}_{\hat\alpha_1\ldots\hat\alpha_r}.$$

Можно доказать справедливость следующих утверждений.

Предложение 2. Почти контактное метрическое многообразие является многообразием класса CK_3 тогда и только тогда, когда $K_{\hat a bcd} = 0$.

Предложение 3. Почти контактное метрическое многообразие является многообразием класса CK_2 тогда и только тогда, когда $K_{\hat a bcd} = K_{abcd} = 0$.

Предложение 4. Почти контактное метрическое многообразие является многообразием класса CK_1 тогда и только тогда, когда $K_{\hat a bcd} = K_{\hat a bcd} = K_{\hat a \hat b cd} = 0$.

Докажем справедливость предложения 4. Предложения 2-3 доказываются аналогично.

Доказательство. Пусть M – AC-многообразие класса CK_1. Поскольку L=ImΦ, рассматривая векторные поля $X, Y, Z, W \in \mathsf{L}$ в силу (18_3) будем иметь

$$g(K(X,Y)Z,W) = g(K(\Phi X,\Phi Y)Z,W),$$

что равносильно

$$K(X,Y)Z - K(\Phi X,\Phi Y)Z = 0. \qquad (20)$$

По определению спектра тензора

$$K(X,Y)Z = \underset{(0)}{K}(X,Y)Z + \underset{(1)}{K}(X,Y)Z + \underset{(2)}{K}(X,Y)Z + \underset{(3)}{K}(X,Y)Z + \underset{(4)}{K}(X,Y)Z + \underset{(5)}{K}(X,Y)Z + \underset{(6)}{K}(X,Y)Z + \underset{(7)}{K}(X,Y)Z. \qquad (21)$$

В силу определения элементов спектра тензора получим

$$K(\Phi X,\Phi Y)Z = \underset{(0)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(1)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(2)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(3)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(4)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(5)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(6)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z + \underset{(7)}{K}(\Phi X,\Phi Y)Z =$$
$$-\underset{(0)}{K}(X,Y)Z - \underset{(1)}{K}(X,Y)Z + \underset{(2)}{K}(X,Y)Z + \underset{(3)}{K}(X,Y)Z + \underset{(4)}{K}(X,Y)Z \underset{(5)}{K}(X,Y)Z - \underset{(6)}{K}(X,Y)Z - \underset{(7)}{K}(X,Y)Z. \qquad (22)$$

Подставляя (21) и (22) в (20), с учетом (19) будем иметь

$$\underset{(0)}{K}(X,Y)Z=\underset{(1)}{K}(X,Y)Z=\underset{(6)}{K}(X,Y)Z=\underset{(7)}{K}(X,Y)Z=0. \quad (23)$$

Принимая во внимание предложение 1 и то, что

$$g\big(K(\varepsilon_k,\varepsilon_l)\varepsilon_j,\varepsilon_i\big)=K_{ijkl},$$

Получим соотношения, равносильные (23),

$$K_{\hat{a}bcd}=K_{\hat{a}bcd}=K_{\hat{a}\hat{b}cd}=0.$$

Таким образом, в одну сторону предложение 4 доказано. Обратное очевидно.

Из предложений 2-4, следует

Предложение 5. Для почти контактных метрических многообразий справедливы включения: $CK_1\subset CK_2\subset CK_3$.

Из предложений 2-4 и соотношений (5) следует справедливость утверждений.

Теорема 4. Нормальное lcACs-многообразие является многообразием классов CK_2 и CK_3.

Теорема 5. Нормальное lcACs-многообразие является многообразием класса CK_1 тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G-структуры $A_{ae}^{be}=\delta_a^b\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\sigma_0^2+\sigma_{00}\right)$.

Итак, в данной работе вычислены компоненты спектра тензора конгармонической кривизны нормальных lcACs-многообразий, получены необходимые и достаточные условия обращения этих компонент в нуль. Выделены классы CK_1-CK_3 почти контактных многообразий по дополнительным свойствам симметрии тензора конгармонической кривизны. Показано, что нормальное lcACs-многообразие всегда является многообразием классов CK_2 и CK_3. а CK_1-многообразием является тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G-структуры выполняется (9).

18.10.2013

Список литературы:

1. Кириченко, В.Ф. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях [Текст] / В.Ф.Кириченко. – М.: МПГУ. – 2003. – 495с.
2. Olszak, Z. Locally conformal almost cosymplectic manifolds [Text] / Z.Olszak // Colloq. math. – 1989. – Vol.57. – N1. – P.73-87.
3. Yoon, D.W. Some inequalities for warped products in locally conformal almost cosymplectic manifolds [Text] / D.W.Yoon, K.S.Cho, S.G.Han // Note di Matematica. – 2004. – Vol.23. – n.1. – P.51-60.
4. Calapso, M.T. Pfaffian transformations [Text] / M.T.Calapso, F.Defever, R.Rosca // Studia Univ. «BABES.–BOLYAI». Mathematica. – 2006. – Vol. LI. – N.2. – P.29-38.
5. Matsumoto K, Mihai I and Rosca R, A certain locally conformal almost cosymplectic manifold and its submanifolds, Tensor (N. S.) 51 (1) (1992) 91–102.
6. Ishii, Y. On conharmonic transformations [Text] // Tensor. – 1957. – Vol. 7. no. 2. – P. 73—80.
7. Харитонова, С.В. Тензор кручения первой канонической связности локально конформно почти косимплектических многообразий [Текст] / С.В.Харитонова // Вестник ОГУ. – 2010. – №9. – С.69-73.
8. Кириченко, В.Ф. О геометрии нормальных локально конформно почти косимплектических многообразий [Текст] / В.Ф.Кириченко, С.В.Харитонова // Математические заметки. – 2012. – Т.91. – Вып.1. – С.40-53.
9. Шихаб, А.А. Приближенно келеровы многообразия постоянной голоморфной конгармонической кривизны [Текст] / А.А.Шихаб // Вестник ОГУ. – 2012. – №1. – С.158-163.
10. Кириченко, В.Ф. О геометрии тензора конгармонической кривизны приближённо келеровых многообразий [Текст] / В.Ф.Кириченко, А.А.Шихаб // Фундаментальная и прикладная математика. – 2010. – Т.16. – Вып.2. – С. 43–54.

Сведения об авторе:

Харитонова Светлана Владимировна, старший преподаватель кафедры геометрии и компьютерных наук Оренбургского государственного университета, кандидат физико-математических наук

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, e-mail: hcb@yandex.ru

UDC 514.76

Kharitonova S.V.

Orenburg state university, e-mail: hcb@yandex.ru

CURVATURE CONHARMONIC TENSOR OF NORMAL LOCALLY CONFORMAL ALMOST COSYMPLECTIC MANIFOLDS

We compute the components of the conharmonic curvature tensor of a normal locally conformally almost cosymplectic manifold (an $lcAC_S$-) structure. Necessary and sufficient conditions for a normal $lcAC_S$-manifold to coincide with the conharmonic plane are found. Allocated to the classes of almost contact structures on the properties of symmetry for tensor conharmonic curvature.

Key words: almost contact structures, conformal transformations, curvature tensor conharmonic.