

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ДРЕВЕСНЫХ ОПИЛОК В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ

Методами теории пластичности исследовано напряженное состояние материала, экструдированного в цилиндрическом канале фильеры, для случая произвольного изменения предела текучести и коэффициента контактного трения.

**Ключевые слова:** гранулирование, биоэнергетика, древесные опилки, топливные гранулы, пеллеты.

Обычно каналы фильер образованы осесимметричными полостями. Основная часть канала представляет собой цилиндрическую полость, а входная часть имеет полость, сужающуюся коническую или с криволинейной образующей. Так как дифференциальные уравнения, описывающие напряженное состояние опилок, изменяются в зависимости от формы полости, то исследование процесса прессования рассматривалось отдельно для каждого геометрического вида полости канала фильеры.

Рассмотрим пластическое течение материала, находящегося в цилиндрическом канале фильеры с диаметром  $D$  и длиной  $z_c$  в цилиндрической системе координат (координаты  $r, \varphi, z$ ). Начало координат выберем в выходном сечении канала плоскостью, перпендикулярной к его оси симметрии. Ось  $z$  направим по оси симметрии канала к входному отверстию. Осевое сечение канала фильеры показано на рисунке 1.

Объемными силами, возникающими при движении материала, пренебрегаем по сравнению с величиной напряжений, возникающих в материале при прессовании. Требуется опреде-

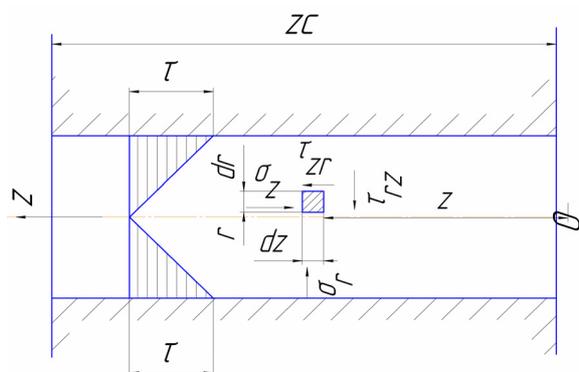


Рисунок 1. Схема напряжений в опилках, находящихся в цилиндрическом канале фильеры

лить необходимое для пластического течения материала в канале фильеры нормальное напряжение в любом сечении перпендикулярном оси канала.

При такой постановке задачи уравнения движения материала совпадают с дифференциальными уравнениями равновесия. Для осесимметричной задачи в предположении, что нормальные осевые напряжения  $\sigma_z$  равномерно распределены по плоскости поперечного сечения канала, а касательные напряжения достигают максимального значения  $\tau$  на контактной поверхности канала фильеры, оставаясь ограниченными внутри сечения (рисунок 1).

В работе [1] получено дифференциальное уравнение для изучения напряженного состояния материала, заполняющего цилиндрическую полость при его пластическом течении:

$$\frac{d\sigma_z}{dz} - \frac{4\tau}{D} = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено, что напряжение в опилках всюду будет сжимающим и, для удобства, сжимающим напряжениям приписывается положительное значение. Этим оно отличается от аналогичного уравнения, используемого в инженерной теории пластичности [2].

Напряженное состояние полуфабриката при экструдировании в фильерах с цилиндрическими полостями различается в зависимости от режима прессования [3].

Рассмотрим напряженное состояние опилок в цилиндрической фильере при установившемся движении. Характерной особенностью напряженного состояния опилок при этом является условие, что в любом поперечном сечении канала

$$\sigma_r = \sigma_t > \sigma_z. \quad (2)$$

Будем полагать, что нормальные напряжения, входящие в соотношение (2), являются главными. Это предположение будет точным при отсутствии касательных напряжений на площадках, перпендикулярных координатным осям. Это же предположение будет приближенным при небольших значениях касательных напряжений на этих же площадках.

С учетом этих предположений можно определить интенсивность нормальных напряжений  $\sigma_u$  в любой точке поперечного сечения цилиндрического канала, где выполняется условие (2):

$$\sigma_u = \sigma_r - \sigma_z. \quad (3)$$

Свяжем величину  $\sigma_u$  с пределом текучести полуфабриката  $\sigma_T$  условием Мизеса

$$\sigma_u = \sigma_T \quad (4)$$

Будем считать величину  $\sigma_z$  всесторонним давлением. Воспользуемся для описания зависимости предела текучести от всестороннего давления полигональной аппроксимацией. В этом случае функция изменения предела текучести в зависимости от величины всестороннего давления на  $i$ -ом отрезке может быть представлена в виде

$$\sigma_T = \sigma_{T(i-1)} + \delta_i (\sigma_z - \sigma_{z(i-1)}), \quad \sigma_{z(i-1)} \leq \sigma_z \leq \sigma_{zi}, \quad (5)$$

где  $\delta_i = \frac{\sigma_{Ti} - \sigma_{T(i-1)}}{\sigma_{zi} - \sigma_{z(i-1)}};$  (6)

$\delta_i$  – угловой коэффициент хорды, аппроксимирующей на  $i$ -ом отрезке диаграмму зависимости  $\sigma_T$  от  $\sigma_c$ ;

$\sigma_{T(i-1)}$  – значение предела текучести в начале  $i$ -го отрезка;

$\sigma_{Ti}$  – значение предела текучести в конце  $i$ -го отрезка;

$\sigma_{z(i-1)}$  – значение всестороннего давления в начале  $i$ -го отрезка;

$\sigma_{zi}$  – значение всестороннего давления в конце  $i$ -го отрезка.

Рассмотрим вначале область, где касательное напряжение на контактной поверхности канала  $\tau$  связано с коэффициентом трения  $f$  и нормальным напряжением на контактной поверхности  $\sigma_n$  законом Кулона

$$\tau = f\sigma_n. \quad (7)$$

Нормальное напряжение на контактной поверхности  $\sigma_n$  цилиндрического канала равно радиальному напряжению  $\sigma_r$ , то есть

$$\sigma_n = \sigma_r. \quad (8)$$

Воспользуемся кусочно-линейным представлением функции изменения предела текучести  $\sigma_T$  (5) и предположением о постоянстве коэффициента контактного трения при

$$f_i = const, \quad \sigma_{r(i-1)} \leq \sigma_r \leq \sigma_{ri} \quad (9)$$

на соответствующем отрезке изменения нормального радиального напряжения  $\sigma_r$ .

Граничными условия решений дифференциального уравнения (1) на выходе из канала фильеры будут при

$$z = 0, \quad \sigma_z = 0, \quad \sigma_r = \sigma_{T0}. \quad (10)$$

Равенство нормальных радиальных напряжений  $\sigma_r$  пределу текучести полуфабриката при атмосферном давлении  $\sigma_{T0}$  (10) соответствует предельному состоянию материала.

Интегрирование дифференциального уравнения (1) при этих условиях и граничных условиях в начале каждого отрезка интегрирования при

$$z = z_{i-1}, \quad \sigma_z = \sigma_{z(i-1)} \quad (11)$$

позволит получить выражение

$$\sigma_z = \frac{[\sigma_{z(i-1)} + \sigma_{T(i-1)}] \exp\left\{\left[\frac{4f_i(1+\delta_i)}{D}\right](z - z_{i-1})\right\} - [\sigma_{T(i-1)} - \delta_i\sigma_{z(i-1)}]}{1 + \delta_i},$$

$$\sigma_{z(i-1)} \leq \sigma_z \leq \sigma_{zi}. \quad (12)$$

Область существования каждого решения (12) определяется значениями  $Z_{i-1} \leq z \leq z_i$ . Значение каждой верхней границы области существования решений (12) определяется следующим образом:

$$z_i = z_{i-1} + \frac{D}{4f_i(1+\delta_i)} \ln \frac{(1+\delta_i)\sigma_{zi} + \sigma_{T(i-1)} - \delta_i\sigma_{z(i-1)}}{\sigma_{z(i-1)} + \sigma_{T(i-1)}}. \quad (13)$$

Решение (12) дифференциального уравнения (1) существует до тех пор, пока радиальное напряжение не достигнет в точке  $b$  значения, определяемого уравнением непрерывности касательных напряжений:

$$f\sigma_{rb} = \tau_T, \quad (14)$$

где  $\tau_T$  – предельное напряжение сдвига в полуфабрикате,

$$\tau_T = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}. \quad (15)$$

$$z_b = z_{k-1} + \frac{D}{4f_k(1+\delta_k)} \ln \frac{\sigma_{T(k-1)} - \delta_k \sigma_{z(k-1)}}{[f_k \sqrt{3}(1+\delta_k) - \delta_k] [\sigma_{z(k-1)} + \sigma_{T(k-1)}]},$$

$$\sigma_{z(k-1)} \leq \sigma_z \leq \sigma_{zk}. \quad (17)$$

В области упругопластического состояния опилок, когда нормальные напряжения превышают значения, определяемые выражением (14), касательное напряжение опилок на контактной поверхности канала будет определяться выражением

$$\tau = \tau_T = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}. \quad (18)$$

Условие перехода материала в пластическое состояние остается (4) неизменным, но в связи с тем, что на площадке, перпендикулярной к одной из координатных осей, касательное напряжение достигает предельного напряжения сдвига  $\tau_T$ , можно показать [4], что после преобразований условие пластичности будет

$$\sigma_z - \sigma_r = 0. \quad (19)$$

Решение дифференциального уравнения напряженного состояния опилок в цилиндрическом канале (1) с учетом изменения предела текучести опилок (5), контактного трения (9) и условия пластичности (19) после удовлетворения граничным условиям при

$$z = z_b, \sigma_z = \sigma_{zb} \quad (20)$$

будет иметь вид

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{T(i-1)}}{\delta_i} \left\{ \exp \left[ \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\delta_i}{D} (z - z_i) \right] - 1 \right\} + \sigma_{z(i-1)},$$

$$\sigma_{z(i-1)} \leq \sigma_z \leq \sigma_{zi}, z_0 = z_b, \sigma_{z0} = \sigma_{zb}. \quad (21)$$

Область существования каждого решения (21) определяется значениями  $z_{i-1} \leq z \leq z_i$ . Значение каждой верхней границы области суще-

ствования решений (21) определяется следующим образом:

$$\sigma_{zb} = \frac{f_k \sqrt{3} - 1}{f_k \sqrt{3}(1+\delta_k) - \delta_k} [\delta_k \sigma_{z(k-1)} - \sigma_{T(k-1)}],$$

$$\sigma_{z(k-1)} \leq \sigma_z \leq \sigma_{zk}. \quad (16)$$

Используя значение нормального напряжения на границе этих областей напряженного состояния, можно определить координату граничного сечения при использовании формулы (16)

ствования решений (21) определяется следующим образом:

$$z_i = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{D}{\delta_i} \left\{ \ln \left[ \frac{\delta_i}{\sigma_{T(i-1)}} (\sigma_z - \sigma_{z(i-1)}) \right] + 1 \right\} + z_{i-1}. \quad (22)$$

Для проверки предложенного способа определения напряженного состояния материала, прессуемого в цилиндрическом канале фильеры, предположим, что функция изменения предела текучести в зависимости от величины всестороннего давления имеет вид [3]

$$\sigma_T = \sigma_{T0} \exp(\beta \sigma_z), \quad (23)$$

где  $\beta$  – коэффициент, учитывающий реологические свойства материала.

Задаваясь в формуле (23) величинами  $\sigma_{zi}$ , определяем величины  $\sigma_{Ti}$ .

Значения коэффициента трения определим по зависимости [3]

$$f_i = \frac{\tau_0}{\sigma_{ri_{cp}}} + f_1 + f_2 \sigma_{ri_{cp}}, \quad (24)$$

где  $\sigma_{ri_{cp}} = \frac{\sigma_{ri} + \sigma_{r(i-1)}}{2}$  – среднее нормальное радиальное напряжение в фильере на  $i$ -ом участке;

Примем следующие значения параметров, входящих в зависимости (23) и (24):  $\sigma_{T0} = 1,14$  МПа;  $\beta = 0,013$  МПа<sup>-1</sup>;  $\tau_0 = 0,55$  МПа;  $f_1 = 0,011$ ;  $f_2 = 0,0003$  МПа<sup>-1</sup>.

В качестве примера на рисунке 2 приведена диаграмма изменения нормального осе-

вого напряжения  $\sigma_z$ , нормального радиального напряжения  $\sigma_r$ , касательного напряжения  $\tau$ , осевое нормальное напряжение в точке  $b - \sigma_{zb}$  в зависимости от полной относительной длины фильеры  $z/D$ , вычисляемые по формулам (7), (16), (20), (22) с шагом аппроксимации  $\Delta\sigma_z = 0,1$  МПа.

Диаграммы на рисунке 2 с большой точностью совпадают с диаграммами распределения напряжений в цилиндрической фильере, полученными решением уравнения (1) с использованием зависимостей (23) и (24).

Полученное решение задачи является универсальным и не зависит от характера изменения предела текучести коэффициента трения. Точность решения можно увеличить уменьшением шага аппроксимации.

Данный материал является методикой рас-

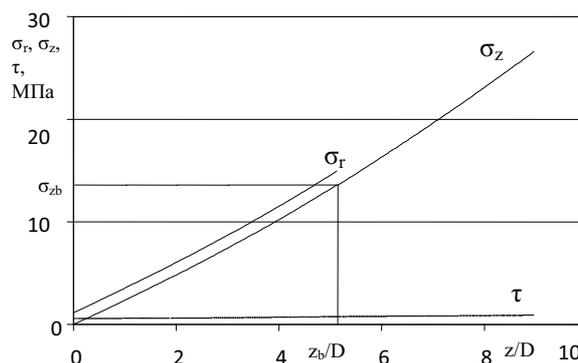


Рисунок 2. Диаграмма зависимости нормальных осевых напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_r$ ,  $\tau$  в материале, пресуемом в канале фильеры от относительной длины фильеры  $z/D$

чета сопротивления фильеры кольцевой матрицы пресс-гранулятора.

20.07.2012

**Список литературы:**

1. Полищук, В.Ю. Определение необходимого давления выпрессовывания материала через фильеры кольцевой матрицы // Модернизация существующего и разработка новых видов оборудования для пищевой промышленности. – М.: МТИПП, 1977. – С. 113–122.
2. Унксов, Е.П. Инженерная теория пластичности. – М.: Машгиз, 1959. – 328 с.
3. Полищук В.Ю., Соколов А.Я. Гранулирование комбикорма в фильерах при периодическом режиме прессования // Изв. вузов. Пищевая технология. – 1980. – №6. – С. 97–100.
4. Кучинскас З.М., Особов В.И., Фрегер Ю.М. Оборудование для сушки, гранулирования и брикетирования кормов. – М.: Агропромиздат, 1988. – 207 с.

**Сведения об авторах:**

**Полищук Владимир Юрьевич**, заведующий кафедрой машин и аппаратов химических и пищевых производств Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор

**Ханин Виктор Петрович**, преподаватель кафедры машин и аппаратов химических и пищевых производств Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, доцент

**Панов Евгений Игоревич**, аспирант кафедры машин и аппаратов химических и пищевых производств Оренбургского государственного университета

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, тел. (3532) 372464, e-mail: mahpp@mail.osu.ru

**Медведева Юлия Вячеславовна**, ассистент кафедры общепрофессиональных дисциплин Оренбургского института путей сообщения, филиала СамГУПС  
e-mail: yulenska84@mail.ru

**UDC 674.08:662.818**

**Polischuk V.Yu.<sup>1</sup>, Khanin V.P.<sup>1</sup>, Panov E.I.<sup>1</sup>, Medvedeva Yu.V.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Orenburg state university

<sup>2</sup>Orenburg Railway Engineering Institute, the Branch of the Samara State Transport University

**TENSION OF THE WOOD SAWDUST IN THE CYLINDRICAL CHANNEL AT THE ESTABLISHED MOVEMENT**

Methods of the theory of plasticity investigated a tension of a material, extruded in the cylindrical die channel, for a case of a random changes of a limit of fluidity and factor of a contact friction.

Key words: granulation, bio-energetic, wood sawdust, fuel granules, pellets.

**Bibliography:**

1. Polischuk, V.Yu. Determination of necessary pressure of a squeezing of a material through the die channel // Modernization existing and development of new types of the equipment for the food industry. – М.: MGUPP, 1977. – P. 113–122.
2. Unksov, E.P. Engineering theory of plasticity. – М.: Mashgiz, 1959. – 328 p.
3. Polischuk V.Yu., Sokolov A.Ya. A compound feed granulation in die channel at a periodic mode of pressing // News of institute of higher education. Food technology. – 1980. – №6. – P. 97–100.
4. Kuchinskask Z.M., Osobov V.I., Freger Yu.M. The equipment for drying, granulation and briquetting of the feeds. – М.: Agropromizdat, 1988. – 207 p.