Чепасов В.И., Колесник А.Н., Мустафина Д.Р.

Оренбургский государственный университет E-mail: eco@mail.osu.ru, dinara.must@mail.ru, ist@unpk.osu.ru

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рассматривается прогноз времени родов по приливным изменениям силы тяжести. Приводятся результаты для моделей прогноза, построенных на матрицах без смещения и со смещением временных отсчетов приливных изменений силы тяжести. Ключевые слова: модель, аппроксимация, ошибка, смещение, прогноз.

Для реализации прогноза времени родов по поправкам приливных изменений силы тяжести были построены матрицы исследования со следующими параметрами-столбиками:

матрица без смещения временных отсчетов поправок

- 1 время родов нарастающим итогом (деленное на 100)
- 2 поправка в момент родов
- 3 скорость поправки в момент родов
- 4 ускорение поправки в момент родов
- 5 третья производная поправки в момент родов
- 6 четвертая производная поправки в момент родов
- 7 количество нулей производной-1
- 8 количество нулей производной-2
- 9 количество нулей производной-3
- 10 количество нулей производной-4
- 11 среднее время нулей производной-1
- 12 среднее время нулей производной-2
- 13 среднее время нулей производной-3
- 14 среднее время нулей производной-4
- 15 показатель (время родов, диапазон 0-24 часа):

матрица со смещением временных отсчетов поправок

- 1 время родов нарастающим итогом с начала года (деленное на 100)
- 2 поправка в момент времени родов-4 часа
- 3 скорость поправки в момент времени родов-4 часа
- 4 ускорение поправки в момент времени родов-4 часа
- 5 третья производная поправки в момент времени родов-4 часа
- 6 четвертая производная поправки в момент времени родов-4 часа
- 7 количество нулей производной-1
- 8 количество нулей производной-2

- 9 количество нулей производной-3
- 10 количество нулей производной-4
- 11 среднее время нулей производной-1
- 12 среднее время нулей производной-2
- 13 среднее время нулей производной-3
- 14 среднее время нулей производной-4
- 15 показатель (время родов, диапазон 0-24 часа).

Строчками-наблюдениями в матрицах исследования были значения параметров исследования по дням родов.

В рассмотрение было взято 190 родов за 2009 год.

Параметрами-аргументами в моделях параметрического прогноза были первые четырнадцать параметров в каждой матрице исследования.

Результаты прогноза суточного времени родов по модели, построенной на матрице без смещения временных отсчетов приливных изменений силы тяжести:

модель, построенная методом наименьших квадратов

```
v=+
+(0.53727831407082e-3)*(x1)**2+(1)
+(-0.24658641606316e-1)*(x1)**1+
+(-0.62428965314845e-3)*(x2)**2+
+(0.21170635119177e0)*(x2)**1+
+(-0.40157032590557e-2)*(x3)**2+
+(-0.24504810915489e-1)*(x3)**1+
+(0.25293055324167e-1)*(x4)**2+
+(0.11909559475123e1)*(x4)**1
+(0.13495902824422e0)*(x5)**2+
+(-0.19960033168072e0)*(x5)**1+
+(-0.11581360743954e0)*(x6)**2+
+(0.28819329041996e1)*(x6)**1+
+(-0.22068044025658e1)*(x7)**2+
+(0.13124390001656e2)*(x7)**1+
+(0.65519982911195e0)*(x8)**2+
+(-0.52127709789606e1)*(x8)**1
```

y=y++(0.74433515185726e-1)*(x9)**2++(-0.13138736326574e1)*(x9)**1+ +(-0.10488301730854e1)*(x10)**2+ +(0.10670029315081e2)*(x10)**1+ +(-0.12062949859282e-1)*(x11)**2+ +(0.29622405299172e0)*(x11)**1+ +(-0.72768297971678e-1)*(x12)**2++(0.18009708261672e1)*(x12)**1 y=y++(-0.22218843457825e0)*(x13)**2+ +(0.57173931484124e1)*(x13)**1+ +(-0.16473516082621e-1)*(x14)**2+ +(0.36089157979088e0)*(x14)**1+ +(-0.81114956656757e2), где в модели (1) mep=m*10**p,

* – умножение, ** – возведение в степень.

Средняя абсолютная ошибка аппроксимации - 4.515869.

Таблица 1. Вклады параметров-аргументов в модели (1)

| :Номер: Название параметра | : Вклад : |
|---|--------------------|
| : 1:время родов нарастающим : :итогом(деленное на 100) | :0.00523: |
| : 2:поправка в момент родов | :0.06885: |
| : 3:скорость поправки в момент : :родов | :0.00 414 : |
| : 4:ускорение поправки в момент : :родов | :0.021 4 5: |
| : 5:третъя производная поправки : :в момент родов | :0.00417: |
| : 6:четвертая производная : :поправки в момент родов | :0.00901: |
| : 7:количество нулей : :производной-1 | :0.18780: |
| : 8:количество нулей : :производной-2 | :0.07571: : |
| : 9:количество нулей : :производной-3 | :0.01654: : : |
| : 10:количество нулей : :производной-4 | :0.17253: : |
| : 11:среднее время нулей : :производной-1 | : 0.01452: |
| : 12:среднее время нулей : :производной-2 | :0.09546: |
| : 13:среднее время нулей : :производной-3 | :0.30682: |
| : 14:среднее время нулей : производной-4 | : 0.01777 : |

Результаты прогноза:

исход = 23.000000 прогноз = 9.339432ошибка = 13.660568

исход = 4.830000 прогноз = 16.723274ошибка = 11.893274

исход = 3.670000 прогноз = 11.757719ошибка = 8.087719

исход = 13.750000 прогноз = 12.175436ошибка = 1.574564

исход = 10.400000 прогноз = 15.352470ошибка = 4.952470

исход = 19.750000 прогноз = 13.726163ошибка = 6.023837

исход = 1.330000 прогноз = 8.821002 ошиб- $\kappa a = 7.491002$

исход = 18.000000 прогноз = 16.317303 ошибка = 1.682697

исход = 6.000000 прогноз = 16.286578ошибка = 10.286578

исход = 19.000000 прогноз = 15.699246 ошибка = 3.300754

Средняя абсолютная ошибка прогноза -6.895346.

– модель, построенная методом Д. Брандона

 $y=+(-0.3832601357)*(x1)^0(2)$

 $+(0.0068550315)*(x1)^1$

 $+(0.0000681308)*(x1)^2$

 $+(-6.8648964263)*(x2)^0$

+(0.1411995944)*(x2)^1

 $+(-0.0005212431)*(x2)^2$

 $+(0.7847997774)*(x3)^0$

 $+(-0.0431097179)*(x3)^1$

 $+(-0.0025006764)*(x3)^2$

+(11.2382449935)*(x4)^0

 $+(0.5779707252)*(x4)^1$

 $+(0.0197427041)*(x4)^2$

 $+(-0.9324248485)*(x5)^0$

 $+(-0.2747884792)*(x5)^1$

 $+(0.1153978200)*(x5)^2$

 $+(0.0638806723)*(x6)^0$

 $+(1.1502262135)*(x6)^1$

 $+(-0.0233319958)*(x6)^2$

 $+(-12.5032168998)*(x7)^0$

 $+(9.4504021639)*(x7)^1$

 $+(-1.5966143990)*(x7)^2$

 $+(7.5470335264)*(x8)^0$

+(-3.6184834780)*(x8)^1

 $+(0.4077754198)*(x8)^2$

+(-11.4288452242)*(x10)^0

 $+(4.6627983268)*(x10)^1$ $+(-0.4532968591)*(x10)^2$ $+(-1.7175655221)*(x11)^0$ $+(0.2990018155)*(x11)^1$ $+(-0.0125185899)*(x11)^2$ $+(-5.8154636975)*(x12)^0$ $+(0.9424252203)*(x12)^1$ $+(-0.0369574932)*(x12)^2$ $+(-41.4518779646)*(x13)^0$ $+(6.4298877010)*(x13)^1$ $+(-0.2461150472)*(x13)^2$ $+(8.9085231092)*(x14)^0$ $+(-1.4824139300)*(x14)^1$ $+(0.0602831416)*(x14)^2$,

Таблица 2. Характеристики модели(2)

| ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛИ | RNH3PAHE |
|----------------------------|----------|
| Коэффициент детерминации | 0.4613 |
| Средняя абсолютная ошибка | 4.67 |
| Средняя ошибка в процентах | 38.02 |
| | |

Таблица 3. Вклады параметров-аргументов в модели (2)

| HOMEP HA3BAHUE ПАРАМЕТРА | ВКЛАД В МОДЕЛЬ |
|---|-----------------------|
| 1 время родов нарастающим итогом (деленное на 100) | 0.0126 |
| 2 поправка в момент родов | 0.0882 |
| 3 скорость поправки в момент родов | 0.0497 |
| 4 ускорение поправки в момент родов | 0.6266 |
| 5 третья производная поправки в момент родов | 0.0561 |
| 6 четвертая производная поправки в момент родов | |
| 7 количество нулей производной-1 | 0.0154 |
| 8 количество нулей производной-2 | 0.0320 |
| 10 количество нулей производной-4 | 0.0074 |
| 11 среднее время нулей производной-1 | 0.0031 |
| 12 среднее время нулей производной-2 | 0.0094 |
| 13 среднее время нулей производной-3 | 0.0260 |
| 14 среднее время нулей производной-4 | 0.0095 |

Результаты прогноза:

исход= 23.000000 прогноз= 10.044745 опибка= 12.955255

исход=4.830000 прогноз=15.330582 опибка=10.500582

```
ucxoд = 3.670000 прогноз = 10.292510
ошибка = 6.622510
    ucxoд = 13.750000 прогноз = 12.284483
ошибка = 1.465517
    исход = 10.400000 прогноз = 14.823922
ошибка = 4.423922
   исход = 19.750000 прогноз = 12.104327
ошибка = 7.645673
    исход = 1.330000 прогноз = 6.779519 ошиб-
\kappa a = 5.449519
   исход = 18.000000 прогноз = 14.500699
ошибка = 3.499301
    исход = 6.000000 прогноз = 15.533067
ошибка = 9.533067
    исход = 19.000000 прогноз = 14.015844
ошибка = 4.984156
    Средняя абсолютная ошибка прогноза -
6.707950.
```

родов по моделям, построенным на матрице со смещением временных отсчетов приливных изменений силы тяжести:

Результаты прогноза суточного времени

- модель, построенная методом наименьших квадратов

```
+(-0.68825334030358e-7)*(x1)**5+(3)
+(0.16267256334184e-4)*(x1)**4+
+(-0.13658842159811e-2)*(x1)**3+
+(0.48540969168515e-1)*(x1)**2+
+(-0.63734989200815e0)*(x1)**1+
+(-0.88247500583864e-9)*(x2)**5+
+(0.52612787795947e-6)*(x2)**4+
+(-0.11533676776306e-3)*(x2)**3
y=y+
+(0.11730532261224e-1)*(x2)**2+
+(-0.49813661637386e0)*(x2)**1+
+(0.52332133896133e-7)*(x3)**5+
+(0.32697325631296e-5)*(x3)**4+
+(-0.24964997044758e-3)*(x3)**3+
+(-0.13163806904754e-1)*(x3)**2+
+(0.13156068401597e0)*(x3)**1+
+(-0.26437161213062e-4)*(x4)**5
+(-0.58018106467745e-4)*(x4)**4+
+(0.72188766363279e-2)*(x4)**3+
+(-0.87830594463965e-1)*(x4)**2+
+(-0.33160301468692e0)*(x4)**1+
+(-0.88578672876895e-3)*(x5)**5+
+(-0.20514573209173e-2)*(x5)**4+
+(0.11187079597788e-1)*(x5)**3+
+(0.42803175363020e0)*(x5)**2
```

| y=y+ |
|--|
| +(0.65913293186204e0)*(x5)**1+ |
| +(-0.12900183493286e-1)*(x6)**5+ |
| +(-0.14426464151952e-1)*(x6)**4+ |
| +(0.45028442254799e0)*(x6)**3+ |
| |
| +(0.26430671472273e1)*(x6)**2+ |
| +(-0.28420457192447e1)*(x6)**1+ |
| +(-0.71322775251195e2)*(x7)**5+ |
| +(-0.10268525039337e4)*(x7)**4 |
| y=y+ |
| +(0.14216162228474e5)*(x7)**3+ |
| +(-0.51144101100371e5)*(x7)**2+ |
| +(0.67409492034125e5)*(x7)**1+ |
| +(0.42792613033850e3)*(x8)**5+ |
| +(-0.27512774346971e4)*(x8)**4+ |
| +(-0.30019966082247e3)*(x8)**3+ |
| +(0.32066921131244e5)*(x8)**2+ |
| +(-0.66097422821815e5)*(x8)**1 |
| y=y+ |
| +(-0.19582341956573e3)*(x9)**5+ |
| +(0.13312761216315e4)*(x9)**4+ |
| +(-0.52471470130328e4)*(x9)**3+ |
| +(0.15961821423703e5)*(x9)**2+ |
| +(0.23799670267184e4)*(x9)**1+ |
| |
| +(-0.12671240777770e2)*(x10)**5+ |
| +(-0.10294116899539e3)*(x10)**4+ |
| +(0.44449751278983e4)*(x10)**3 |
| y=y+ |
| +(-0.34986271794743e5)*(x10)**2+ |
| +(0.10835254538945e6)*(x10)**1+ |
| +(-0.23598025052638e-2)*(x11)**5+ |
| +(0.14035082205986e0)*(x11)**4+ |
| +(-0.32485294546095e1)*(x11)**3+ |
| +(0.36395497428250e2)*(x11)**2+ |
| +(-0.19604959290247e3)*(x11)**1+ |
| +(0.14319124579527e-2)*(x12)**5 |
| y=y+ |
| +(-0.88871510697033e-1)*(x12)**4+ |
| +(0.21238394529598e1)*(x12)**3+ |
| +(-0.24518503664285e2)*(x12)**2+ |
| +(0.13757315920814e3)*(x12)**1+ |
| +(0.34133378052857e-1)*(x13)**5+ |
| +(-0.21125789022235e1)*(x13)**4+ |
| +(0.51903445107774e2)*(x13)**3+ |
| +(-0.63331016990486e3)*(x13)**2 |
| · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |
| y=y+ +(0.29/407002/77/2-/)*(-4.2)**4+ |
| +(0.38419760347743e4)*(x13)**1+ |
| +(-0.13984954975723e-1)*(x14)**5+ |
| +(0.81576049414510e0)*(x14)**4+ |
| +(-0.18883367607122e2)*(x14)**3+ |
| +(0.21649787540143e3)*(x14)**2+ |
| |

+(-0.12281056185617e4)*(x14)**1+ +(-0.18316151309492e6), где в (3) mep=m*10**p, * —умножение, ** — возведение в степень. Средняя абсолютная ошибка аппроксимации - 3.788270.

Таблица 4. Вклады параметров-аргументов в модели (3)

| :Номер: Название параметра | : Вклад |
|--|-----------------|
| : 1:время родов нарастающим : :итогом (деленное на 100) | :0.00007 |
| : 2:поправка в момент времени : :родов-4 часа | :0.00009 |
| : 3:скорость поправки в момент : :время родов-4 часа | :0.00000 |
| : 4:ускорение поправки в момент : :время родов-4 часа | :0.00000 |
| : 5:третья производная поправки : :в момент время родов-4 часа | :0.00000 |
| : 6:четвертая производная поправ : :в момент время родов-4 часа | ки:0.00000 : |
| : 7:количество нулей : :производной-1 | :0.26423: |
| : 8:количество нулей : :производной-2 | :0.25779: |
| : 9:количество нулей : :производной-3 | :0.16162: |
| : 10:количество нулей : :производной-4 | :0.23761: |
| : 11:среднее время нулей : :производной-1 | :0.00293: |
| : 12:среднее время нулей : :производной-2 | :0.00226: |
| : 13:среднее время нулей : :производной-3 | :0.05760: |
| : 14:среднее время нулей : :производной-4 | :0.01580: |

Результаты прогноза:

исход = 23.000000 прогноз = 11.384584 ошибка = 11.615416

исход = 4.830000 прогноз = 8.921768 ошибка = 4.091768

исход = 3.670000 прогноз = 9.405874 ошибка = 5.735874

исход = 13.750000 прогноз = 8.911400 ошибка = 4.838600

исход = 10.400000 прогноз = 16.273551 ошибка = 5.873551

исход = 19.750000 прогноз = 9.725554

```
ошибка = 10.024446
    исход = 1.330000 прогноз = 10.787232
ошибка = 9.457232
    исход = 18.000000 прогноз = 19.431004
ошибка = 1.431004
    исход = 6.000000 прогноз = 4.938000 ошиб-
\kappa a = 1.062000
    исход = 19.000000 прогноз = 18.212940
ошибка = 0.787060
    Средняя абсолютная ошибка прогноза -
5.491695.
    – модель, построенная методом Д. Бран-
дона
    y=+(0.0021371183)*(x1)^0(4)
    +(-0.0199918665)*(x1)^1
    +(0.0003138114)*(x1)^2
    +(0.0000011536)*(x1)^3
    +(-1.3194966404)*(x2)^0
    +(-0.0215210812)*(x2)^1
    +(0.0004828057)*(x2)^2
    +(-0.0000012297)*(x2)^3
    +(1.7329954934)*(x3)^0
    +(0.0561428600)*(x3)^1
    +(-0.0061339759)*(x3)^2
    +(-0.0000699076)*(x3)^3
    +(2.8227871674)*(x4)^0
    +(-0.0447467548)*(x4)^1
    +(-0.0612677189)*(x4)^2
    +(-0.0004066871)*(x4)^3
    +(10.3364480443)*(x5)^0
    +(0.9769996389)*(x5)^1
    +(0.2384390307)*(x5)^2
    +(-0.0259344497)*(x5)^3
    +(-3.2449293999)*(x6)^0
    +(-1.6337070555)*(x6)^1
    +(1.7542110554)*(x6)^2
    +(0.1886209853)*(x6)^3
    +(-16.1850583722)*(x7)^0
    +(13.1953926225)*(x7)^1
    +(-2.3369522270)*(x7)^2
    +(0.1185378208)*(x8)^0
    +(5.2271309521)*(x8)^1
    +(-3.0463939251)*(x8)^2
    +(0.4289161295)*(x8)^3
    +(-1.2677384845)*(x10)^0
    +(-2.5187428805)*(x10)^1
    +(1.2658646995)*(x10)^2
    +(-0.1384291619)*(x10)^3
    +(25.1320428488)*(x11)^0
    +(-7.9203907669)*(x11)^1
```

| $+(0.7603118765)*(x11)^2$ |
|-----------------------------|
| +(-0.0227765827)*(x11)^3 |
| +(-11.7681107425)*(x12)^0 |
| +(2.5111220909)*(x12)^1 |
| +(-0.1652194251)*(x12)^2 |
| +(0.0032877307)*(x12)^3 |
| +(-233.6915758720)*(x13)^0 |
| +(52.3290679967)*(x13)^1 |
| +(-3.8348564935)*(x13)^2 |
| +(0.0920205746)*(x13)^3 |
| +(50.7655397768)*(x14)^0 |
| +(-11.7063505847)*(x14)^1 |
| +(0.8794668210)*(x14)^2 |
| +(-0.0215469512)*(x14)^3, |
| где в (4) |
| * – умножение ^ – возвелени |

* — умножение, ^ — возведение в степень.

Таблица 5. Характеристики модели (4)

| ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛИ | I | RNH3PAHE |
|----------------------------|---|----------|
| Коэффициент детерминации | ı | 0.5981 |
| Средняя абсолютная ошибка | ı | 4.16 |
| Средняя ошибка в процентах | K | 33.88 |
| Средняя абсолютная ошибка | | 4.16 |

Таблица 6. Вклады параметров-аргументов в модели (4)

| НОМЕР НАЗВАНИЕ ПАРАМЕТРА | ВКЛАД В МОДЕЛЬ |
|---|-----------------------|
| 1 время родов нарастающим итогом (деленное на 100) | |
| 2 поправка в момент время родов-4 часа | 0.0586 |
| 3 скорость поправки в момент время родов-4 часа | 0.0673 |
| 4 ускорение поправки в момент время родов-4 часа | 0.1091 |
| 5 третья производная поправки в момент время родов-4 часа | |
| 6 четвертая производная поправки в момент время родов-4 часа | |
| 7 количество нулей производной-1 | 0.0381 |
| 8 количество нулей производной-2 | 0.0166 |
| 10 количество нулей производной-4 | 0.0070 |
| 11 среднее время нулей производной-1 | 0.0247 |
| 12 среднее время нулей производной-2 | 0.0093 |
| 13 среднее время нулей производной-3 | 0.0280 |
| 14 среднее время нулей производной-4 | 0.0101 |

Результаты прогноза:

исход = 23.000000 прогноз = 11.310745 ошибка = 11.689255

исход = 4.830000 прогноз = 10.754856 опибка = 5.924856

исход = 3.670000 прогноз = 7.344630 ошибка = 3.674630

исход = 13.750000 прогноз = 12.022262 ошибка = 1.727738

исход = 10.400000 прогноз = 14.587745 опибка = 4.187745

исход = 19.750000 прогноз = 9.433691 опибка = 10.316309

исход = 1.330000 прогноз = 11.034390 опибка = 9.704390

исход = 18.000000 прогноз = 18.594108 ошибка = 0.594108

исход = 6.000000 прогноз = 10.458740 опибка = 4.458740

исход = 19.000000 прогноз = 16.534745 ошибка = 2.465255

Средняя абсолютная ошибка прогноза - 5.474303.

Согласно приведенным результатам прогноз времени родов имеет лучшие точностные оценки для моделей, построенных на матрице исследования со смещением временных отсчетов поправок приливных изменений силы тяжести.

Это верно и для моделей, построенных методом наименьших квадратов, и для моделей, построенных методом Д. Брандона.

То есть время родов обусловлено предшествующими времени родов значениями приливных изменений силы тяжести.

15.03.2011

Список литературы:

- Бендат Д. Ж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974.
- 2. Драйпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Статистика, 1973.
- 3. Brandon D. B. Developing Mathematical Models for Computer Control, USA Journal, 1959, V.S, N7.
- 4. Харман Г. Современный факторный анализ. М.: Сатистика, 1972.
- 5. Иберла К. Факторный анализ. М.: Статистика, 1980.
- 6. Lawley D.M. The estimation of factor loadings by the method of maximum likelihood. Proc. roy. Soc. Edinb. Abo. 64-82(1940).
- 7. Kaiser H. F. [1]. The varimax criterio for analytic rotation in factor analysis. Psychometrica, 23, 187-200(1958).

Сведения об авторах:

Чепасов Валерий Иванович, заведующий кафедрой информационных систем и технологий Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор 460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, к. 14322, тел. (3532) 372553, e-mail: ist@unpk.osu.ru Колесник Алексей Николаевич, доцент кафедры экономики и организации производства Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук 460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, к. 6306, тел. (3532) 372448, e-mail: eco@mail.osu.ru Мустафина Динара Рамильевна, ассистент кафедры информационных систем и технологий Оренбургского государственного университета

460018, г. Оренбург, пр-т Победы, 13, к. 14322, тел. (3532) 372553, e-mail: dinara.must@mail.ru

UDC 519.6:618.4

Chepasov V.I., Kolesnik A.N., Mustafina D.R.

DETERMINISTIC AND STATISTICAL METHODS FOR PREDICTING THE NATURAL PROCESSES

We consider the prediction of gender time based on the tidal changes of gravity. The results are given for the prediction models build on the matrix without shift and with shift of time frame for tidal changes in gravity. Keywords: model, approximation, error, shift, prediction.

Bibliography

- 1. D. Bendat J., Piersol A. Measurement and analysis of random processes. M.: Mir, 1974.
- 2. Drayper N., Smith H. Applied regression analysis. Moscow: Statistics, 1973.
- 3. Brandon D. B. Developing Mathematical Models for Computer Control, USA Journal, 1959, VS, N7.
- 4. Harman G. Modern factor analysis. M.: Satistika, 1972.
- 5. Iberl C. Factor analysis. M.: Statistics, 1980.
- 6. Lawley D.M. The estimation of factor loadings by the method of maximum likelihood. Proc. roy. Soc. Edinb. Abo. 64-82 (1940).
- 7. Kaiser H. F. [1]. The varimax criterio for analytic rotation in factor analysis. Psychometrica, 23, 187-200 (1958).