УДК 519.688

Шаяхметов В.В.[1], Саитов Р.И.[2], Аскаров А.М.[3], Абдеев Э.Р.[2]
[1]Башкирского государственного университета
[2]Уфимский филиал Оренбургского государственного университета
[3]Оренбургского государственного университета
E-mail: shayakhmetov@mail.ru

МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛА СТИЛТЬЕСА ПРИ АНАЛИЗЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Представлен аналитический метод решения, в котором достигаются экстремумы в виде ступенчатых функций распределения (ФР) с ограниченным числом точек роста. Исследуются специальные функции, для нахождения ФР и граничных значений области изменения параметров. Эти оценки могут быть использованы при анализе надежности технических систем различного целевого назначения при наличии ограниченной априорной информации.

Рассмотрим задачу нахождения глобального экстремума интеграла Стилтьеса

$$I(F,t)=\int_0^Q g(x,t)dF(x) \qquad (1)$$

от заданной ограниченной (сверху и снизу) дважды дифференцируемой функции $g(x,t)$ (t - вектор вещественных параметров функции g) с переменной интегрирующей функцией $F(x)$ из класса K_i ФР $F(x)$ таких, что

$$F(0-)=0,\ F(Q+0)=1,\ F(x)=F(x+0),$$
$$0<Q<<\infty,$$

$$\int_0^Q x^i dF(x)=S_i\ ,\ i=1{,}2\ ,\ S_1{}^2<S_2<S_1Q \qquad (2)$$

Вещественные величины S_1 и S_2 удовлетворяют неравенствам

$$0<S_1<Q\ ,\ S_1{}^2<S_2<S_1Q\,.$$

Пусть функция $g(x, t)$ определена для всех $x\geq 0$ при каждом значении вектора параметров t и $\lim\limits_{x\to\infty} g'(x,t)=0$. При указанных ограничениях на функцию $g(x, t)$ и моменты S_1 и S_2 функционал (1) существует, непрерывен и имеет на K_i наибольшее и наименьшее значение для каждого фиксированного t. Требуется исследовать зависимость инфимума и супремума функционала $I(F,t)$ от параметров задачи S_1, S_2, t. Множество K_i может быть пустым, содержать один элемент F(x) (тогда верхняя и нижняя границы $I(F, t)$ совпадают) или содержать бесконечно много ФР $F(x)$ (только в последнем случае задача может иметь нетривиальное решение).

В решении задачи нахождения глобальных экстремумов

$$(\ I_*=\inf_{F\in K_i} I(F,t)\ \text{ и }\ I^*=\sup_{F\in K_i} I(F,t)\ )$$

функционала (1) важную роль играют следующие три результата, на которые опирается все дальнейшее изложение.

Результат 1. При каждом фиксированном значении параметра t=t_0 функция распределения $F(x, t)$ из множества K_2 является крайней точкой этого множества [2] тогда и только тогда, когда она является ступенчатой с числом точек роста не более трех, так, что для каждой ФР $F(x, t)$ из K_2 с точками роста x_1, x_2, x_3 и скачками в них F_1, F_2, F_3 выполнены условия:

$$\sum_{j=1}^{3} P_j=1\ ,\ \sum_{j=1}^{3} x_j P_j=S_1\ ,\ \sum_{j=1}^{3} x^2{}_j P_j=S_2\ ,$$

для всех j $P_j<0$.

Обозначим через E_i множество крайних точек выпуклого множества K_i.

Результат 2. Глобальный экстремум линейного функционала на множестве ФР K_i совпадает с глобальным экстремумом на множестве крайних точек этого множества [1], т.е.

$$\inf_{F\in K_i} I(F,t_0)=\inf_{F\in E_i} I(F,t_0)[\sup_{F\in K_i} I(F,t_0)=\sup_{F\in E_i} I(F,t_0)],$$

где E_i множество ступенчатых ФР с не более, чем тремя точками роста (при i=2).

Результат 3. Для того, чтобы инфимум (супремум) функционала $I(F,t)$, $F\notin E_i$, t=t_0 вычисляется на ФР $F_0\in \underline{E_i}$ с точками роста $x_j(t_o0)$ (j=1, или j=1.2, или $j=\overline{1{,}3}$) [2] необходимо и достаточно, чтобы существовал многочлен не выше второй степени $\underline{U}(x,t_0,F_0)$ $[\overline{U}(x,t_0F_0)]$ со следующими свойствами:

$$\underline{U}(x_j,t_0,F_0)=g(x_j,t_0)[\overline{U}(x_j,t_0,F_0)=g(x_j,t_0)]\,, \qquad (3)$$

$$\underline{U}(x,t_0,F_0)\leq g(x,t_0)[\overline{U}(x,t_0,F_0)\geq g(x,t_0)]\,. \qquad (4)$$

Скажем, что инфимум (супремум) функционала $I(F, t)$ при $F \notin K_i$, $t = t_0$, $t_0 \in [0,Q]$ вычисляется на ФР $F_0 \in E_i$, если

$$\inf_{F \in E_i}(\sup_{F \in E_i}) = \sum_{j=1}^{3} g(x_j, t_0) P_j(x, t_0).$$

Таким образом, при поиске экстремальных значений функционала (1) необходимо и достаточно показать, что существует многочлен $U(x, t_0, F_0)$, совпадающий с подынтегральной функцией $g(x, t_0)$ в точках роста ФР F_0 (условие (3)). Значения этого многочлена должны быть меньше (больше) значений функции $g(x, t_0)$ при поиске инфимума (супремума) функционала $I(F, t)$ (условие (4)). Если такой многочлен существует, тогда экстремальные значения $I(F, t)$ определяются из (5).

Опишем более подробно ФР из множества ступенчатых ФР с не более чем тремя точками роста (результат 2), которые понадобятся нам в дальнейшем. Множеству E_2 принадлежит одноступенчатая ФР с единичным скачком в точке S_1. Этому множеству также принадлежит однопараметрическое семейство двухступенчатых ФР со скачками P_1 и P_2 в точках x_1 и x_2, где точка $x_1 \in [0, S_1]$, а x_2 связана с x_1 соотношением $x_2 = \dfrac{S_2 - S_1 x}{S_1 - x_1}$. Скачки P_1 и P_2 равны

$$P_1 = \frac{x_2 - S_1}{x_2 - x_1}, \ldots P_2 = \frac{S_1 - x_1}{x_2 - x_1}.$$

Для сокращения обозначений введем функцию $B(x)$:

$$B(x) = \frac{S_2 - S_1 x}{S_1 - x}, \quad x \in \{[0, S_1] U [B(0), Q]\}. \quad (5)$$

Тогда для точек указанного семейства справедливо:

$$x_2 = B(x_1), \quad x_1 = B(x_2), \quad x_1 \in [0, S_1], \quad x_2 \in [B(0), Q].$$

Кроме однопараметрического семейства двухступенчатых ФР (с указанной связью между точками x_1 и x_2) множеству E_2 принадлежит двухпараметрическое семейство двухступенчатых ФР с точками роста y_1 и y_2 такими, что

$$0 \le y_1 < S_1, \quad S_1 \le y_2 < B(y_1), \quad P = \frac{y_2 - S_1}{y_2 - y_1}, \quad P_2 = \frac{S_1 - y_1}{y_2 - y_1}.$$

Множеству E_2 принадлежат также трехступенчатые ФР, которые образуют трехпараметрическое семейство с точками роста $x_1 < x_2 < x_3$, удовлетворяющими неравенствам

$$0 \le x_1 < B(x_3) < x_2 < B(x_1) < x_3 \le Q, \quad (6)$$

которые эквивалентны неравенствам $P_i(x) \ge 0$, $i = \overline{1,3}$ где $\bar{x}$ вектор точек роста $x = (x_1, x_2, x_3)$, $P_i(\bar{x})$ - скачки ФР F_0 в точках x_j, $j = \overline{1,3}$. Эти скачки определяются из моментных условий по формулам:

$$P_j(\bar{x}) = \frac{\int_0^Q V_j(x) dF(x)}{V_j(x_j)}, \quad j = \overline{1,3}, \quad (7)$$

где

$$V_j(x) = \frac{V(x)}{x - x_j}, \quad V(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3).$$

Из свойств функции $B(x)$ (см. (2.5)) следует:

$$0 \le B(x_3) \le B(Q) < S_1 < B(0) \le B(x_1) \le Q \quad (8)$$

Неравенства (6), (8) показывают, что первая и третья точки роста всех ФР из множества трехступенчатых ФР отделены конечным интервалом, а первая и вторая или вторая и третья могут неограниченно приближаться к общей границе $B(x_3)$ или $B(x_1)$ соответственно.

Для конкретных функций $g(x, t)$ и ФР F_0 условие (5) результата 3 может быть сильно ослаблено. Так, часто бывает достаточно требовать выполнения неравенства (4) в окрестности одной, двух точек x (а не для всех x) из отрезка $[0, Q]$, а иногда даже и этого не надо - достаточными оказываются лишь условия существования соответствующих ФР F_0 или многочлена $U(x,F_0)$.

Сформулируем необходимые условия того, чтобы соответствующая ФР, F_i, $i = \overline{1,4}$ доставляла инфимум функционалу (1), определенному на множестве ФР F с двумя фиксированными моментами S_1 и S_2, и проиллюстрируем как эти условия производят разбиение области параметров задачи на подобласти, каждой из которых соответствует своя «подозрительная на экстремум» ФР F_i (параметрами являются моменты S_1 и S_2 и параметры, входящие в функцию $g(x, t)$. Для этого потребуются следующие обозначения:

$$L(x) = g'(x) + g'(B(x)) + \frac{2[g(x) - g(B(x))]}{B(x) - x}, \quad x \in [0, S_1].$$

$L(S_1) = g'(S_1)$, $B(x)$ определяется выражением (6);

$$M(x) = g'(x)x - g(x) + g(0), \quad x \in [S_1, B(0)].$$

Функции L и M обладают многими интересными свойствами, но здесь нам понадобятся некоторые из них:

$$L(0) = g'(0) - U_1'(0) \quad (9)$$

где $U_1(x)$ - многочлен не выше 2-ой степени, определяемый равенствами:

$$U_1(0) = g(0),\ U_1(B(0)),\ U_1'(B(0)) = g'(B(0)) \quad (10)$$

$$M(B(0)) = \frac{B^2(0)}{2} U_1''(x) \quad (11)$$

$$M(S_1) = g(0) - U_3(0),$$
$$U_3(x) = g(S_1) + g'(S_1)(x - S_1) \quad (12)$$

Обозначим $U_2(x)$ – многочлен не выше 2-ой степени и $U_4(x)$ – многочлен не выше 1-ой степени, определяемые равенствами (13) и (14) соответственно

$$U_2(x^o{}_1) = g(x^o{}_1),\ U_2(B(x^o{}_1)) = g(B(x^o{}_1)),$$
$$U_2'(x^o{}_1) = g'(x^o{}_1), \quad (13)$$

$$U_4(0) = g(0), \quad U_4(y^o{}_2) = g(y^o{}_2), \quad (14)$$

где $x^o{}_1$ - корень уравнения $L(x) = 0, \quad x \in [0, S_1]$; $y^o{}_2$ - корень уравнения $M(x) = 0$ при $x \in [S_1, B(0)]$.

Условие 1. Для того, чтобы ФР F_1 с точками роста $0, B(0)$ доставляла инфимум функционалу $I(F),\ F \in K_2$, необходимо выполнение неравенств:

$$\begin{cases} L(0) > 0, \\ M(B(0) < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Условие 2. Для того, чтобы ФР F_2 с точками роста $x^o{}_1$, $B(x^o{}_1)$ ($x^o{}_1$ - корень уравнения $L(x) = 0, \quad x \in [0, S_1]$) доставляла инфимум функционалу $I(F),\ F \in K_2$, необходимо, чтобы функция $L(x)$ меняла знак с «-» на «+» при переходе через точку $x^o{}_1$, т.е. необходимо выполнение неравенств:

$$\begin{cases} L(y_1) > 0, \\ L(y_2) > 0, \end{cases} \quad (16)$$

где $0 \le y_1 < x^0{}_1 < y_2 \le S_1$.

Условие 3. Для того, чтобы ФР F_3 с единственной точкой роста S_1 доставляла инфимум функционалу $I(F),\ F \in K_2$, необходимо выполнение неравенств:

$$\begin{cases} L(S_1) < 0, \\ M(S_1) > 0. \end{cases} \quad (17)$$

Условие 4. Для того, чтобы ФР F_4 с точками роста 0, $y^o{}_2$ ($y^o{}_2$ - корень уравнения $M(x)=0$, $x \in [S_1, B(0)]$) доставляла инфимум функционалу $I(F),\ F \in K_2$, необходимо, чтобы функция $M(x)$ меняла знак с «-» на «+» при переходе через точку $y^o{}_2$, т.е. необходимо выполнение неравенств:

$$\begin{cases} M(Z_1) < 0, \\ M(Z_2) > 0, \end{cases} \quad (18)$$

где $S_1 \le Z_1 < y^0{}_2 < Z_2 \le B(0)$.

Необходимые условия супремума формируются точно так же, как и для инфимума, только в каждом неравенстве знак меняется на противоположный, в условиях 2 и 4 знак функций L и M меняется с «+» на «-».

Известно (результат 3), что общим достаточным условием того, чтобы ФР F_i доставляла инфимум интегралу $I(F),\ F \in K_2$, является неотрицательность функции $\varphi_i(x) = g(x) - U_i(x)$ для всех $x \ge 0$, где $U_i(x)$ - многочлен, связанный с ФР F_i и функцией $g(x)$ формулами (10), (12), (14), (13) при $i = \overline{1,4}$ соответственно.

Приведенные необходимые и достаточные условия существования экстремальных значений линейных функционалов, характеризуют надежность систем с резервом времени, и условия, производящие разбиение области параметров на непересекающиеся подобласти, каждой из которых отвечало бы свое семейство ФР, не котором могут достигаться (или вычисляться) наибольшее и наименьшее значения этих функционалов.

Определим двухсторонние оценки функционалов, характеризующих надежность систем с пополняемым резервом времени.

При анализе и прогнозировании надежности объектов радиоэлектронной техники в условиях наличия ограниченной априорной информации при формализации задачи удается представить показатели надежности в виде интегралов вероятностей. В этом случае становится возможным привлечь для нахождения верхних и нижних оценок этих показателей методы теории моментов, связанные с решением экстремальных задач. Используя приведенные выше необходимые и достаточные условия существования точных границ линейных функционалов, получим двухсторонние оценки некоторых характеристик, которые наиболее часто используются при определении показателей надежности систем с резервом времени различных классов. Особый интерес вызывают ситуации в которых резерв времени является постоянной величиной, случайной величиной с известным законом распределения, случайной величиной с неизвестным законом распределения.

Резерв времени – постоянная величина

Оценки 1.

Рассматривается случай, когда в системе предусмотрен резерв времени $t_Д=const$. В выражение вероятности того, что отказ объекта приведет к отказу всей технической системы (2) входит величина $F_В(t_Д)$. Сформулируем задачу следующим образом:

найти верхнюю и нижнюю границы изменения функционала

$$I(F)=F(T)=\int_0^T dF(x)=\int_0^\infty g(x,T)dF(x), \quad (19)$$

где $g(x,T)=\begin{cases} I & при \quad 0\le x<T, \\ 0 & при \quad x\ge T, \end{cases}$

Оценки 2. Рассматривается функционал $I_1(F)$

$$I_1(F)=\int_0^T (x-T)dF(x)=\int_0^\infty g(x)dF(x),$$

где $g(x)=\begin{cases} x-T, & при \quad 0<x\le T, \\ 0, & при \quad x>T. \end{cases}$

Оценки 3. Рассматривается функционал $I_2(F)$

$$I_2(F)=\int_0^T [1-F(x)]/(1-F(T)).$$

Для получения двухсторонних оценок представим его в «стандартном» виде, т.е.

$$I_2(F)=\frac{\int_0^T [1-F(x)]dx}{1-F(T)}\times\frac{\int_0^\infty g_1(x,T)dF(x)}{\int_0^\infty g_2(x,T)dF(x)}=\frac{I'(F)}{I''(F)},$$

где

$$g_1(x,T)=\begin{cases} x, & при \quad 0\le x<T, \\ T, & при \quad x\ge T, \end{cases}$$

$$g_2(x,T)=\begin{cases} 0, & при \quad 0\le x<T, \\ 1, & при \quad x\ge T. \end{cases}$$

Оценки 4. Рассматривается функционал $I_3(F)$

$$I_3(F)=\int_0^T xdF(x)/(1-F(T)).$$

Предположим, что время восстановления не ограничено ($Q=\infty$) или не может принимать значений, больших Q, т.е. $F(Q+0)=1$.

Тогда, для функционала $I_3(F)=\int_T^Q \frac{xdF(x)}{1-F(T)}$ можно получить двухсторонние оценки его изменения в зависимости от параметров при условии, что $F(x)\in K_2$.

Резерв времени – случайная величина с известным законом распределения

Пусть резервное время $\tau_Д$ распределено по закону $D(x)=P\{\tau_Д)<x\}=1-(1+\nu x)e^{-\nu x}, \quad \nu>0$, а время восстановления $t_В$ имеет ФР $F(x)$. Вид этой ФР неизвестен, а известно только, что $F\in K_2$, где

$$K_2=\left\{\begin{matrix} F: F(0-)=0,\ F(\infty), \\ \int_0^\infty x^i dF(x)=S_i,\ i=1{,}2\ ,0<S_1<\infty,\ S_1^2<S_2<\infty \end{matrix}\right\}.$$

Вероятность q в этом случае определяется выражением

$$q=P\{\tau_Д<t_B\}=\int_0^\infty\left[1-(1+\nu x)e^{-\nu x}\right] dF(x)=I(F). \quad (20)$$

Необходимо получить точные верхние и нижние оценки этой вероятности при условии $F(x)\in K_2$.

При распределении времени $\tau_Д$ по экспоненциальному закону с параметром γ функционал $I(F)$ имеет вид

$$I(F)=\int_0^\infty \left[1-e^{-\gamma x}\right] dF(x).$$

Используя аналогичные рассуждения, несложно показать, что в этом случае минимальное значение

$$\inf_{F\in K_2} I(F)=\frac{S_1^2}{S_2}=\frac{1}{S_1^2 S_2}e^{-\gamma S_1 S_2},$$

а максимальное $\sup_{F\in K_2} I(F)=1-\exp(-\gamma/S_1)$. Описание множества ФР K_2 аналогично приведенному для предыдущего случая. Эти оценки совпадают с приведенными в [3], которые получены другим путем.

Резерв времени – случайная величина с неизвестным законом распределения

Пусть известны виды ФР как времени восстановления, так и резерва времени. Тогда задача построения двухсторонних оценок вероятности того, что отказ объекта приведет к отказу всей системы, сводится к исследованию на экстремум интеграла

$$I(F_1,F_2)=\int_0^{\infty}F_2(x)dF_1(x) \qquad (21)$$

при условии, что ФР $F_1(x)$ и $F_2(x)$ известны, а фиксированы только математические ожидания

$$S_1=\int_0^{\infty}\left[1-F_1(x)\right]\,dx \quad и \quad m_1=\int_0^{\infty}\left[1-F_2(x)\right]\,dx.$$

Замечание 1. При x_1=0 инфимум равен $(x_2-m_1)/x_2$ при $S_1<x_2\le Q$ и равен $\frac{x_2-m_1}{x_2}\times\frac{Q-S_1}{Q-x_2}+\frac{S_1-x_2}{Q-x_2}$ при $m_1<x_2\le S_1$.

Замечание 2. Неравенство

$$\frac{(Q-x_1)(x_2-m_1)}{(x_2-x_1)^2}<1$$

(или противоположное), возникает при доказательстве экстремальности ФР $F_1(x)$.

Рассмотрим еще один практически важный случай наличия ограниченной информации при построении экстремальных значений функционала $I_2(F)=\int_0^T[1-F(x)]/(1-F(T))$.

Пусть известны первый и второй начальные моменты СВ с ФР $F_2(x)$, равные соответственно

$$m_1=\int_0^{\infty}xdF_2(x),\, m_2=\int_0^{\infty}x^2dF_2(x)\,,$$

причем $m_2>m_1^2$. Тогда задача

$I_3(F)=\int_0^T xdF(x)/(1-F(T))$ примет вид

$$\inf_{\substack{F_1\in K_1(Q)\\ F_2\in K_2(m_1,m_2)}}\int_0^Q F_2(x)dF_1(x)=$$

$$=\inf_{\substack{F_1\in E_1(Q)\\ F_2\in E_2(m_1,m_2)}}\int_0^Q F_2(x)dF_1(x). \qquad (22)$$

Этот инфимум будет вычисляться на одно-, двух- и трехступенчатых ФР F_2 из класса E_2 и на одно- и двухступенчатых ФР F_1 из класса E_1. В этом случае классу E_1 дополнительно принадлежит и множество трехступенчатых ФР с точками роста x_1, x_2, x_3. Скачки в них определяются из (7) и равны

$$p_1=\frac{m_2-m_1(x_2+x_3)+x_2x_3}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)},$$

$$p_2=\frac{m_2-m_1(x_1+x_3)+x_1x_3}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)},$$

$$p_3=\frac{m_2-m_1(x_1+x_2)+x_1x_3}{(x_3-x_1)(x_3-x_1)}.$$

Результат решения задачи нахождения

$$\inf_{\substack{F_1\in K_1(Q)\\ F_2\in K_2(m_1,m_2)}}\int_0^{\infty}F_2(x,x_1,x_2,x_3)dF_1(x)\,,$$

где $F_2(x, x_1, x_2, x_3)$ - трехпараметрическое семейство ступенчатых ФР из множества E_2 с точками роста x_1, x_2, x_3, удовлетворяет неравенствам (6).

Полученные результаты позволяют разбить область параметров задачи на непересекающиеся подобласти, каждой из которых отвечает свое экстремальное распределение и, таким образом, найти гарантированные оценки вероятности того, что отказ объекта приведет к отказу всей системы при наличии ограниченной информации о случайной величине времени восстановления и резерва времени.

Оценки функции распределения суммы двух случайных величин

При анализе и прогнозировании надежности систем с резервом времени в условиях априорной неопределенности при различных способах контроля работоспособности объекта, при случайном режиме его использования и в других практически важных случаях необходимо оценивать ФР сумм двух независимых СВ ξ и η с ФР соответственно $G(x)=p\{\xi<x\}\; и\; F(x)=p\{\eta<x\}$, т.е. ФР

$$I(F,G)=p\{\xi+\eta<x\}=$$

$$=\int_0^t G(t-x)dF(x)=\int_0^t F(t-x)dG(x). \qquad (23)$$

Для получения двухсторонних оценок функционала $I(F,G)$ при известных средних значения СВ ξ и η, m_1 и S_1 соответственно

$$m_1 = \int_0^\infty [1 - G(x)]dx, \; S_1 = \int_0^\infty [1 - F(x)]dx,$$

необходимо решить задачу

$$I(F,G) \to \inf_{G \in K(m), F \in K(S_1)} (\sup)$$

и произвольных видах ФР $G(x)$ и $F(x)$ с фиксированными МОЖ.

22.03.2011

Список литературы:

1. Вольперт А.И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.:Наука, 1975 г. 394с.
2. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 1973. 167 с.
3. Стойкова Л.С. О некоторых новых необходимых условиях экстремума интеграла Лебега-Стилтьеса в классе функций распределения //Кибернетика 1991, N2, с. 53-57, 90.

Сведения об авторах:
Шаяхметов В.В., доцент Башкирского государственного университета, кандидат технических наук, доцент
Саитов Р.И., профессор Уфимского филиала Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор
Аскаров А.М., аспирант Оренбургского государственного университета
Абдеев Э.Р., преподаватель Уфимского филиала Оренбургского государственного университета
450074, г. Уфа, ул. Фрунзе, 32, тел.: (3472) 226105, 645555, e-mail: shayakhmetov@mail.ru

UDC 519.688
Shayakhmetov V.V., Saitov R.I., Askarov A.M., Abdeev E.R.
THIS IS PROBLEM OF DECISION OF STEELTIECE INTEGRAL FOR RELIABILITY ANALYSIS OF TECHNICAL SYSTEMS

We present the analytic method of decision where we achieve extremes in the form of graded functions of distribution (FD) with limited number of points of increase. We examine special functions for finding FD and extremes in the sphere of parameters modifications. These values can be used in the analysis of technical systems reliability with different purposeful destination according to the limited information a priori.