

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КРЕДИТОВАНИЯ И СТРАХОВАНИЯ С УЧЕТОМ ИНТЕРЕСОВ ВСЕХ УЧАСТНИКОВ СИСТЕМЫ «КРЕДИТОР – ЗАЕМЩИК – СТРАХОВЩИК»

**В статье представлены результаты решения задачи многокритериальной оптимизации по выбору параметров кредитования и страхования, обеспечивающих достижение компромисса между интересами кредитора, заемщиков и страховщика.**

**Ключевые слова:** кредиторская задолженность, страхование, многокритериальная оптимизация.

За последние два года в результате финансового кризиса российские банки существенно сократили объемы выдаваемых кредитов. Причем на фоне снижения кредитных портфелей стала расти доля просроченной задолженности, которая уже к концу 2008 года возросла до 4%, что в мировой практике считается порогом, при достижении которого банк начинает нести существенные потери. Обезопасить себя от риска непогашения платежей по кредитам банки могут за счет страхования. В существующих условиях страхование выгодно не только банкам, но и заемщикам в связи с возможностью потери части доходов либо потери трудоспособности, и самим страховщикам, поскольку позволит увеличить портфель клиентов.

Рассмотрим ситуацию, когда договор страхования заключается между банком и страховой компанией на следующих условиях:

- страховой случай заключается в непогашении текущих платежей по кредиту;
- размер страховых взносов определяется на основе размера текущих платежей заемщиков;
- размер страхового возмещения определяется на основе размера текущих платежей портфеля заемщиков и степени ответственности страховщика.

В качестве вероятности наступления страхового случая, состоящего в непогашении текущих платежей, в каждый момент времени  $t$  будем брать величину  $\rho_t$  [1]:

$$\rho_t = P(0,04 < y_t < 1), \quad (1)$$

где  $y_t$  – доля непогашенной в момент времени  $t$  задолженности.

На основе информации о доле непогашенной кредиторской задолженности и показателях экономического развития Оренбургской

области в период с января 2007 г. по декабрь 2009 г. был проведен нетрадиционный корреляционный анализ, который позволил отобрать следующие факторы, оказывающие влияние на долю непогашенной кредиторской задолженности:

$x_{1t}$  – уровень безработных в момент времени  $t$  (в %);

$x_{2t}$  – доля занятых в частной сфере в момент времени  $t$  (в %);

$x_{3t}$  – доля прибывших в момент времени  $t$  (в %);

$x_{4t}$  – темп роста валового регионального продукта в момент времени  $t$  (в %).

Анализ показал, что рассматриваемые временные ряды интегрированы первого порядка.

Зависимость доли непогашенной кредиторской задолженности от показателей экономического развития области в момент времени  $t$  будем искать в виде функции регрессии:

$$\tilde{y}_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{1t} + \beta_2 \cdot x_{2t} + \beta_3 \cdot x_{3t} + \beta_4 \cdot x_{4t}, \quad (2)$$

модель которой имеет вид:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{1t} + \beta_2 \cdot x_{2t} + \beta_3 \cdot x_{3t} + \beta_4 \cdot x_{4t} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

$$t = \overline{1,36},$$

$$M(\varepsilon_t) = 0;$$

$$M(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t+\tau}) = \begin{cases} \sigma^2, & t = \tau \\ 0, & t \neq \tau \end{cases}. \quad (4)$$

С помощью расширенного критерия Дики-Фуллера было определено, что рассматриваемые временные ряды коинтегрированы.

Оценка функции регрессии имеет вид (5).

$$\hat{y}_t = 0,268 + 0,008 \cdot x_{1t} - 0,007 \cdot x_{2t} + 0,047 \cdot x_{3t} - 0,002 \cdot x_{4t}, \quad \bar{R}^2 = 0,92. \quad (5)$$

(0,136)    (0,001)    (0,003)    (0,008)    (0,001)

Подтверждена гипотеза о нормальном законе распределения, условия (4) выполнены, построенная модель и коэффициенты модели значимы.

Таким образом, снижение доли непогашенной кредиторской задолженности возможно за счет увеличения доли занятых в частной сфере и темпа роста валового регионального продукта, а также за счет снижения уровня безработных и доли прибывших.

В качестве прогнозируемого значения доли непогашенной кредиторской задолженности в момент времени  $t$  будем рассматривать оценку  $\hat{y}_t$  и, учитывая свойства регрессионных остатков  $\varepsilon_t$ , вероятность наступления страхового случая определим следующим образом:

$$\rho_t = P(0,04 < \hat{y}_t < 1) = \frac{1}{2} \left( \Phi \left( \frac{1 - \hat{y}_t}{\hat{s}_{ocm.}} \right) - \Phi \left( \frac{0,04 - \hat{y}_t}{\hat{s}_{ocm.}} \right) \right), \quad (6)$$

где 
$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (7)$$

Оцененные вероятности непогашения текущих платежей в период с января по май 2010 представлены в таблице 1.

Для определения параметров кредитования и страхования с учетом интересов всех участников системы «кредитор – заемщик – страховщик» предлагается рассматривать следующую задачу многокритериальной оптимизации:

$$\begin{aligned} F_t^3 &= D - R_t \rightarrow \max \\ F_t^k &= R_t \cdot (1 - \rho_t) + W_t \cdot \rho_t - V_t \rightarrow \max, t = \overline{1, n \cdot m}, \quad (8) \\ F_t^c &= V_t - W_t \cdot \rho_t \rightarrow \max \end{aligned}$$

где  $F_t^3$  – целевая функция заемщика;  $F_t^k$  – целевая функция кредитора;  $F_t^c$  – целевая функция страховщика;  $n$  – срок ссуды;  $m$  – коли-

чество выплат в году;  $D$  – сумма кредита;  $R_t$  – платеж в  $t$ -й момент времени;  $V_t$  – страховые взносы в  $t$ -й момент времени;  $W_t$  – страховое возмещение в  $t$ -й момент времени;  $\rho_t$  – вероятность невыплаты по кредиту в  $t$ -й момент времени.

Размер выплаты в момент времени  $t$  будем рассчитывать, предполагая, что долг погашается равными платежами. Если долг погашается  $m$  раз в году, то выплата в любой  $t$ -й момент времени постоянна и равна

$$R_t = R = \frac{D}{a_{n,g}^{(m)}}, \quad (9)$$

где  $g$  – ставка процента по кредиту;

$$a_{n,g}^{(m)} = \frac{1 - (1 + g)^{-n}}{(1 + g)^{1/m} - 1}. \quad (10)$$

Страховые взносы в  $t$ -й момент времени будем рассчитывать по формуле:

$$V_t = R_t \cdot \rho_t \cdot (1 + \Theta), \quad (11)$$

где  $\Theta$  – относительная рискованная надбавка страховщика.

Страховое возмещение в  $t$ -й момент времени определяется следующим образом:

$$W_t = R_t \cdot \xi, \quad (12)$$

где  $\xi$  – степень ответственности страховщика.

На неизвестные переменные в модели будут накладываться следующие условия:

$$0 < i \leq 1, 0 < \Theta \leq 1, 0 < \xi \leq 1 \quad (13)$$

Решим задачу многокритериальной оптимизации модифицированным методом STEM [2].

На первом этапе реализации метода STEM решается серия задач оптимизации (12):

$$\max_{x \in X} \{f_i(x) | f_j(x) \geq l_j^{(k)}, j = \overline{1, r}\} l^0 = -L \quad (14)$$

На основе полученных  $x^{(k,i)}$  рассчитываются  $\lambda_j^{(k)}$  и решается оптимизационная задача вида (13):

Таблица 1. Оценка вероятности непогашения текущих платежей за кредит

Период / Показатель	Доля непогашенной кредиторской задолженности	Оценка вероятности непогашения текущих платежей
Январь 2010	0,045	0,813
Февраль 2010	0,044	0,739
Март 2010	0,044	0,776
Апрель 2010	0,039	0,413
Май 2010	0,044	0,725

$$\max_{x \in X, f_j(x) \geq l_j^{(k)}, j=1,r} \sum_{i=1}^r \lambda_i^{(k)} \cdot f_i(x) \quad (15)$$

ЛПР, получив информацию о  $f((x^{(k)}), l^{(k)})$ , может усилить ограничение, если значение по  $j$ -му критерию его не устраивает, следующим образом:

$$l^{(k+1)} = \begin{cases} l^{(k)}, & i \neq j \\ l_j^{(k)} + \Delta, & i = j \end{cases} \quad (16)$$

Исходные данные для решения задачи многокритериальной оптимизации:

- сумма кредита – 10 млн. руб.;
- срок ссуды – 1 год;
- платежи вносятся ежемесячно.

В результате решения задачи многокритериальной оптимизации были получены значения

параметров: ставки процента за кредит – 31,5%, относительной рискованной надбавки – 37,2% и степени ответственности страховщика – 48%, обеспечивающие достижение компромисса между интересами кредитора, заемщиков и страховщика.

Графики накопленных доходов кредитора, страховщика и накопленных выплат заемщиков в случае отсутствия страхового события представлены на рисунке 1.

В случае отсутствия страхового события банк начинает получать прибыль с 11-го месяца. Страховая компания в этом случае потерь не несет.

Рассмотрим динамику доходов банка и страховщика в случае наступления страхового случая в  $t$ -й момент времени,  $t = 1,12$  (рисунок 2).

Таким образом, наступление страхового случая в период с 1-го по 7-й месяц приведет к

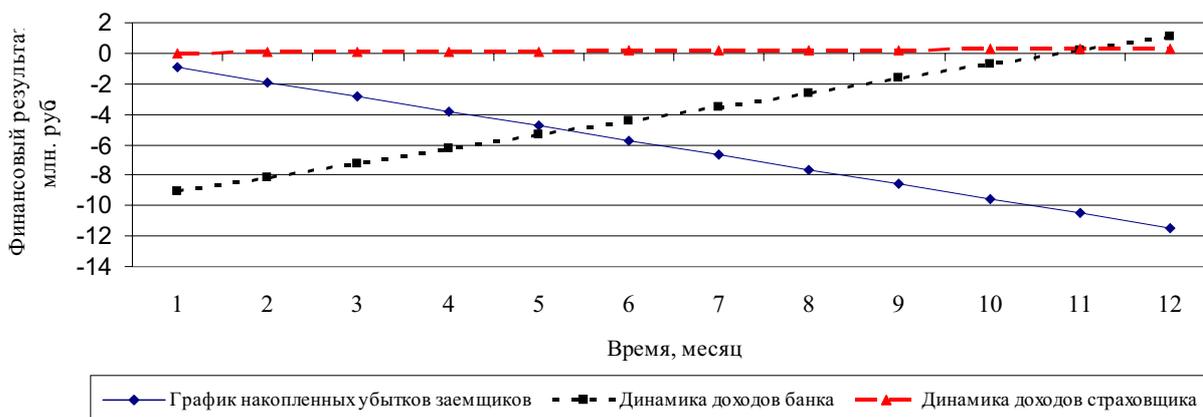


Рисунок 1. Динамика финансовых результатов деятельности участников системы «кредитор – заемщик – страховщик» в случае отсутствия страхового события

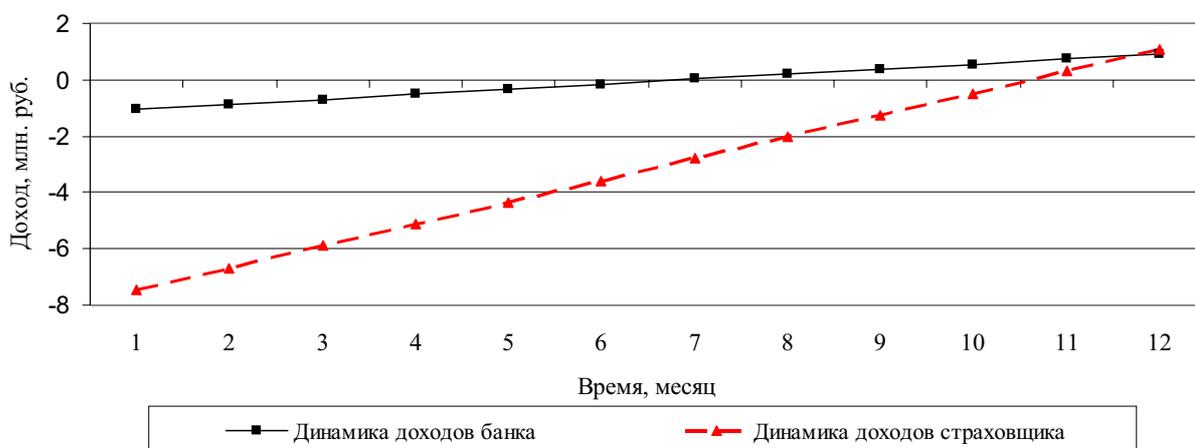


Рисунок 2. Динамика доходов кредитора и страховщика в случае наступления страхового случая в  $t$ -й момент времени

получению кредитором убытков, что может послужить причиной повышения процентной ставки за кредит. Отметим, что в случае заключения страхового договора убытки банка при

наступлении страхового события сокращаются в среднем на 48%. Страховщик в этой ситуации получит доход только при наступлении страхового случая не ранее 11-го месяца.

14.12.2010

**Список литературы:**

1. Bernhardsen, Eivind A Model of Bankruptcy Prediction [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.norges-bank.no/publikasjoner/arbeidsnotater/pdf/arb-2001-10.pdf>.
2. Вопросы анализа и процедуры принятия решений / под ред. В. Фридмана [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://reslib.com/book/Voprosi\\_analiza\\_i\\_proceduri\\_prinyatiya\\_reshenij](http://reslib.com/book/Voprosi_analiza_i_proceduri_prinyatiya_reshenij)

Сведения об авторе: **Зеленина Татьяна Александровна**, ассистент кафедры математических методов и моделей в экономике факультета экономики и управления

Оренбургского государственного университета

460018, г. Оренбург, пр-т. Победы 13, ауд. 6106, тел. (3532) 372444, e-mail: karabolda@mail.ru

**UDC 368:519**

**Zelenina T.A.**

**OPTIMIZATION OF LENDING AND INSURANCE PARAMETERS CONSIDERING THE INTERESTS OF ALL MEMBERS OF SYSTEM «LENDER - BORROWER - INSURER»**

The article addresses the problem of multicriteria optimization in the choice of lending and insurance parameters, providing a compromise between the interests of lenders, borrowers and insurers.

Keywords: accounts payable, insurance, multicriteria optimization.

**Bibliography:**

1. Bernhardsen, Eivind A Model of Bankruptcy Prediction [the Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.norges-bank.no/publikasjoner/arbeidsnotater/pdf/arb-2001-10.pdf>.
2. The question of analysis and decision procedure / edited by V. Fridman [the Electronic resource]. – Mode of access: [http://reslib.com/book/Voprosi\\_analiza\\_i\\_proceduri\\_prinyatiya\\_reshenij](http://reslib.com/book/Voprosi_analiza_i_proceduri_prinyatiya_reshenij)