УДК 37(092):51

Игнатушина И.В.
Оренбургский государственный педагогический университет
E-mail: streleec@yandex.ru

КОНСТАНТИН АЛЕКСАНДРОВИЧ ТОРОПОВ (К 150-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

В статье дается обзор жизненного пути К.А. Торопова, характеризуются его научные достижения, а также показываются некоторые из его методических находок. Здесь представлен довольно подробный анализ работы К.А. Торопова «Магический ряд и применение его к решению задач», которая интересна с методической точки зрения, поскольку в ней описан очень простой для понимания метод решения треугольников. С помощью этого метода можно решить любую задачу на вычисление какого-нибудь элемента в треугольнике по известным трем его элементам.

Ключевые слова: история математического образования, Константин Александрович Торопов.

В 2010 году исполняется 150 лет со дня рождения Константина Александровича Торопова – замечательного математика и педагога, первого профессора Оренбургского института народного образования (ныне Оренбургский государственный педагогический университет), автора ряда работ по вопросам преподавания математики, оригинальных учебников и исследований по математическому анализу.

Константин Александрович родился в семье священника 12 мая 1860 г. в селе Калиновском Камышловского уезда Пермской губернии (по прежнему административному делению) [1]. О годах его детства, к сожалению, ничего не известно.

В 1878 г. Константин Александрович поступил в Петербургский университет на физико-математический факультет. Глубокое влияние на формирование его как математика-педагога оказала знаменитая Петербургская школа математики, возглавляемая Пафнутием Львовичем Чебышевым (1821–1894). В Петербургском университете тогда преподавали видные ученые, профессора Пафнутий Львович Чебышев, Андрей Андреевич Марков (1856–1886), Александр Николаевич Коркин (1837–1908), Константин Александрович Поссе (1847–1928), Иосиф Иванович Сомов (1815–1876), Юлиан Васильевич Сохоцкий (1842–1929), Егор Иванович Золотарев (1847–1878) и др.

К.А. Торопов уже с третьего курса университета включился в научную работу. Его интерес сосредоточился в основном на вопросах, связанных с интегрированием обыкновенных дифференциальных уравнений. В 1883 г. Константин Александрович окончил университет со степенью кандидата математических наук за сочинение «Интегрирование алгебраических иррациональных дифференциалов в конечном виде (частный случай)». Указанную выпускную работу К.А. Торопов выполнял под руководством профессора математики К.А. Поссе, который 11 февраля 1883 г. дал на нее следующее заключение: «Диссертацию г. Торопова признаю вполне удовлетворительной и заслуживающей большого одобрения» [2, с. 70].

Ввиду выдающихся успехов по математике К.А. Торопов был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию. Два года он работал при университете, сдал магистерские экзамены и опубликовал ряд работ. Среди них «Интегрирование некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений» (1884) и «Об интегрировании в конечном виде одного класса дифференциалов» (1885), опубликованные математическим обществом при Харьковском университете.

В эти годы Константин Александрович увлекся политической деятельностью, его волновали вопросы общественной жизни. Тогда же министр народного просвещения Делянов начал беспощадную борьбу с революционным движением. Поэтому, несмотря на то, что магистерская диссертация К.А. Торопова была высоко оценена оппонентами, он не был допущен к защите и отчислен из университета ввиду полученного отзыва о его политической неблагонадежности.

После этого К.А. Торопов не мог получить место работы в средней школе и был вынужден поступить на службу в качестве счетовода в контору Пермской железной дороги. Только 18 декабря 1886 г. он наконец получил место учителя математики в Пермской мужской гимназии и с этого времени непрерывно преподавал математику в разных учебных заведениях: вначале в г. Перми (1886–1890), потом в Красноуфимском промышленном училище(1890–1900), затем в Таганрогском техническом училище (1900–1908), в Белебеевском реальном училище (1908–1910) и с 1910 г. до июня 1933 г. – в г. Оренбурге.

Отдавая всего себя педагогической деятельности, Константин Александрович продолжал свои научные изыскания. Так в 1887 г. он опубликовал работу «О приведении гиперэллиптических интегралов к эллиптическим» [3], напечатанную в Перми, в типографии губернской земской управы.

Напомним, что гиперэллиптическим интегралом называется интеграл вида: $\int R(x,\omega)dx$, где R – рациональная функция от переменных x, ω, связанных алгебраическим уравнением $\omega^2 = P(x)$. Здесь $P(x)$ – многочлен степени $n \geq 5$ без кратных корней. В случае, когда n равно 3 или 4, получаются эллиптические интегралы.

В указанной работе представлен подробный анализ литературы, имеющейся на тот момент по данной проблеме, и рассмотрен еще один возможный случай сведения гиперэллиптических интегралов к эллиптическим.

К.А. Торопов немало сделал в педагогике и методике преподавания математики. Как человек большой эрудиции, он был хорошо знаком с различными методическими идеями того времени и постоянно находил новые пути в преподавании математики. Свой педагогический опыт Константин Александрович отразил в журнальных статьях и учебниках. Так в 1894 г. в Перми им был опубликован «Краткий курс тригонометрии», в котором была предложена интересная теория решения треугольников. Отзывы об этом учебнике были напечатаны в журналах «Педагогический сборник», «Журнал Министерства народного просвещения», а также в газете «Русские ведомости» (1904).

Впоследствии Константин Александрович развил дальше общую теорию решения треугольников и результаты исследования опубликовал в 1908 г. в своей книге «Магический ряд и применение его к решению задач», вышедшей из печати в Таганроге. Второе издание этой книги [4] вышло в 1911 г. в Оренбурге. Предложенный им метод решения треугольников вошел в полный курс тригонометрии С.И. Новоселова [5, с. 387] под названием «Общий принцип Торопова решения треугольников».

В 1910 г. Константин Александрович переехал в Оренбург. Здесь его педагогическая деятельность продолжилась в Оренбургском реальном училище, куда он был назначен на должность директора. В реальном училище в то время успешно работал математический кружок. На его заседаниях выступали как преподаватели, так и учащиеся. Лучшие доклады печатались в журнале «Записки математического кружка при Оренбургском реальном училище» (1906–1914). Сам Константин Александрович в этом журнале опубликовал ряд методических работ, касающихся изучения квадратной функции, вычисления корней кубического уравнения и др.

К.А. Торопов вел большую общественную работу, выступал на различных совещаниях учителей, был руководителем Оренбургского педагогического общества, читал публичные лекции по педагогике и методике преподавания математики. После революции он возглавлял комиссию по составлению новой программы по математике.

В 1919 г. был создан Оренбургский институт народного образования (ОИНО), на базе которого в дальнейшем был организован педагогический институт (ныне Оренбургский государственный педагогический университет). Преподавателями физико-технического отделения института стали квалифицированные педагоги, ранее работавшие в учебных заведениях Оренбурга. Среди них был и К.А. Торопов. В этом же году Народный комиссариат просвещения Киргизской ССР присвоил К.А. Торопову звание профессора математики.

В 1930 г. была организована кафедра математики, которая вошла в состав физико-технического отделения. Ее возглавил первый штатный профессор института К.А. Торопов [6, с. 3].

В последнее десятилетие своей жизни Константин Александрович опубликовал ряд интересных работ по методике преподавания математики в «Вестнике просвещения Оренбургского губернского отдела народного образования».

Константин Александрович умер 26 июня 1933 г.

Около полувека К.А. Торопов преподавал математику. Тысячи учителей получили математическую и методическую подготовку под его руководством.

Теперь обратимся к его работе «Магический ряд и применение его к решению задач» [4]. Эта работа интересна с методической точки зрения, поскольку в ней описан очень простой для понимания принцип решения треугольников. Исходными являются две теоремы, которые должны быть известны учащимся:

1) теорема синусов $2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (рис. 1);

2) теорема о том, что алгебраическая сумма, составленная из числителей равных отношений, относится к такой же сумме из знаменателей, как один из этих числителей относится к своему знаменателю.

Например, если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{f}{g}$, то $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$ и $\frac{a-c+f}{b-d+g} = \frac{a}{b}$.

Отсюда получается:

$$2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a+b}{\sin A + \sin B} =$$
$$= \frac{a-b}{\sin A - \sin B} = \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} =$$
$$= \frac{a+b-c}{\sin A + \sin B - \sin C} = \ldots$$

Эта цепочка равенств и есть «магический ряд», который фигурирует в названии работы.

Далее показано, как получить аналогичные соотношения для нахождения высот, биссектрис и медиан треугольника.

1. Поскольку высоты (рис. 2) треугольника h_a, h_b, h_c удовлетворяют соотношениям:

$$a = \frac{h_c}{\sin B},\ b = \frac{h_a}{\sin C},\ c = \frac{h_b}{\sin A},$$

то $$2R = \frac{h_c}{\sin A \sin B} = \frac{h_b}{\sin A \sin C} = \frac{h_a}{\sin B \sin C}.$$

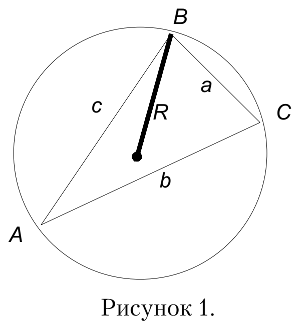

Рисунок 1.

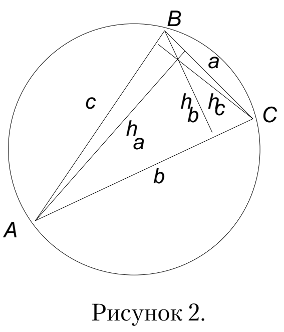

Рисунок 2.

2. Пусть $BL = l_b$ – биссектриса треугольника (рис. 3). Тогда $\angle LBC = \frac{1}{2}\angle B$; $\angle DBC = 90^\circ - \angle C$ и $\angle LBD = \frac{1}{2}\angle B - (90^\circ - \angle C) = \frac{\angle B + 2\angle C - 180^\circ}{2} = \frac{\angle C - \angle A}{2}$. Пусть $BD = h_b$ – высота треугольника, тогда $BD = BL \cdot \cos\frac{\angle C - \angle A}{2}$ или $h_b = l_b \cdot \cos\frac{\angle C - \angle A}{2}$. Учитывая полученные ранее соотношения для высот треугольника, имеем:

$$2R = \frac{l_a \cdot \cos\frac{\angle B - \angle C}{2}}{\sin B \sin C} = \frac{l_b \cdot \cos\frac{\angle C - \angle A}{2}}{\sin C \sin A} = \frac{l_c \cdot \cos\frac{\angle A - \angle B}{2}}{\sin A \sin B}.$$

3. Пусть $BM = m_b$ – медиана треугольника (рис. 4). Обозначим $\angle BMD$ через ω, тогда $h_b = m_b \sin\omega$. Угол ω можно найти из соотношения $ctg\omega = \frac{\sin(B-C)}{2\sin B \sin C}$, которое Торопов здесь же выводит. Тогда, учитывая полученные ранее соотношения для высот треугольника, имеем: $2R = \frac{m_b \sin\omega}{\sin A \sin C}$.

Затем Торопов дает свою классификацию задачам на нахождение элементов треугольника по трем данным элементам, однозначно определяющим этот треугольник. Он выделяет пять основных групп таких задач:

1) даны два угла и один какой-нибудь линейный элемент;

2) даны один угол и два линейных элемента;

3) даны три линейных элемента;

4) известно отношение линейных элементов;

5) даны некоторые соотношения, содержащие известные углы, которые составляют стороны треугольника с каким-нибудь направлением.

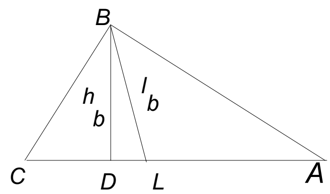

Рисунок 3.

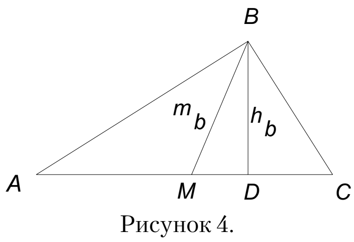

Рисунок 4.

Их решение дается на конкретных примерах.

В заключение своей работы Торопов излагает все полученное в более общей форме. Он рассматривает однородную функцию n-го порядка $f(a,b,c)$, связывающую стороны треугольника a,b,c. Тогда для этой функции справедливо равенство:

$$f(ka,kb,kc)=k^n f(a,b,c).$$

Положив здесь $k=\frac{1}{2R}$, он получает $f\left(\frac{a}{2R},\frac{b}{2R},\frac{c}{2R}\right)=\frac{1}{(2R)^n}f(a,b,c)$.

Отсюда, учитывая теорему синусов, имеем $f(a,b,c)=(2R)^n f(\sin A,\sin B,\sin C)$.

Следовательно, $2R=\frac{\sqrt[n]{f(a,b,c)}}{\sqrt[n]{f(\sin A,\sin B,\sin C)}}$.

Таким образом, получается ряд равных отношений

$$2R=\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt[n]{f(a,b,c)}}{\sqrt[n]{f(\sin A,\sin B,\sin C)}},$$

который Торопов назвал магическим.

В этом ряду заключаются все возможные соотношения между линейными элементами треугольника a,b,c и некоторым отрезком l, зависящим от них, поскольку всегда l можно выразить через a,b,c с помощью некоторой однородной функции f : $l=f(a,b,c)$.

12.05.2010

Список использованной литературы:

1. Бородин А.И., Бугай А.С. Выдающиеся математики: Биогр. слов. – справ. 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Рад. шк., 1987. – С. 505.
2. Столяров Н.А. Константин Александрович Торопов // Математика в школе. – 1955 – №1. – С. 70–71.
3. Торопов К.А. О приведении гиперэллиптических интегралов к эллиптическим. Исследования К. Торопова, преподавателя Пермской гимназии. – Пермь: Типография губернской земской управы, 1887.
4. Торопов К.А. Магический ряд и применение его к решению задач. 2-е изд., испр. и доп. – Оренбург: Типо-литография т-ва Каримов, Хусаинов, 1911. – 50 с.
5. Новоселов С.И. Специальный курс тригонометрии. – М.: Высшая школа, 1967. – С. 387.
6. Игнатушина И.В. Кафедра математического анализа и методики преподавания математики Оренбургского государственного педагогического университета (Очерк истории). – Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2006. – 30 с.

Сведения об авторе

Игнатушина Инесса Васильевна, доцент кафедры математического анализа и методики преподавания математики физико-математического факультета Оренбургского государственного педагогического университета, кандидат физико-математических наук, доцент

460844, г. Оренбург, ул. Советская, 19, тел. (3532) 772452, 769918, 729926, e-mail: streleec@yandex.ru

Ignatushkina I.V.

Konstantin Alexandrovich Toropov (to the 150- anniversary from the birthday)

The author gave the survey of life K.A. Toropov, characterized his scientific achievements, and showed some of his methodological findings. The author represented the sufficiently detailed analysis of work of K.A. Toropov “Magic number and its application to the solution of problems”, which is interesting from a methodological point of view, since in it he described the method of solving the triangles in a very simple way for the understanding. With the help of this method it is possible to solve any task for the calculation of any of element in the triangle on its known three elements.

The key words: the history of mathematical formation, Konstantin Alexandrovich Toropov.

Bibliography:

1. Borodin A. I., Bugai A.S. Oustanding mathematics: The biographic dictionary. – Kiev, 1987. – P. 505.
2. Stoliarov N.A. Konstantin Aleksandrovich Toropov // Mathematics at school – 1955 – №1. – P. 70–71.
3. Toropov K. A. About reduction of hyperelliptic integrals to elliptic. Perm,1887.
4. Toropov K. A. A magic row and its application to the decision of problems. –Orenburg,1911. – 50 p.
5. Novoselov S. I. Special rate of trigonometry. –M., 1967. – P. 387.
6. Ignatushina I.V. Faculty of the mathematical analysis and methodology of teaching of mathematics of the Orenburg state pedagogical university (Sketch of a history). – Orenburg, 2006. – 30 p.