

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЭКСТРУДИРОВАНИЯ ВЫСОКОНАПОЛНЕННЫХ ПЛАСТМАСС

Рассматривается математическая модель процесса экструдирования высоконаполненных пластмасс с использованием методов математического моделирования, определены пять параметров эффекта процесса – производительность пресс-экструдера, мощность сил полезного сопротивления, усилие, действующее на рабочие органы, импульс всесторонних сжимающих напряжений, коэффициент полезного действия одношнекового прессующего механизма, позволяющие адекватно оценить процесс экструдирования.

Ключевые слова: шнек, скорость сдвига, коэффициент консистенции, напряжение сдвига, производительность пресс-экструдера, мощность сил полезного сопротивления, усилие, действующее на рабочие органы, импульс всесторонних сжимающих напряжений, коэффициент полезного действия одношнекового прессующего механизма.

При проектировании сложных технологических объектов практически на всех стадиях широко применяются различные методы математического моделирования.

Одним из подходов моделирования – является рассмотрение изучаемых объектов в качестве разновидностей сложных систем. При сравнении трудоемкости выполнения работ по решению задачи оптимального проектирования машин и аппаратов, и решением задачи по оптимальному проектированию при помощи системного исследования, наблюдается существенная разница. Трудоемкость системного исследования в данном случае существенно ниже затрат на сбор и обработку статистического материала [1]. Из анализа предложенной системы в работах [1], подвергаемые параметрическому синтезу механико-математические модели представляют собой сложные системы, так как взаимосвязь звеньев механизма с обрабатываемым материалом основана на единстве описания силовых и кинематических параметров процесса. На основании предложенного системного подхода [2] в предлагаемой методике предложено пять параметров эффекта – производительность пресс-экструдера, мощность сил полезного сопротивления, усилие, действующее на рабочие органы, импульс всесторонних сжимающих напряжений, коэффициент полезного действия одношнекового прессующего механизма.

Производительность экструдера удобно определять по расходу прессуемого материала через матрицу по зависимости

$$Q = \rho_m Q_m, \quad (1)$$

где ρ_m – плотность прессуемого материала в матрице.

Для матрицы с цилиндрическими фильерами Q_m определяется формулой $Q_m = \rho_f Q_\phi$.

Мощность, затрачиваемая на преодоление сил полезного сопротивления, может быть определена как мощность, развиваемая силами трения на контактных с материалом поверхностях рабочих органов.

Для определения параметров эффекта процесса экструдирования высоконаполненных пластмасс удобно рассматривать шнековый прессующий механизм как развертку цилиндрических поверхностей образующих канал на плоскость:

– для полости утечек (рис. 1) – это плоскость 1, замещающая шнековый цилиндр и плоскость 2, замещающая боковую поверхность лопасти шнека;

– для шнекового канала (рис. 2) – это плоскость 1, замещающая шнековый корпус и плоскость 2, замещающая дно шнекового канала.

На рисунке 3 показана развертка на плоскость контактной поверхности шнекового цилиндра диаметром D_2 .

Выделим на развертке контактной поверхности шнекового цилиндра диаметром D_2 элементарный участок с осевой протяженностью $du \sin \alpha$. На части этого элементарного участка, находящейся над каналом шнека, напряжения сдвига определены выражением $\tau_{2y} = \tau_{2x} \operatorname{tg} \alpha$.

Будем полагать, что на участке, находящемся над лопастью шнека, касательные напряжения на контактной поверхности распределяются, как показано на правой части рисунка 2 и определяются уравнением Оствальда-де Вилля:

$$\tau = \mu'(\dot{\gamma})^n,$$

где $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига прессуемого материала;

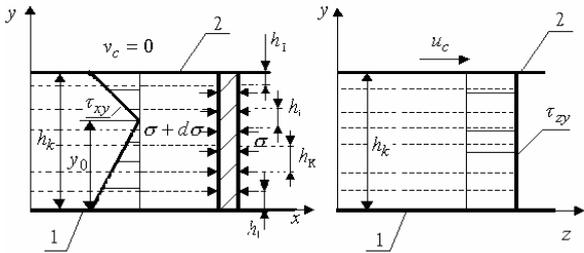
τ – напряжение сдвига в прессуемом материале;

n – индекс течения;

μ' – коэффициент консистенции материала.

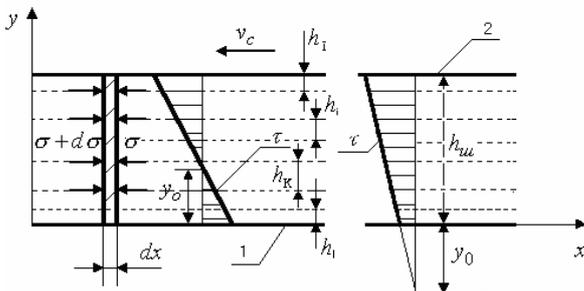
Причем скорость сдвига прессуемого материала:

$$\dot{\gamma} = \frac{D_2 \omega}{D_2 - D_1}. \quad (2)$$



1 – плоскость, замещающая шнековый цилиндр;
2 – плоскость, замещающая боковую поверхность лопасти шнека

Рисунок 1. Схема модели полости утечек



1 – плоскость, замещающая шнековый корпус;
2 – плоскость, замещающая дно шнекового канала

Рисунок 2. Схема модели шнекового канала

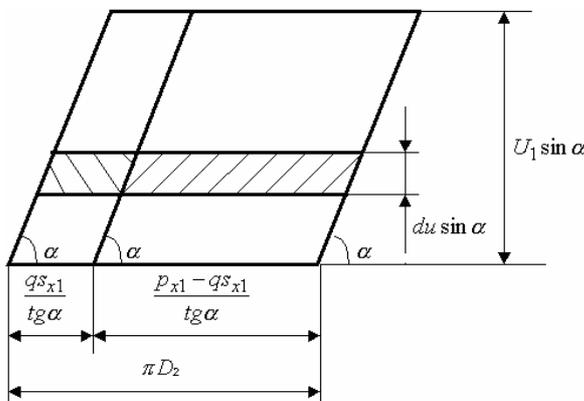


Рисунок 3. Схема развертки шнекового цилиндра для определения мощности сил полезного сопротивления

Тогда мощность сил полезного сопротивления N можно определить интегрированием касательных напряжений на контактной поверхности шнекового цилиндра:

$$N = \frac{D_2}{2} \omega \int_0^{U_1} \left[\tau_1 (p_{x1} - q s_{x1}) + \frac{\tau_1 q s_{x1}}{tg \alpha} \right] du \sin \alpha, \quad (3)$$

где p_{x1} – осевой шаг винтовой лопасти шнека на цилиндрической поверхности диаметром D_2 ;

q – число заходов шнека;

s_{x1} – осевая толщина винтовой лопасти шнека по цилиндрической поверхности диаметром D_2 ;

α – угол, образованный осью канала шнека O_u с осью O_y при рассмотрении модели прессующего механизма в координатах O_{xyu} ;

ω – угловая скорость вращения шнека.

Используя $\tau_{2U} = \frac{d\sigma_U}{du} (h_s - z_s)$ и $\frac{d\sigma_U}{du} = \frac{\sigma_1}{u_1}$,

после интегрирования получим:

$$N = \frac{D_2}{2} \omega \left[(p_{x1} - q s_{x1}) h_s \sigma_1 + q s_{x1} \cos \alpha \mu' \left(\frac{D_2 \omega}{D_2 - D_1} \right)^{n_1} \frac{L_1}{\sin \alpha} \right], \quad (4)$$

где σ_1 – нормальное напряжение перед матрицей;

h_s – расстояние между плоскостями;

L_1 – осевая протяженность шнека.

Распространяя полученный результат на прессующий механизм с насадкой на конце шнека, будем иметь окончательно мощность сил полезного сопротивления, определенную через момент сил полезного сопротивления:

$$N = \frac{D_2}{2} \omega \left[(p_{x1} - q s_{x1}) h_s \sigma_1 + q s_{x1} \cos \alpha \mu' \left(\frac{D_2 \omega}{D_2 - D_1} \right)^{n_1} \frac{L_1}{\sin \alpha} \right] + \pi \frac{D_2^2 \omega}{2} x_k \mu' \left(\frac{0,5 D_2 \omega}{D_2 - D_k} \right)^{n_1}, \quad (5)$$

где D_k – диаметр насадки на конце шнека.

Мощность машины определяется нагрузками, действующими на ее рабочие органы.

Для оценки этих нагрузок используем силу, действующую на матрицу прессующего механизма. Для определения этой силы используем следующее уравнение

$$R = \sigma_1 \frac{\pi D_2^2}{4}. \quad (6)$$

Для оценки механического качества продуктов, получаемых после переработки в прессующих механизмах можно использовать в качестве критерия s – импульс всесторонних сжимающих напряжений σ_B , сообщаемый готовому продукту за время его прессования. Для шнековых прессующих механизмов, состоящих из одной секции, его можно записать в виде выражения

$$S = \int_0^{t_n} \sigma_B dt = \frac{\sigma_1}{2} (t_s + t_k + t_m), \quad (7)$$

где t_s – время прессования в шнековом канале:

$$t_s = \frac{u_1 \rho p_{x1} q s_{x1} h_s \cos \alpha}{Q_s}; \quad (8)$$

t_k – время прессования в полости насадки на конце шнека осевой протяженностью x_k :

$$t_k = \frac{\pi(D_2^2 - D_k^2)x_k}{4(Q_s - Q_y)}; \quad (9)$$

t_m – время прессования в фильерах матрицы:

$$t_m = \frac{q_f \pi d_i^2 z_i}{4(Q_s - Q_y)}. \quad (10)$$

Ввиду незначительности напряжений в прессуемом материале в зонах транспортирования в сыпучем состоянии и уплотнения прессуемого материала их влиянием на импульс нормальных напряжений пренебрегаем.

Для смешивания и гомогенизации прессуемого материала в экструдере наибольшее значение имеют деформации сдвига в этом материале в процессе его прессования. Для их оценки был предложен другой критерий, который определяется импульсом S_τ касательных напряжений τ , воздействующий на прессуемый материал за время его пребывания под воздействием рабочих органов экструдера t_n . Его выражение для прессующего механизма, состоящего из одной секции, можно приближенно представить в виде:

$$S_\tau = \int_0^{t_n} |\tau| dt = \tau_{SCP} t_s + \tau_{KCP} t_k + \tau_{MCP} t_m. \quad (11)$$

Для случая $z_s < 0$ средние напряжения сдвига в канале шнека имеют величину:

$$\tau_{SCP} = \frac{\sigma_1}{u_1} \left(\frac{h_s}{2} - z_s \right). \quad (12)$$

Для случая $h_s > z_s > 0$ средние напряжения сдвига в канале шнека имеют величину

$$\tau_{SCP} = \frac{\sigma_1}{u_1} \left(\frac{h_s}{2} - z_s + \frac{z_s^2}{h_s} \right). \quad (13)$$

Средние напряжения сдвига в полости насадки на конце шнека определены выражением:

$$\tau_{KCP} = \left\{ \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_M}{x_k} \left(\frac{D_2 - D_k}{4} - z_k + \frac{2z_k^2}{D_2 - D_k} \right) \right]^2 + \left[\pi \frac{D_2^2 \omega}{2} x_k \mu'_l \left(\frac{0,5 D_2 \omega}{D_2 - D_k} \right)^{n_l} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

Средние напряжения в фильере матрицы:

$$\tau_{MCP} = \frac{\sigma_M d_M}{z_M 8}. \quad (15)$$

Определение коэффициента полезного действия рассматриваемых механизмов имеет существенное отличие от других механизмов. Рабочие органы прессующего механизма при относительном движении слоя прессуемого материала сообщают этому слою с помощью сил трения энергию мощностью N , являющейся для рабочих органов мощностью сил полезного сопротивления, а для слоя прессуемого материала мощностью движущих сил. Эта энергия расходуется на выпрессовывание материала через фильеры матрицы. В каждой q -ой фильере на это расходуется мощность N_q . Тогда по определению коэффициента полезного действия η [2] для прессующего механизма:

$$\eta = \frac{\sum_{q=1}^{q_f} N_q}{N}, \quad q = 1, 2, \dots, q_f. \quad (16)$$

где
$$N_q = \frac{F_q}{t_{mq}} \int_0^{z_{mq}} \sigma_z dz; \quad (17)$$

σ_z – осевое нормальное напряжение в канале фильеры;

t_{mq} – время прессования материала в q -ой фильере одного слоя материала.

Время прессования определяется выражением (10).

Используя величину среднего осевого нормального напряжения в фильере σ_{zcp} и (10) преобразуем формулу (17) к виду:

$$N_q = \frac{\sigma_{zcpq} Q_q}{P_q}. \quad (18)$$

Тогда коэффициент полезного действия (16) с учетом зависимости (18) примет вид:

$$\eta = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^{q_f} \frac{\sigma_{zcpq} Q_q}{P_q}. \quad (19)$$

Полагая, что все фильеры находятся в одинаковых условиях, получим после преобразований выражение для коэффициента полезного действия односекционного шнекового прессующего механизма:

$$\eta = \frac{\sigma_{zcp} Q}{\rho_m N}. \quad (20)$$

Таким образом, настоящая методика позволяет определить пять параметров эффекта математической модели – производительность одношнекового прессующего механизма, мощность сил полезного сопротивления, осевую силу, действующую на рабочие органы, импульс всесторонних сжимающих напряжений, коэффициент полезного действия. Остальные параметры эффекта необходимо определять из дополнительных предположений.

24.04.2010 г.

Список литературы:

1. Карташов Л.П., Полищук В.Ю. Системный синтез технологических объектов АПК. Екатеринбург: УрО РАН, 1998. – 185 с.
2. Полищук В.Ю., Коротков В.Г., Зубкова Т.М. Проектирование экструдеров для отраслей АПК. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 202 с.

Сведения об авторах:

Полищук Владимир Юрьевич, заведующий кафедрой машин и аппаратов химических и пищевых производств Оренбургского государственного университета, доктор технических наук, профессор. 460018, г. Оренбург, пр-т Победы 13, кафедра МАХПП ГОУ ОГУ, тел. (3532) 314266

Рекун Кирилл Олегович, аспирант, кафедры машин и аппаратов химических производств Казанского государственного технологического университета

Федоров Евгений Александрович, инженер, кафедра машин и аппаратов химических и пищевых производств, Оренбургский государственный университет.

Сагитов Рамиль Фаргатович, доцент кафедры машин и аппаратов химических и пищевых производств Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук, доцент. 460018, г. Оренбург, пр-т Победы 13, кафедра МАХПП ГОУ ОГУ, тел. (3532) 314266, e-mail: RSagitov@mail.ru.

Polishchuk V.YU., Sagitov R.F., Rekun K.O., Fedorov E.A.

THE MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESS OF THE EXTRUSION OF THE HIGHLY FILLED PLASTICS

The authors examined the mathematical model of the process of the extrusion of the highly filled plastics with the use of methods of mathematical simulation, determined five parameters of the effect of process - productivity of press- extruder, power of the forces of useful resistance, effort, which acts on the operating units, pulse of the comprehensive compressive voltages, efficiencies of the single-screw pressing mechanism, making it possible to adequately estimate process extrusions.

The key words: worm conveyor, shearing rate, the coefficient of consistency, shear stress, the productivity of press- extruder, the power of the forces of useful resistance, the effort, which acts on the operating units, the pulse of the comprehensive compressive voltages, the efficiency of the single-screw pressing mechanism.

References:

1. Kartashov L.P., Polishchuk V.Y. Systematic synthesis of technological objects AIC. Ekaterinburg: Ural Branch, 1998. - 185.
2. Polishchuk V.Y., Korotkov V.G., Zubkov T.M. Designing extruders for agricultural industries. Ekaterinburg: Ural Branch, 2003. - 202.