

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИАГНОСТИКИ РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД

Статья посвящена разработке модели, описывающей процесс разрушения зернистых материалов. Предложен алгоритм численного расчета, позволяющий установить закономерности формирования и развития трещин в дискретных средах, нагруженных различными инструментами.

Ключевые слова: разрушение, зернистый материал, трещина.

Цель данной работы – разработка численной модели разрушения зернистого материала и установление закономерностей формирования устойчивых и неустойчивых трещин.

Реализация цели осуществлялась посредством решения дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{1}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{1}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) = 0,$$

где u_x – смещения по оси Ox ;

u_y – смещения по оси Oy ;

ν – коэффициент Пуассона.

На рисунке 1 представлена модель исследуемого образца материала, нагруженная симметричными инструментами с разными углами заострения. Высота данного образца составляла $h=0,95$ м, угол φ заострения инструмента варьировался от 0 до 180°.

При моделировании воздействия инструмента на образец была рассмотрена бесконечная полоса, размеры которой по длине в десять раз превышают высоту. Это позволило избежать влияния боковых вертикальных поверхностей на процесс образования микротрещин.

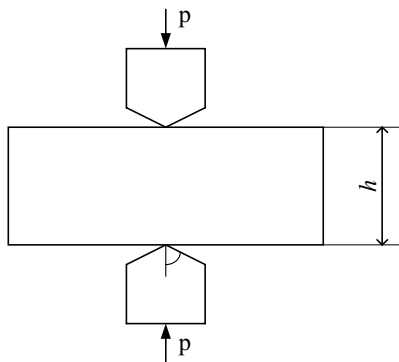


Рисунок 1. Схема нагружения образца симметричными инструментами

Структура материала представлена в виде сетки гексагональных зерен с одинаковым диаметром зерна $d=1$ мм. Формирование и развитие трещины по границам зерен происходит в пределах трех диаметров зерна материала [1]. С учетом этого была построена модель данной структуры, которая изображена на рисунке 2.

Упругие характеристики зерна и заполнителя имели одинаковые значения: модуль Юнга $E=3 \cdot 10^3$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu=0,3$.

Рассматривались четыре случая воздействия инструментов на зернистый материал:

– воздействие только нормальных напряжений $\sigma_s = 0; \sigma_n = \sigma_n^0$, моделирующих инструмент с плоским основанием;

– воздействие касательных и нормальных напряжений, моделирующих внедрение симметричного клинового инструмента в породу $\sigma_n = \sigma_n^0; \sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$, где φ – угол заост-

рения инструмента;

– воздействие только касательных напряжений $\sigma_s = \sigma_s^0; \sigma_n = 0$.

Реализация модели и решение дифференциальных уравнений осуществлялись методом граничных элементов [2].

Граничные интегральные уравнения этого метода в процессе дискретизации границ представляются в виде следующей системы линейных уравнений:

$$\sigma_s^i = K_{si} D_{si} + \sum_{j=1}^N [B_{ssij} D_{sj} + B_{snij} D_{nj}],$$

$$\sigma_n^i = K_{ni} D_{ni} + \sum_{j=1}^N [B_{nsij} D_{sj} + B_{nnij} D_{nj}], \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где N – количество всех граничных элементов;

$D_{nj} = u_n(x, 0_-) + u_n(x, 0_+)$, $D_{sj} = u_s(x, 0_-) + u_s(x, 0_+)$ – компоненты разрывов смещений j -ого отрезка трещины в нормальном и касательном направлениях соответственно;

$u_n(x,0_-), u_n(x,0_+)$ – нормальные смещения нижнего и верхнего берегов трещины;

$u_s(x,0_-), u_s(x,0_+)$ – касательные смещения нижнего и верхнего берегов трещины;

σ_s^i, σ_n^i – касательные и нормальные напряжения на границе тела соответственно;

K_{nj}, K_{sj} – нормальная и касательная жесткость заполнителя i -ого элемента соответственно;

$B_{ssij}, B_{snij}, B_{nsij}, B_{nmij}$ – фундаментальные решения.

Экспериментально было установлено, что процесс разрушения протекает в два этапа: локализованное накопление микротрещин и их объединение в крупные трещины вплоть до момента образования магистральных трещин, приводящих к макроразрушению и разделению тела на части [3].

Для выявления физической сущности этого процесса был предложен следующий критерий критического раскрытия микротрещин по границам зерен материала [4]:

$$\delta_{кр} = \frac{4 \cdot K_I^2}{\pi \cdot E \sigma_T},$$

где $K_I = 7 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^{3/2}$ – коэффициент интенсивности напряжений 1-го рода;

$\sigma_T = 70 \text{ МПа}$ – предел текучести материала.

Формирование и развитие трещины происходило под действием постоянно увеличивающихся нагрузок на границе материала. Поэтому для численной реализации данного процесса система линейных уравнений (1) была решена относительно неизвестных D_{nj}, D_{sj} k раз. При этом использовали следующий алгоритм расчета:

1. Если на k -том шаге ширина раскрытия i -той микротрещины не достигала критического значения, т.е. $|D_{ni}^{(k)}| < \delta_{кр}$, то на берегах трещины прикладывались следующие нормальные напряжения $\sigma_n^{i(k)} = \sum_{k=1} K_{ni}^{(k)} \cdot D_{ni}^{(k)}$. Жесткость заполнителя K_{nj} линейно уменьшались по следующей зависимости $K_{nj} = -10^9 \cdot |D_{ni}^{(k)}| + 3 \cdot 10^5$, при этом

$$K_{sj} = \frac{K_{nj}}{2(1+\nu)};$$

2. При $|D_{si}^{(k)}| < \delta_{кр}$ к берегам трещины прикладывали касательные напряжения $\sigma_s^{i(k)} = \sum_{k=1} K_{si}^{(k)} \cdot D_{si}^{(k)}$;

3. Если смещения в нормальном и касательном направлениях превышали критическое значение, т.е. $|D_{ni}| \geq \delta_{кр}, |D_{si}| \geq \delta_{кр}$, то на этом эле-

менте задавалось остаточное напряжение $\sigma_p = -1 \text{ МПа}$, а $K_{nj} = 0, K_{sj} = 0$. Значение σ_p – предел прочности материала при одноосном растяжении.

На рисунке 3 приведена кинетика образования микротрещин по границам зерен материала при увеличении нагрузки и воздействии различных видов инструментов.

Анализ полученных результатов показал, что процесс разрушения материала данного образца можно условно разделить на три стадии:

I – образование микротрещин по границам зерен материала;

II – объединение микротрещин в более крупную устойчивую трещину;

III – неустойчивый рост трещины.

Для выявления особенностей каждого этапа формирования и развития трещины при воздействии на образец разными инструментами, были составлены схемы образования микротрещин по границам зерен материала.

На рисунках 4 – 7 представлены схемы образования микротрещин по границам зерен материала при различных режимах нагружения и видах воздействия на породу. В виду сим-

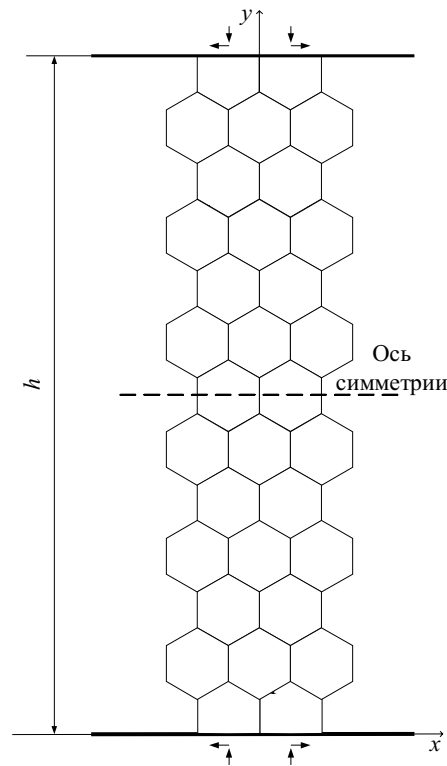


Рисунок 2. Схема воздействия инструментов на образец материала

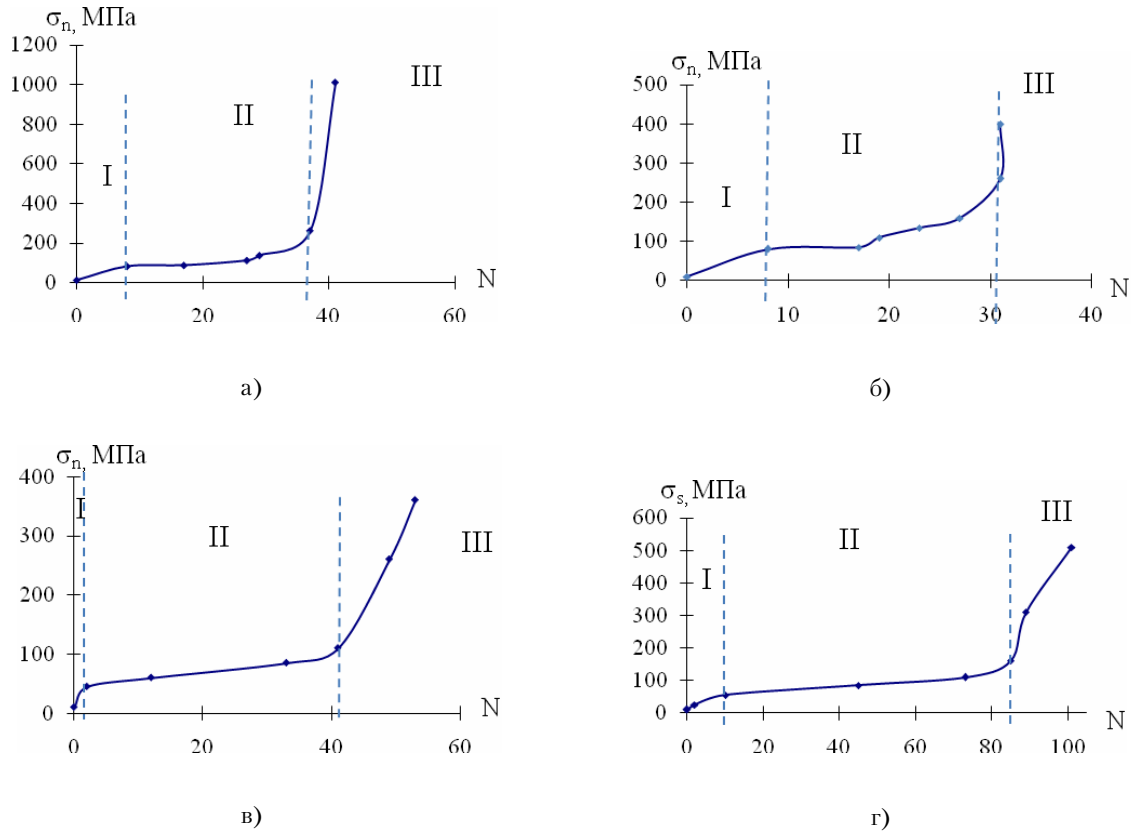


Рисунок 3. Изменение количества микротрещин N по границам зерен материала при увеличении нагрузки:

а) $\sigma_s = 0; \sigma_n = \sigma_n^0$, б) $\sigma_n = \sigma_n^0; \sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$, в) $\sigma_n = \sigma_n^0; \sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$, г) $\sigma_s = \sigma_s^0; \sigma_n = 0$

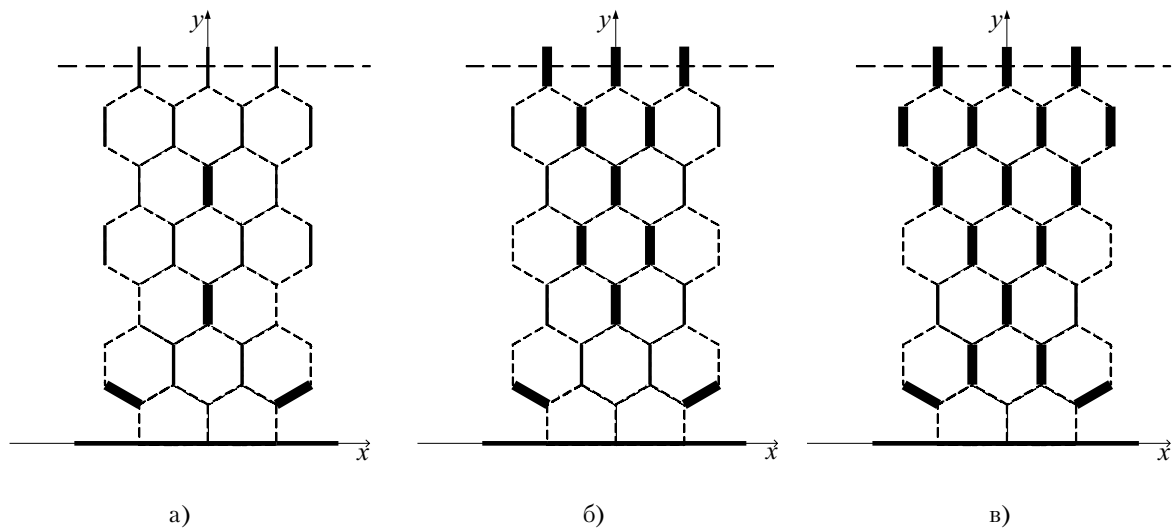


Рисунок 4. Схема формирования микротрещин при $\sigma_s = 0; \sigma_n = \sigma_n^0$: а) $\sigma_n = 80$ МПа; б) $\sigma_n = 110$ МПа; в) $\sigma_n = 260$ МПа.

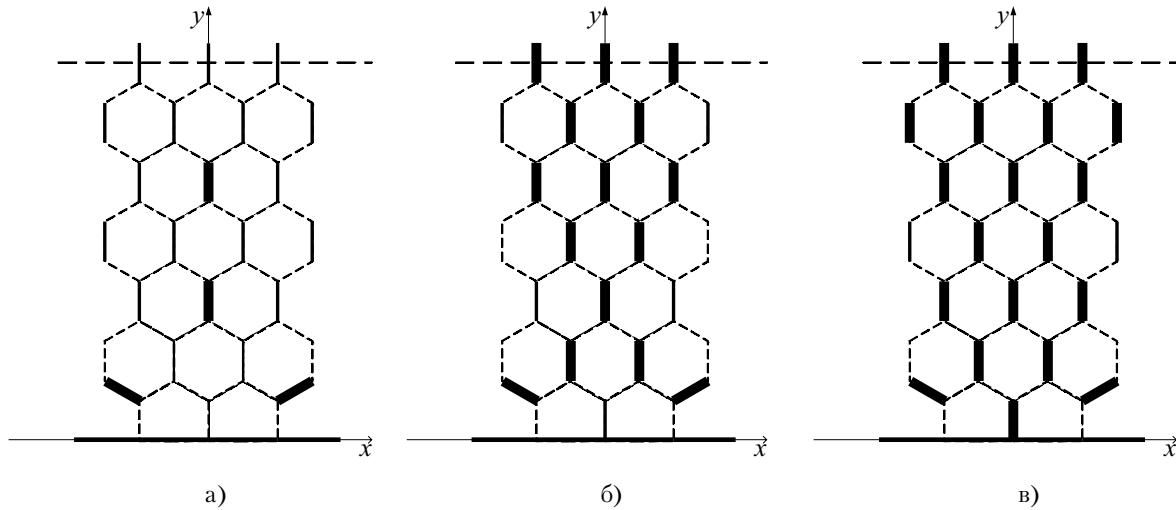


Рисунок 5. Схема формирования микротрещин при $\sigma_n = \sigma_n^0; \sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}, \varphi = \frac{\pi}{3}$:

а) $\sigma_n = 80 \text{ МПа}; \sigma_s = 69,3 \text{ МПа}$; б) $\sigma_n = 110 \text{ МПа}; \sigma_s = 95,3 \text{ МПа}$; в) $\sigma_n = 260 \text{ МПа}; \sigma_s = 225,2 \text{ МПа}$.

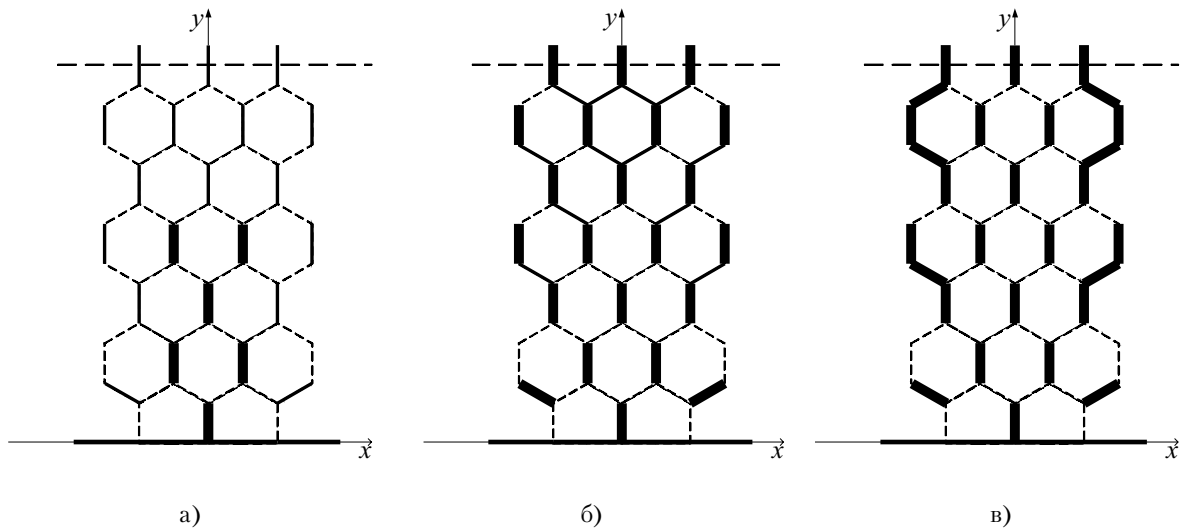


Рисунок 6. Схема формирования микротрещин при $\sigma_n = \sigma_n^0; \sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}, \varphi = \frac{\pi}{6}$:

а) $\sigma_n = 60 \text{ МПа}; \sigma_s = 112 \text{ МПа}$; б) $\sigma_n = 110 \text{ МПа}; \sigma_s = 205,3 \text{ МПа}$; в) $\sigma_n = 360 \text{ МПа}; \sigma_s = 671,8 \text{ МПа}$.

метрии результатов моделирования была рассмотрена только половина образца материала. Пунктирной линией изображены границы зерен материала, тонкой сплошной – границы зерен, подверженные растягивающим напряжениям, и жирной сплошной линией – микротрещины с шириной раскрытия превышающей критическое значение.

Схемы 4,а – 7,а показывают местообразование первых микротрещин по границам зерен материала и раскрывают особенности протекания первого этапа формирования трещины при различных видах нагружения материала. Возникновение первых микротрещин, независимо от геометрической формы индентора, происходит со стороны границы

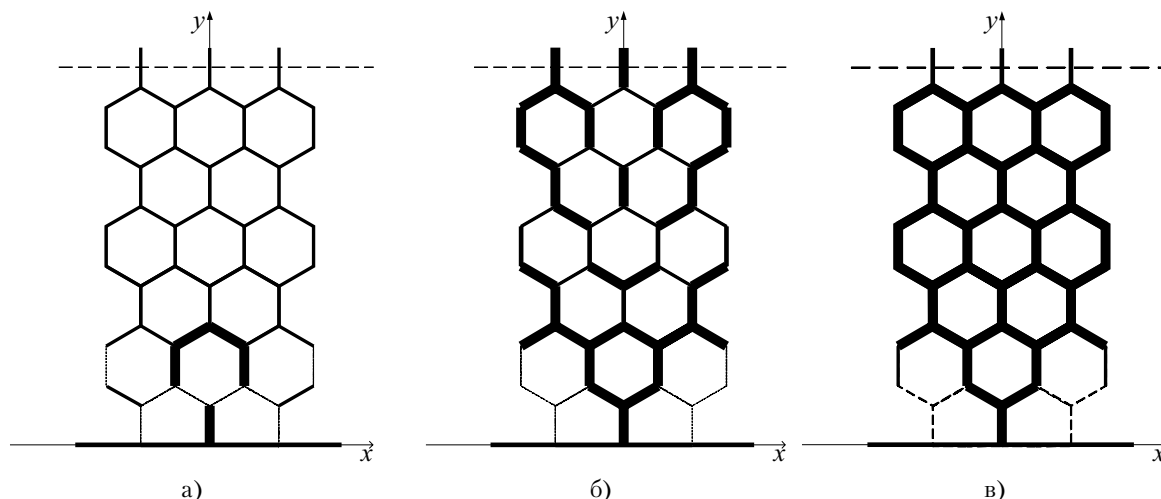


Рисунок 7. Схема формирования микротрещин при $\sigma_s = \sigma_s^0; \sigma_n = 0$: а) $\sigma_s = 55 \text{ МПа}$; б) $\sigma_s = 110 \text{ МПа}$; в) $\sigma_s = 510 \text{ МПа}$.

контакта инструмента. Однако при воздействии на образец инструментами с плоским основанием и с углом заострения 60° образование микротрещин происходит на расстоянии двух диаметров зерна $2d$. Для образцов, нагруженных штампом и инструментом с углом заострения 60° , характерно образование ядра уплотнения материала под лезвием инструмента. Зона сжатия сохраняется в процессе всего нагружения образца инструментом с плоским основанием. При внедрении инструмента с углом заострения 60° это ядро исчезает после увеличения нагрузки. Для инструментов с более острым углом заострения можно отметить отсутствие ядра уплотнения.

Промежуточные этапы накопления микротрещин при последовательном увеличении нагрузки демонстрируют схемы 4,б – 7,б. Они показывают, что существенное влияние на образование микротрещин по границам зерен материала оказывают касательные напряжения. Накопление микротрещин в образцах нагруженных более острыми инструментами происходит намного быстрее.

Образование крупной неустойчивой трещины, как результат объединения микротрещин, можно наблюдать на рисунках 4,в -7,в.

При воздействии на образец материала штампом или инструментом с углом заострения 60° образование трещины происходит за счет объединения только вертикальных микротрещин. Уменьшение угла заострения инструмента приводит к увеличению количества наклонных микротрещин в материале.

Исследования показали, что при различных видах клинового нагружения картина формирования и развития трещины не одинакова.

Экспериментальные исследования по разрушению образцов на установке, позволяющей одновременно фиксировать величину нагружающего усилия, число и амплитуду электромагнитных импульсов на каждом этапе разрушения, установили такие же зависимости усилий нагружения от числа образованных микротрещин в образце [3].

Таким образом, разработанный алгоритм формирования микротрещин по границам зерен материала позволяет прогнозировать процесс разрушения образцов горных пород.

Список использованной литературы:

1. Полкунов Ю. Г. Математическое моделирование развития неустойчивых трещин в зернистых материалах / Ю. Г. Полкунов, Е. О. Каракулина. – Вестник ОГУ. – 2007, №5. – с.181-184.
2. Крауч С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. – М.: Мир, 1987.-328 с.
3. Тарасов Б.Г. Физический контроль массивов горных пород / Б.Г. Тарасов, В.В. Дырдин, В.В. Иванов, А.Н. Фокин.-М.: Недра, 1994.-240 с.
4. Партон В.З. Механика упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Наука, 1985.-504 с.