

Буреш О.В., Токарева М.А., Чепасов В.И.
 ГОУ ВПО «Оренбургский государственный университет»
 feu@mail.osu.ru;inf@unpk.osu.ru;ist@unpk.osu.ru

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ МОБИЛЬНЫХ МАШИН НА ОСНОВЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО И ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДОВ

На основе детерминированного и вероятностного подходов изложена методика расчета на прочность рамных металлоконструкций мобильных машин, состоящих из плоских элементов. Оценка напряженно-деформированного состояния основывается на положениях вариационного принципа Ритца и позволяет учитывать различные виды границы плоского элемента пространственной конструкции, ее характерные особенности. Методика реализована в программном комплексе «ПЛОСК», используя результаты которого, авторы предлагают алгоритм построения моделей перемещений и реакций с использованием корреляционного, факторного анализов.

Ключевые слова: конструкция, прочность рамных металлоконструкций, напряженно-деформированное состояние, вариационный принцип Ритца, программный комплекс «ПЛОСК», детерминированный и вероятностный подходы, модель.

Успешное функционирование предприятия транспортного машиностроения в настоящее время невозможно без проведения постоянной работы по разработке и внедрению конкурентоспособной продукции с показателями безотказности, долговечности, ремонтпригодности, материалоемкости и эксплуатационных свойств, по меньшей мере не уступающими показателям продукции ведущих мировых фирм.

Удовлетворение потребности общества в эффективном функционировании транспортных средств требует решения комплекса научно-технических задач, в частности использования наукоемких информационных технологий при производстве и восстановлении работоспособности несущих конструкций транспортных средств. Перспективным направлением повышения их надежности является автоматизация расчета с применением методов теории упругости и строительной механики машин и сооружений, позволяющая на стадии проектирования выбирать рациональные по критериям прочности и технологичности конструкции, что значительно сокращает сроки разработки и доводочных испытаний.

В зависимости от преследуемых целей испытаниям могут быть подвергнуты следующие объекты: несущие системы в составе машины; отдельные полнокомплектные несущие системы (рамы, надрамники самосвалов, основания грузовых платформ или кузовов и т. д.); отдельные замкнутые контуры несущих систем; открытые узловые соединения и отдельные элементы (лонжероны, поперечины, стойки и пр.) или их участки.

Испытания объектов из первых трех перечисленных групп чаще всего проводятся с целью

сравнительной оценки долговечности конструктивных вариантов или индивидуальной оценки долговечности опытных конструкций. Испытания этих объектов с целью получения характеристик сопротивления усталости (ХСУ) нецелесообразны в силу следующих причин [1]:

- отсутствие необходимости в получении ХСУ объектов, долговечность которых лимитируют, как правило, отдельные элементы или их соединения;

- неточность в определении ХСУ отдельных элементов или соединений в составе несущей системы вследствие практической невозможности учета влияния на них других элементов и соединений;

- высокие энергоемкость, материалоемкость и стоимость испытаний.

Таким образом, объектами, предпочтительными при проведении доводочных испытаний или определении ХСУ опытных конструкций, являются узловые соединения или отдельные участки конструктивных элементов в зависимости от того, какая именно локальная область лимитирует долговечность всей несущей конструкции.

При ремонте несущих конструкций необходимо учитывать их состояние на момент ремонта, возможность замены элементов с учетом вариации таких параметров, как геометрические формы и размеры, свойства материала. При возможном изменении этих параметров конструкция, подвергаясь ремонту, должна обладать достаточной, как правило, регламентируемой, безотказностью и долговечностью при минимальном объеме различных видов испытаний доработанных или модернизированных вариантов.

Авторами разработан метод [2], позволяющий оперативно оценить статические нагрузки

ки, что позволяет выбрать из множества конструктивных вариантов узлов несущих систем приемлемый конструктивно-технологический вариант, удовлетворяющий требованиям прочности и материалоемкости.

В данной работе предлагается модификация метода Ритца [3], в которой удается избежать необходимости численного интегрирования, используемого в методе конечных элементов, что позволяет уменьшить время расчета конструкции без потери точности.

При программной реализации решения систем конечно-разностных уравнений возникают трудности, связанные с большой размерностью матрицы системы. Но если матрица системы содержит в каждом уравнении большое число нулевых элементов (в практических задачах это встречается часто), то возможно, используя алгоритм упаковки системы, достаточно эффективно автоматизировать определение матрицы системы и ее решение.

Пространственные конструкции, состоящие из плоских элементов, могут быть расчленены на составляющие части с введением неизвестных силовых связей. В зависимости от расположения сил относительно плоского элемента последние могут быть следующих типов:

А – с силами, действующими в плоскости элемента;

Б – с силами, действующими перпендикулярно к плоскости элемента;

В – с силами, действующими как в плоскости элемента, так и перпендикулярно ему.

При решении задачи используется конечно-разностная схема, полученная из вариационного принципа Ритца. С этой целью элементы покрываются прямоугольными сетками таким образом, чтобы на стыках они совмещались. Силы могут быть приложены только в узловых точках сетки. Если неудобно совместить произвольную силу с узлом, ее следует разложить на две составляющие, приложенные в ближайших узлах.

К элементам типа А с силами, действующими вдоль срединной поверхности элемента, могут быть применены соотношения плоской задачи теории упругости.

В частности, могут быть применены способ Ритца и формула

для удельной потенциальной энергии, имеющая следующий вид для объемной детали:

$$W = G \left(\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \epsilon_z^2 + \frac{v\Delta^2}{1-2v} + \frac{1}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right), \quad (1)$$

где $\Delta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$; v – коэффициент Пуассона.

В случае плосконапряженной задачи условие $\sigma_{z=0}$ в формулах обобщенного закона Гука дает:

$$\epsilon_z = -\frac{v}{1-v}(\epsilon_x + \epsilon_y).$$

Подставляя значения в формулу для удельной потенциальной энергии и полагая, что $\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$, получаем:

$$W = G \left(\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \frac{v}{1-v}(\epsilon_x + \epsilon_y)^2 + \frac{1}{2}\gamma_{xy}^2 \right) \quad (2)$$

Очевидно, что полная потенциальная энергия в некотором объеме V при постоянном значении напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ в нем равна $W_n = WV$.

В случае плоскодеформированного состояния в знаменателе третьего члена вместо $1-v$ должно быть $1-2v$.

Принимая систему координат как на рисунке 1, запишем относительные деформации:

для участка KI

$$\epsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_x - U_k}{\lambda_i};$$

для участка QK

$$\epsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{V_q - V_k}{s_i};$$

для участка QKI

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{U_q - U_k}{s_i} + \frac{V_i - V_k}{\lambda_i},$$

где U и V – соответственно перемещения вдоль осей Ox и Oy .

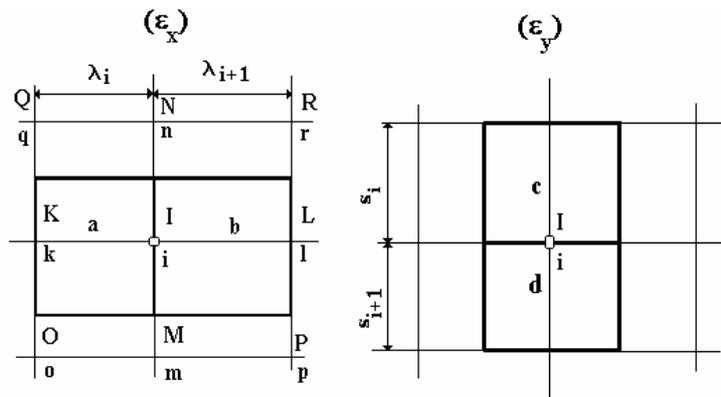


Рисунок 1. Относительные деформации ϵ_x (a) и ϵ_y (b)

Полную потенциальную энергию системы W_n , разделенной прямоугольной сеткой на ряд элементов и содержащей n точек, можно записать как функцию от $2n$ неизвестных перемещений:

$$W_n = f(X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_{2n-1}, X_{2n})$$

Задача состоит в том, чтобы с достаточным приближением определить значения неизвестных X_1, \dots, X_{2n} . Метод Ритца дает для этого условия минимума потенциальной энергии:

$$\frac{\partial W_n}{\partial X_1} = \frac{\partial W_n}{\partial X_2} = \dots = \frac{\partial W_n}{\partial X_i} = \dots = \frac{\partial W_n}{\partial X_n} = 0$$

Можно убедиться, что для производных $\partial W_n / \partial X_i$ и $\partial W_n / \partial X_{i-1}$ останутся лишь неизвестные, расположенные не дальше одного шага от точки i , то есть только неизвестные перемещения точек, обозначенных на рисунке 1. Поэтому запишем значения потенциальной энергии только для четырех участков, содержащих точку i . На рисунке 2 показана схема областей, определяющих значения относительных деформаций ϵ_x, ϵ_y и γ_{xy} , а также 12 областей, в каждой из которых значения ϵ_x и ϵ_y не меняются.

Записав значения всех четырех слагаемых потенциальной энергии и взяв производные по X_1 и X_i , получаем 2 уравнения из общей системы, состоящей из $2n$ уравнений.

Уравнения записываются следующим образом:

$$A_Q X_Q + A_N X_N + \dots + A_P X_P + A_q X_q + \dots + A_p X_p = \frac{P_1}{2G}; \quad (3)$$

$$\text{и } B_Q X_Q + \dots + B_P X_P + B_q X_q + \dots + B_p X_p = \frac{P_i}{2G}; \quad (4)$$

где P_1 и P_i – горизонтальная и вертикальная силы, приложенные в точке i , которые положительны, если направлены соответственно по осям Ox и Oy ;

G – модуль сдвига, равный $E/2(1+\nu)$,

где E – модуль упругости 1-го рода,

ν – коэффициент Пуассона.

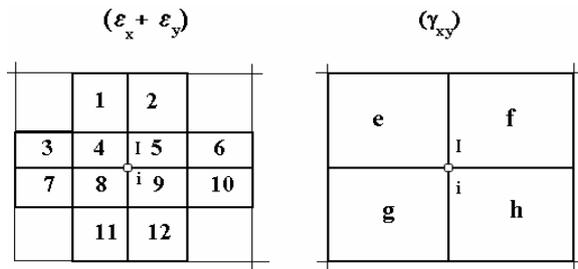


Рисунок 2. Схема областей, определяющих значение относительных деформаций

Коэффициенты A и B в уравнениях (3), (4) определяются на основании весовых коэффициентов, часть из которых записана в информационные файлы задачи, а часть определяется программно для областей A и B . Информация о зависимости величины весовых коэффициентов от различных граничных точек, т.е. различных конфигураций границы, заимствована из разработок Института проблем прочности АН Украины.

Для точки O , лежащей в центре элемента типа A (рисунок 3):

– относительные смещения

$$\epsilon_x = \frac{X_B - X_A + X_D - X_C}{2\lambda_i};$$

$$\epsilon_y = \frac{X_a - X_c + X_b - X_d}{2s_i}; \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{X_A - X_C + X_B - X_D}{s_i} + \frac{X_b - X_a + X_d - X_c}{\lambda_i} \right)$$

– напряжения по осям Ox и Oy

$$\sigma_x = E \frac{\epsilon_x - \nu \epsilon_y}{1 - \nu^2}; \quad \sigma_y = E \frac{\epsilon_y - \nu \epsilon_x}{1 - \nu^2};$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1 - \nu)} \gamma_{xy}, \quad (6)$$

– главные напряжения

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left((\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 - 4\tau_{xy}^2} \right), \quad (7)$$

где σ_1 является большим, а σ_2 – меньшим по абсолютному значению.

Касательные напряжения равны

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

Приведенные напряжения подсчитываются по формуле IV-и теории прочности:

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}.$$

Угол наклона главной площадки α_1 получается из зависимости:

$$\text{tg} 2\alpha_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}.$$

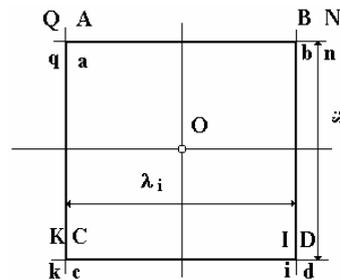


Рисунок 3. К подсчету напряжений в области A

Положительный угол α_1 откладывается от положительного направления оси Ox по часовой стрелке.

Для элементов типа Б напряжения определяются по формулам для пластин (рисунок 4).

Обычно для решения задачи о напряженно-деформированном состоянии пространственных систем с учетом их плоской деформации и изгиба составные части конструкции покрываются сеткой регулярной структуры. Однако при решении некоторых задач удобнее иметь сетку нерегулярной структуры, так как это облегчает определение напряжений в местах их концентрации. Применение нерегулярной сетки усложняет решение задачи, поэтому для составных элементов конструкции, несущих нагрузку в своей плоскости, принимается нерегулярная сетка, а для изгибаемых элементов – регулярная.

На рисунке 5 представлен один из элементов конструкции в плосконапряженном состоянии с нанесенной нерегулярной сеткой. По краям приложены неизвестные реакции связей R_1 , R_2 и т. д., которые учитываются в уравнениях (3) и (4) введением дополнительных членов типа $-R_j/2GB$, где B – толщина элемента. Недостающие уравнения получаются из условия совместности.

Если имеется связь основное уравнение заменяется уравнением типа $x_j = 0$. В случае решения смешанных задач, записывается условие $x_j = D$, где D – вынужденное смещение точки.

Ввиду того, что напряжения не всегда могут быть получены на краю исследуемой детали, что обычно требуется для оценки ее прочности, необходимо произвести экстраполирование напряжений внутренних точек к наружным. Экстраполяция может быть произведена как линейно (по двум точкам), так и при помощи параболы (по трем точкам), что будет точнее. В этих случаях сетку вблизи интересующей нас поверхности следует предусмотреть достаточно густой.

Изложенная методика расчета на прочность воплощена в программном комплексе «Плоск», который реализует:

1) алгоритм для автоматизации составления системы, учитывающий различную конфигурацию границ;

2) получение значений напряжений, главных напряжений, а также значения углов на-

клона и приведенных напряжений в удобной для пользователя форме;

3) алгоритм упаковки и алгоритм решения системы в упакованном виде методом Гаусса с выбором главного элемента;

4) алгоритм организации программных контрольных точек, что позволяет производить перерывы в решении и возобновлять решение с того места, где произошла остановка;

5) алгоритм по учету ввода дополнительных уравнений или замены уже сформированных, к которым относятся уравнения опирания или вынужденных перемещений и уравнения совместности;

6) возможность коррекции весовых коэффициентов, позволяющую вводить в уже сформированные уравнения дополнительные члены с новыми неизвестными, что может иметь место при вводе связей на стыках или при вводе связей опирания;

7) алгоритм выборочного расчета реакций в интересующих исследователя точках;

8) возможность ввода до трех групп свободных членов, соответствующих трем видам нагружения одной и той же конструкции, что позволяет в одном задании посчитать напряжения, перемещения и реакции для указанных вариантов нагружения.

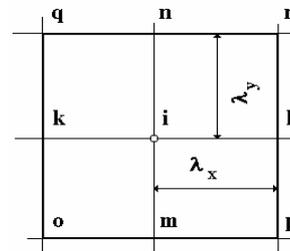


Рисунок 4. К подсчету напряжений в области Б

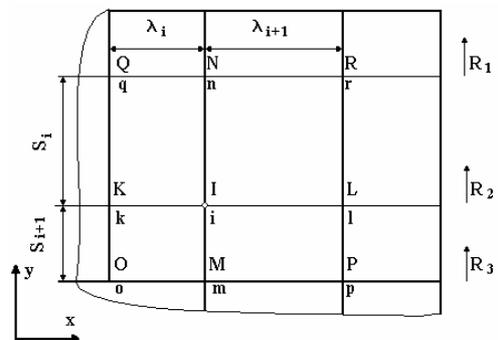


Рисунок 5. Нерегулярная сетка для плоской задачи

Таблица 1. Экспериментальные и расчетные данные

№ датчика	№ точек на схеме	σ_{\max} , МПа	
		данные тензометрирования	расчетные значения
1 – 4	1500, 1555	118,3	124
5 – 8	1905, 1915	137	151

Для возможности составления уравнений предусматриваются шифры (коды), которые заносятся в исходных данных. Этим кодам ставятся в соответствие значения весовых коэффициентов, которые характеризуют окружение рассматриваемой точки. Для области А в программном комплексе «Плоск» закодировано 78 видов граничных точек и 333 вида границ для области Б. Предлагаемые алгоритмы реализованы на алгоритмическом языке FORTRAN-77 для IBM PC, удобный пользовательский интерфейс для ввода исходных данных – с применением СУБД FoxPro.

Обоснованность и достоверность предлагаемой методики подтверждается корректным использованием аналитического аппарата исследования и адекватностью расчетных результатов экспериментальным данным, полученным при стендовых испытаниях локальных моделей рам тракторных полуприцепов в типовых эксплуатационных режимах.

В качестве локальных моделей при испытаниях принимают участки натурных рам, содержащие узел соединения участков лонжерона и поперечины с сохранением геометрических размеров поперечных сечений элементов рамы и технологии их соединения.

С использованием программного комплекса «Плоск» произведен расчет на прочность узла рамы большегрузного тракторного самосвального полуприцепа ОЗТП-9554, имеющего широкий диапазон условий эксплуатации и способного представлять другие машины транспортного назначения. Расчетная схема приведена на рисунке 6.

Примеры сравнения экспериментальных данных с расчетными в точках расположения тензодатчиков приведены в таблице 1. Результаты расчетов несколько превышают экспериментальные, в среднем на 8-10%, в запас прочности.

Полученные результаты, использующиеся при изготовлении элементов рамных конструкций автотракторных прицепов, имеют перспективное значение и могут быть использованы для

решения ряда других задач, в частности для расчета кузовов автобусов при их проектировании и ремонте.

Внедрение программного комплекса «Плоск» на Орском заводе тракторных прицепов (ОЗТП «Сармат») позволило сократить сроки НИОКР по созданию новых конструкций несущих систем, продолжительность доводочных испытаний, снизить трудоемкость и энергоемкость испытаний, материалоемкость изделий.

С учетом универсальности разработанной методики результаты работы рекомендуются для использования предприятиями, научными и проектными организациями, занимающимися проектированием, исследованиями и эксплуатацией конструкций различного функционального назначения, состоящих из плоских элементов. Использование результатов возможно в следующих основных направлениях:

- исследование на статическую прочность указанных конструкций при различных видах нагружения;
- доводка новых и модифицированных конструкций и отработка технологий их производства и ремонта;
- создание банка данных о напряженно-деформированном состоянии различных вариантов узлов типовых конструкций.

Как известно, несущие конструкции мобильных машин в процессе эксплуатации подвергаются значительным динамическим нагрузкам, и исследованию этого процесса, созда-

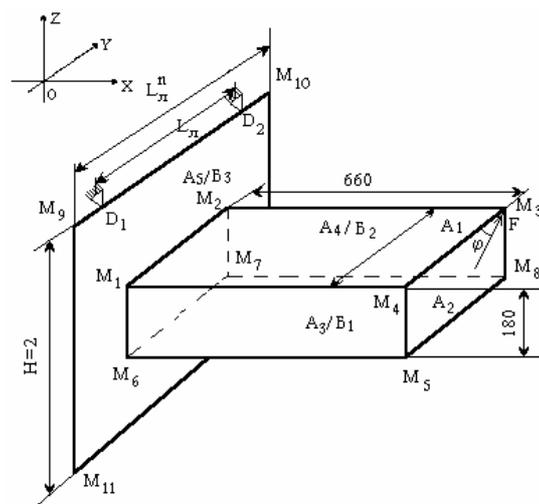


Рисунок 6. Расчетная схема локальной модели тракторного полуприцепа ОЗТП-9554

нию его математической модели посвящены многолетние трудоемкие работы коллективов ученых и многих авторов. Необходимость аналитических расчетов динамики несущих конструкций мобильных машин очевидна, так как во время стендовых испытаний, проводимых на заводах при проектировании и создании первых образцов, невозможно полностью определить их эксплуатационные свойства, проявляющиеся в различных условиях работы. Поэтому приходится проводить длительные натурные испытания опытных образцов автомобиля для выявления и устранения недостатков конструкции, что приводит к существенному увеличению сроков создания нового автомобиля. Сроки доводочных испытаний и работ сократятся, если эксплуатационные свойства проектируемого транспортного средства определять аналитически, начиная со стадии эскизного проектирования. Аналитические расчеты могут быть полезны и в дальнейшем при неизбежных доводочных работах, при ремонте, связанном с модернизацией конструкции. Прежде чем вносить какие-либо изменения в конструкцию, можно предварительно аналитически просчитать различные варианты проектируемых изменений и затем осуществить в металле только наилучшие, выявленные расчетом.

Используя результаты, полученные при применении программного комплекса «Плоск», авторами предлагается методика и ее программная реализация для построения моделей перемещений и реакций с использованием корреляционного, факторного анализов. Для построения нормализованной динамической матрицы исследования нормально распределенной случайной величины мы использовали следующее интегральное соотношение:

$$F = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{x_b}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(\xi - \bar{x}_b)^2}{2\sigma_{x_b}^2}} d\xi \quad (8)$$

где F – значение функции распределения, $F \in [0, 1]$,

\bar{x}_b – выборочное среднее случайной величины X ,

σ_{x_b} – выборочное среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

Выборочное среднее определяется следующим образом:

$$\bar{x}_b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где n – объем выборки, выборочное среднее квадратическое отклонение есть

$$\sigma_{x_b} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_b)^2}{n - 1}}.$$

Задавая значение функции распределения нормально распределенной случайной величины F , мы согласно (8) можем определить квантиль распределения, значение нормально распределенной случайной величины X или верхний предел интегрирования. Для этого определим значение F как площадь фигуры, ограниченной графиком плотности нормального распределения

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_b} e^{-\frac{(x - \bar{x}_b)^2}{2\sigma_b^2}}.$$

Вся вероятность лежит в окрестности $3\sigma_b$ от среднего. Поэтому (8) будем вычислять

$$F \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_b} \int_{\bar{x}_b - 3\sigma_b}^x e^{-\frac{(\xi - \bar{x}_b)^2}{2\sigma_b^2}} d\xi \quad (9)$$

При известном F по формуле (9) можно найти X . Для этого вычисляем интеграл в (9) любым численным методом.

Поскольку значения функции распределения F равномерно распределены на отрезке $[0, 1]$, то для их генерации будем использовать генератор псевдослучайных равномерно распределенных чисел на отрезке $[0, 1]$.

В предлагаемой методике важно определить связь между пространством исходных значений и пространством нормализованных значений. Пусть исходная динамическая матрица исследования $A = >n * m$ (n – количество строк, m – количество столбцов). Соответствующая ей нормализованная матрица исследования $B = >m * m$. Предположим, что $A = C * B$, где $C = >n * m$ – матрица перехода между исходной динамической матрицей исследования и нормализованной матрицей исследования. Зная A и B , легко найти C . Умножим первую строку матрицы C на столбцы матрицы B . Очевидно, получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

