Åôàíîâà À.Ì.
Îðåíáóðãñêèé ãîñóäàðñòâåííûé óíèâåðñèòåò

ÈÑÑËÅÄÎÂÀÍÈÅ ÄÈÍÀÌÈÊÈ ÌÀØÈÍ Ñ ÝËÅÊÒÐÎÏÐÈÂÎÄÎÌ

Â ñòàòüå ðàññìîòðåíû ìåòîäû äèíàìè÷åñêîãî èññëåäîâàíèÿ ìàøèííûõ àãðåãàòîâ ðîòàöèîííîãî è öèêëè÷åñêîãî òèïîâ ñ ó÷åòîì äèíàìè÷åñêîé õàðàêòåðèñòèêè ïðèâîäíîãî ýëåêòðîäâèãàòåëÿ. Ïîêàçàíî, ÷òî ó÷åò äèíàìè÷åñêîé õàðàêòåðèñòèêè äàåò íå òîëüêî êîëè÷åñòâåííóþ ïîïðàâêó â ðåçóëüòàòàõ èññëåäîâàíèé, íî ìîæåò ïðèâåñòè ê êà÷åñòâåííî íîâîìó äèíàìè÷åñêîìó ýôôåêòó.

При исследовании неравномерности хода машин без учета характеристик приводного двигателя и принятом допущении о недеформируемости звеньев, следует положение о том, что увеличение момента инерции машины, т. е. установка маховиков, уменьшает ее неравномерности хода [1].

Поскольку электродвигатель является составной частью машинного агрегата, то учет его динамических характеристик при динамических исследованиях является обязательным, так как это может привести к качественно новому решению с новым динамическим эффектом [2].

Большинство технологических машин приводится асинхронными электродвигателями.

Динамическая характеристика [3]:

$$\omega_g = \omega_0 - \omega_0 \cdot \nu \cdot M_g - \omega_0 \cdot \nu \cdot T_g \cdot \dot{M}_g, \qquad (1)$$

где ω_g и ω_0 – угловая скорость соответствующая M_g и скорость холостого хода электродвигателя;

ν – коэффициент крутизны;

M_g и $\dot{M}_g$ – момент двигателя и его производная по времени;

T_g – электромагнитная постоянная времени.

T_g и ν определяются по следующим зависимостям:

$$T_g = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot s_{кр}}, \quad \nu = \frac{s_{кр}}{2M_н \cdot \lambda_m},$$

где

$$s_{кр} = s_н \left\{ \left[\lambda_m + 5(\lambda_m - 1)s_н\right] + \sqrt{\left[\lambda_m + 5(\lambda_m - 1)s_н\right]^2 - 1} \right\},$$

где $M_н$ – номинальный момент двигателя;

λ_m – отношение максимального момента к номинальному;

f – частота сети;

$s_{кр}$ – критическое скольжение;

$s_н$ – номинальное скольжение.

Электромагнитная связь между статором и ротором обладает свойствами упругости и демпфирования, которые определяются коэффициентом жесткости – C_g и коэффициентом демпфирования – β_g:

$$C_g = \frac{1}{\omega_0 \cdot \nu \cdot T_g}, \quad \beta_g = \frac{1}{\omega_0 \cdot \nu}.$$

Машинный агрегат приводится двигателем 4А100 4У3, паспортные данные и параметры которого по формуле (1) будут: Р=3 кВт, λ_m=2,4, ω_0=157 1/с, ω_g=150 1/с, $M_н$=20 Нм, $s_н$=0,043, $s_{кр}$=0,224, ν=0,0023 1/Нм, T_g=0,0142 с, C_g=195 Нм, β_g=2,77 Нм·с [4].

Приведенный к валу двигателя момент сопротивления движению M_c, состоит из постоянной составляющей M_o, и переменных от сил сопротивления движению $\tilde{M}_1 = M_1 \cdot Sin\omega_p \cdot t$ и сил инерции $\tilde{M}_2 = M_2 \cdot Sin2\omega_p \cdot t$ [5].

$$M_c = M_o + M_1 \cdot Sin\omega_p \cdot t + M_2 \cdot Sin2\omega_p \cdot t,$$

где M_o=20 Нм, M_1=2 Нм, M_2= – 4,5 Нм, ω_p=30 1/с – угловая скорость рабочего вала.

При малом значении коэффициента неравномерности хода $\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}}$, характерном для машин ротационного типа, приведенный к валу двигателя момент инерции машины J=Const.

Уравнение движения с учетом динамической характеристики двигателя:

$$\left.\begin{aligned} J\dot{\omega}_g &= M_g - \left(M_0 + M_1 \cdot Sin\omega_p \cdot t + M_2 \cdot Sin2\omega_p \cdot t\right) \\ \omega_g &= \omega_0 - \omega_0 \cdot \nu \cdot M_g - \omega_0 \cdot \nu \cdot T_g \cdot \dot{M}_g \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Из первого уравнения системы (2) найдем M_g, $\dot{M}_g$ и подставим во второе. После элементарных преобразований получим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{\omega}_g + \frac{1}{T_g} \cdot \dot{\omega}_g + \frac{1}{\omega_0 \cdot \nu \cdot T_g \cdot J} \cdot \omega_g =$$

$$= \frac{1}{\nu \cdot T_g \cdot J} - \frac{M_0}{T_g \cdot J} - \frac{M_1 \cdot Sin\omega_p \cdot t}{T_g \cdot J} - \frac{M_2 \cdot Sin2\omega_p \cdot t}{T_g \cdot J} -$$

$$- \frac{M_1 \cdot \omega_p \cdot Cos\omega_p \cdot t}{J} - \frac{2M_2 \cdot \omega_p \cdot Cos2\omega_p \cdot t}{J} \qquad (3)$$

Постоянная составляющая M_0 соответствует установившемуся режиму работы с номинальной скоростью:

$$\omega_н = \omega_0 - \omega_0 \cdot \nu \cdot M_0$$

Основным решение уравнения (3) является решение вынужденных колебаний $\tilde{\omega}_g$ относительно номинальной скорости $\omega_н$ от действия переменных составляющих момента сопротивления $\tilde{M}_1$ и $\tilde{M}_2$.

Уравнение (3) для такого решения примет вид:

$$\ddot{\tilde{\omega}}_g + 2n \cdot \dot{\tilde{\omega}}_g + k^2 \cdot \tilde{\omega}_g = \tilde{W}(t) \qquad (4)$$

где $2n = \dfrac{1}{T_g}$;

$$k^2 = \frac{1}{\omega_0 \cdot \nu \cdot T_g \cdot J};$$

$$\tilde{W}(t) = -\frac{M_1 \cdot \mathrm{Sin}\omega_p \cdot t}{T_g \cdot J} - \frac{M_2 \cdot \mathrm{Sin}2\omega_p \cdot t}{T_g \cdot J} - $$

$$-\frac{M_1 \cdot \omega_p \cdot \mathrm{Cos}\omega_p \cdot t}{J} - \frac{2M_2 \cdot \omega_p \cdot \mathrm{Cos}2\omega_p \cdot t}{J}$$

Отдельные члены $\tilde{W}(t)$ являются гармониками. В линейных системах справедлив принцип суперпозиции, т. е. вынужденные колебания каждой гармоники суммируются.

Функцию $\tilde{W}(t)$ представим в виде:

$$\tilde{W}(t) = -A_1 \cdot \mathrm{Sin}\omega_p \cdot t - B_1 \cdot \mathrm{Cos}\omega_p \cdot t -$$

$$- A_2 \cdot \mathrm{Sin}2\omega_p \cdot t - B_2 \cdot \mathrm{Cos}2\omega_p \cdot t$$

где $A_1 = \dfrac{M_1}{T_g \cdot J}$; $A_2 = \dfrac{M_2}{T_g \cdot J}$;

$$B_1 = \frac{M_1 \cdot \omega_p}{J}; \; B_2 = \frac{2M_2 \cdot \omega_p}{J};$$

или

$$\tilde{W}(t) = Q \cdot \mathrm{Sin}(\omega_p \cdot t + \alpha_1) + Q_2 \cdot \mathrm{Sin}(2\omega_p \cdot t + \alpha_2),$$

где $Q_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$; $Q_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$;

$$\alpha_1 = \arccos\frac{A_1}{Q_1} = \arcsin\frac{B_1}{Q_1};$$

$$\alpha_2 = \arccos\frac{A_2}{Q_2} = \arcsin\frac{B_2}{Q_2}.$$

Решение (4) относительно $\tilde{\omega}_g$, имеет вид:

$$\tilde{\omega}_g = \tilde{\omega}_g^{(1)} \cdot \mathrm{Sin}(\omega_p \cdot t + \alpha_1 - \Delta_1) + \tilde{\omega}_g^{(2)} \cdot \mathrm{Sin}(2\omega_p \cdot t + \alpha_2 - \Delta_2),$$

где $\tilde{\omega}_g^{(1)} = \dfrac{Q_1}{\sqrt{(k^2 - 4\omega_p^2)^2 + 4n^2 \cdot \omega_p^2}}$;

$$\tilde{\omega}_g^{(2)} = \frac{Q_2}{\sqrt{(k^2 - 4\omega_p^2)^2 + 16n^2 \cdot \omega_p^2}};$$

$$\Delta_1 = \mathrm{arctg}\frac{2n \cdot \omega_p}{k^2 - \omega_p^2};$$

$$\Delta_2 = \mathrm{arctg}\frac{4n \cdot \omega_p}{k^2 - 4\omega_p^2}.$$

Численное решение относительно $\tilde{\omega}_g$ проводилось при различных значениях приведенного момента инерции J. Анализ расчета показывает, что с увеличением J от 0,01 кг·м^2 до 0,03 кг·м^2 коэффициент неравномерности хода δ также увеличивается от 3,9% до 4,3%.

Таким образом в этом интервале изменения J положение о том, что увеличение момента инерции машины уменьшает ее неравномерности хода, нарушается.

В реальных конструкциях машин циклического типа момент инерции является функцией положения $J=J(\varphi_p)$, т. е. состоит из постоянной составляющей J_0 и переменной от сил инерции $\tilde{J}_1 = J_1 \cdot \mathrm{Sin}^2 \cdot \varphi_p$

$$J = J_0 + J_1 \cdot \mathrm{Sin}^2\varphi_p.$$

Уравнения движения с учетом динамической характеристики двигателя будут:

$$\begin{cases} J \cdot \dot{\omega}_g + \dfrac{\omega_g}{2} \cdot \dfrac{dJ}{d\varphi_p} = M_g - (M_0 + M_1 \cdot \mathrm{Sin}\omega_p \cdot t + M_2 \cdot \mathrm{Sin}2\omega_p \cdot t) \\ \omega_g = \omega_0 - \omega_0 \cdot \nu \cdot M_g - \omega_0 \cdot \nu \cdot T_g \cdot \dot{M}_g \end{cases} \qquad (5)$$

Определяя из первого уравнения системы (5) M_g, $\dot{M}_g$ и подставляя полученные значения во второе, после преобразований получим дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами:

$$\ddot{\omega}_g + 2n(t) \cdot \dot{\omega}_g + k^2(t) \cdot \omega_g = W(t), \qquad (6)$$

где $n(t) = \left(\dfrac{1}{2T_g} + \dfrac{J'}{2J} \cdot \omega_g\right)$;

$$k^2(t) = \left(\frac{1}{\omega_0 \cdot \nu \cdot T_g \cdot J} + \frac{J'}{T_g \cdot J} \cdot \omega_g + 1{,}5\omega_g^2 \cdot J''\right);$$

$$W(t) = \left(\begin{matrix} \dfrac{1}{\nu \cdot T_g \cdot J} - \dfrac{M_0}{T_g \cdot J} - \dfrac{M_1 \cdot \mathrm{Sin}\omega_p \cdot t}{T_g \cdot J} - \\ - \dfrac{M_2 \cdot \mathrm{Sin}2\omega_p \cdot t}{T_g \cdot J} - \dfrac{M_1 \cdot \omega_p}{J} \cdot \mathrm{Cos}\omega_p \cdot t - \\ - \dfrac{M_2 \cdot 2\omega_p}{J} \cdot \mathrm{Cos}2\omega_p \cdot t - \dfrac{J' \cdot \omega_g^2}{2T_g \cdot J} - \dfrac{J'' \cdot \omega_g^3}{2J} \end{matrix}\right),$$

где $J = J_0 + J_1 \cdot Sin^2\varphi_p = J_0 + 0{,}002Sin^2\omega_p \cdot t$;

$$J' = \frac{dJ}{d\varphi_p} = 0{,}002Sin2\omega_p \cdot t;$$

$$J'' = \frac{dJ'}{d\varphi_p} = 0{,}004Cos2\omega_p \cdot t.$$

После машинного счета проведен анализ результатов [5]. Анализ показывает, что при увеличении постоянной составляющей J_0 до 0,04 кг·м^2 коэффициент неравномерности также увеличивается и становится равным δ=14,35%.

Выводы:

При динамическом исследовании машинных агрегатов учет динамических характеристик приводного электродвигателя является обязательным.

Учет переменной составляющей момента инерции J дает количественную поправку в результат решения в 3 раза.

В отдельных случаях положение о том, что увеличение момента инерции машины уменьшает ее неравномерности хода, теряет свою общность.

Список использованной литературы:

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин. Учебник для втузов / И.И. Артоболевский. М.: Наука, 1988. - 640с.
2. Коловский, М.З. Динамика машин / М.З. Коловский. Л.: Машиностроение, 1989. - 263с.
3. Вульфсон, И.И. Динамические расчеты цикловых механизмов / И.И. Вульфсон. Л.: Машиностроение, 1976. – 327 с.
4. Приводы машин: Справочник / В.В, Длоугий, Т.И. Муха, А.П. Цупиков, Б.В. Януш. Л.: Машиностроение, 1982. - 383с.
5. Ефанов, А.М. Методы исследования динамики машин с электроприводом: Отчет о научно-исследовательской работе / А.М. Ефанов. ОрПТИ. 1988. - 57с.

06.12.06 г.