

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПРОСА НА РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ ПАССАЖИРСКИХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Разработана методика определения спроса пассажиров на различные типы пассажирских транспортных средств, позволяющая оптимально размещать на маршрутах уже имеющиеся транспортные средства с целью получения максимальной прибыли в условиях более полного удовлетворения спроса пассажиров.

Одним из главных требований человека является удовлетворение его потребностей, в том числе – потребности в передвижении. В связи с этим можно предположить, что каждый пассажир, выбирая то или иное пассажирское транспортное средство (ПТС), стремится максимизировать полезный эффект потребления благ (услуг, представляемых городским пассажирским транспортом (ГПТ)). Под благом будем понимать билет на проезд в ГПТ определенного типа. Пассажиры, преследуя указанную цель, формируют спрос на места в различных типах ПТС, удовлетворение которого является главной задачей деятельности ГПТ. Для передвижения из одного пункта в другой пассажир может воспользоваться различными типами транспортных средств. В зависимости от цели поездки и критериев, которыми задается пассажир, находясь на начальном остановочном пункте, выбирается тот или иной тип транспортного средства. Критерии могут быть различными, например стоимость проезда, время движения, уровень комфортности и другие.

Таким образом, проблема индивидуального выбора типа ПТС пассажиром заключается в решении вопроса о том, каким количеством поездок различными типами ПТС он может воспользоваться при заданных значениях критериев и ограничениях, накладываемых на них.

Возникает необходимость в создании математической модели, которая должна объяснить, как определяется выбор типа и вида пассажирского транспорта пассажиром, учитывая, что каждый пассажир среди множества доступных ему транспортных средств выбирает одно оптимальное.

Математически наборы мест в ПТС различных типов можно описать следующим об-

разом. На рынке транспортных услуг пассажиру предлагается перевозка a различными типами транспортных средств. Под набором мест понимается упорядоченная совокупность $(y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_a)$ мест в различных типах ПТС. Наборы мест описываются a -мерным вектором $y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_a)$. Всевозможные наборы мест образуют пространство

$$R_i = \{y = (y_1, y_2, \dots, y_i) \mid y_i \geq 0, i = \overline{1, a}\}.$$

Выбор пассажиром одного места в ПТС из множества ему доступных зависит от критериев, по которым он выбирает тип ПТС. Следовательно, при рассмотрении a типов ПТС пассажир выносит одно из $a+1$ суждений:

- набор мест y_1 предпочтительнее, чем все остальные;
- набор мест y_2 предпочтительнее, чем все остальные, и т. д.;
- все наборы мест равноценны.

Критерием выбора типа ПТС для последнего суждения может быть время ожидания на остановочном пункте, т. е. пассажир выбирает то ПТС, которое первым подъедет к остановочному пункту.

Методов и моделей, в той или иной степени относящихся к поведению потребителей, в настоящее время существует достаточно. Все они основываются на выделении существенных признаков, связей и свойств и их обобщения. Так, многие модели, рассматривающие потребление определенной продукции или услуги, можно классифицировать по виду основного определяющего фактора [1], такого, например, как доход, цена, факторы социально-демографического плана и другие.

Однако ни один из существующих методов не подходит для определения спроса на пассажирские перевозки, так как спрос на

них зависит не только от показателей дохода и цены на услугу. К тому же существующие модели не учитывают цель приобретения товара или услуги.

Предлагается модель по определению спроса на различные типы ПТС (рисунок 1), основанная на структурировании основных подходов на основе взаимодополняемости по изучению спроса по отношению друг к другу.

Предметом типологического анализа является взаимодействие поведения пассажира, с одной стороны, а с другой – характеристик или признаков различия пассажиров. При этом поведение пассажира измеряется величиной и структурой поведения, а детерминирующие это поведение характеристики – это доход пассажиров, их возраст, классификация целей поездок, социальная принадлежность и другие признаки различия пассажиров. Непосредственно множество поведенческих признаков описывается как функция множества переменных, в качестве многомерного аргумента которой выступают характеристики потребителей.

Прогностическая функция типологизации заключается в оценке поведения пассажира на будущие периоды времени; исходя из того положения, которое занимает пассажир в настоящее время, а также закономерности развития этого поведения. Достоинством данного подхода является то, что он учитывает влияние факторов-детерминантов во взаимосвязи, неразрывности друг с другом. Другие же модели подразумевают простую аддитивность влияния таких факторов на поведение потребителя, игнорируя комплексность механизма формирования потребностей и потребления.

В общем виде модель представлена в таблице 1.

В таблице Q_j – вероятность принадлежности пассажира к группе признаков различия $C_j(x)$, R_i – вероятность того, что пассажиры примут в качестве руководства своими действиями выбор альтернативного решения $S_i(y)$ и P_{ji} – вероятность того, что пассажир, чьи признаки различия принадлежат группе $C_j(x)$, примет в качестве руководства выбор альтернативного решения $S_i(y)$.

В анализе типологии поведения пассажира вероятность того, что он выберет тот или

иной тип ПТС (набор действий, позволяющих ему перейти от конкретно-индивидуальной цели к общей) скорее характеризуют ожидания исследователей, чем являются критерием выбора типа ПТС. Это связано с некоторыми причинами, например, с тем, что трудно судить о полноте информации, которой располагает пассажир для обоснования своего выбора; выбор пассажира всегда богаче, чем мы можем себе представить, что может быть связано с его предыдущим опытом, и другие.

Можно считать, что R_i характеризует ожидаемую полезность i -го набора альтернативных решений из a -й совокупности типов ПТС или, иными словами, представляет собой оценку меры неопределенности положения пассажира по отношению к общей цели, определяемой по формуле

$$R_i = \sum_{j=1}^d P_{ji} Q_j.$$

Эта оценка получена самим пассажиром и соответствует уровню его информированности и подготовленности к ситуации. В любом случае R_i – это субъективная оценка с высокой долей ошибки вследствие наших или потребительских представлений о группировании альтернативных решений по выбору типа ПТС.

Определим оценку меры неопределенности совершенного поведения как

$$R_0 = \sum_{j=1}^d \max_{(i=1,a)} P_{ji} Q_j.$$

Величина R_0 характеризует совершенное или смешанное поведение, не основанное на субъективном выделении абстрактных групп поведенческих признаков или, иными словами, чистых стратегий. Таким образом, допускаются предположения:

- о возможных ошибках в описании поведения пассажиров;
- о неоптимальном поведении пассажиров.

В попытках максимизировать потребительское положение относительно общей цели пассажир выбирает из доступного множества ту группу, в которой величина R_j максимальна:

$$R_{\max} = \max_{(i=1,a)} \sum_{j=1}^d P_{ji} Q_j.$$

Таблица 1. Типологическая модель поведения пассажира

Вид типологии		Типология ГПТ					
		$S_1(y)$...	$S_i(y)$...	$S_a(y)$	
Типология пассажиров	$C_1(x)$	P_{11}	...	P_{1i}	...	P_{1a}	Q_1
	
	$C_j(x)$	P_{j1}	...	P_{ji}	...	P_{ja}	Q_j
	
	$C_d(x)$	P_{d1}	...	P_{di}	...	P_{da}	Q_d
		R_1	...	R_i	...	R_a	1

Таблица 2. Корреляции между фактическими и прогнозируемыми величинами

	$C_j(x)$...	$C_d(x)$
$Z_j(x)$	ρ_{11}	...	ρ_{1d}
...	...	ρ_{qj}	...
$Z_d(x)$	ρ_{d1}	...	ρ_{dd}
	1	1	1

Введем величину относительной неопределенности поведения пассажира:

$$r = \frac{R_{\max}}{R_0}.$$

Эта величина характеризует:

- ошибку в разбивке выборов альтернативных решений типов ПТС пассажиров;
- ошибки пассажиров в формировании средств своего поведения.

Рассмотрим случай, когда наши представления о группировании признаков различия пассажиров подтверждаются или опровергаются последующим развитием событий. В таблице 2 представлены значения корреляции между прогнозируемыми группами таких признаков и фактически сложившимися наборами признаков в ходе событий.

Величина $Z_q(x)$ представляет собой фактически сложившиеся признаки различия пассажиров, а величина $\rho_{qj} = \rho(Z_q/C_j)$ показывает степень корреляции прогнозов $C_j(x)$ и фактических признаков $Z_q(x)$, т.е. условную вероятность того, что в случае прогноза поведения группы пассажиров с признаками $C_j(x)$ наблюдается фактическое поведение пассажиров с признаками $Z_q(x)$. Тогда можно определить условную вероятность того, что если случится фактическое поведение пассажиров, признаки которых описываются группой $Z_q(x)$, то подобное поведение больше соответствовало группе $C_j(x)$:

$$T_{jq} = \frac{\rho_{qj} Q_j}{\sum_{j=1}^d \rho_{qj} Q_j},$$

где T_{jq} – искомая условная вероятность.

Ожидаемая полезность i -го набора альтернативных решений по выбору типа ПТС, при том, что между группами предполагаемых потребительских различий $C_j(x)$ и фактических $Z_q(x)$ возможны различия, обусловленные как спецификой предыстории развития пассажира, так и неполнотой информации, располагаемой исследователями, будет представлена в виде:

$$R_{iq} = \sum_{j=1}^d P_{ji} T_{jq},$$

где R_{iq} – условная вероятность того, что пассажиры, обладающие фактическими признаками различия $Z_q(x)$, осуществят выбор альтернативного решения S_i .

Тогда ожидаемая полезность совершенного поведения R_0^* будет определяться как

$$R_0^* = \sum_{q=1}^d \max_{(i=1,a)} R_{iq} \times \sum_{j=1}^d \rho_{qj} Q_j.$$

Если ожидаемая полезность совершенного выбора альтернативного решения при условии возможной ошибки в группировании потребительских признаков R_0^* намного меньше, чем ожидаемая полезность совер-

шенного поведения в условиях безошибочного определения такой группировки, т.е. $R_0^* \ll R_0$, то качество предположений о группах различий пассажиров очень низкое, иными словами, представление об иерархии средств поведения пассажиров неадекватно реальному положению.

Суждение о качестве формирования средств поведения пассажиров можно выразить следующим образом: $r^* \geq r$ – высокое качество формирования и, следовательно, низкая неопределенность положения пассажира, где

$$r^* = \frac{R_{\max}}{R_0^*}.$$

Основным структуропорождающим признаком, обеспечивающим место пассажира в типологии потребителей, является уровень развития его потребностей и возможности их движения. Это движение может быть рассмотрено как стохастический процесс. Целесообразно рассматривать движение потребностей в виде совокупности двух его видов:

- относительного – в пределах поля возможностей;
- абсолютного движения самого поля возможностей.

Под относительным движением потребностей подразумеваются переходы пассажиров от одних существующих типов подвижного состава ГПТ к другим, а под абсолютным движением – возникновение новых типов подвижного состава ГПТ и включение их в единую сетку потребностей.

Формализованное описание модели получается в результате рассмотрения движения потребностей в виде процесса Пуассона – для относительного и в виде процесса гибели и размножения – для абсолютного движения [2]. При этом качественная сторона движения потребностей определяется рядом состояний потребностей и скалярным описанием потенциального уровня каждого состояния, а количественная сторона движения потребностей определяется:

- в динамике – векторами интенсивности смен состояний потребностей (потоками превращений);
- в статике – численностями групп пассажиров, выбирающих одинаковый вид ПТС.

Обозначим через $P_{jj^*}(t)$ вероятность перехода пассажира за время t от одной группы $C_j(x)$ к другой $C_{j^*}(x)$. Тогда общее число переходов может быть описано матрицей переходов $\Pi(t)$:

$$\Pi(t) = \begin{pmatrix} P_{11}(t) & P_{12}(t) & \dots & P_{1d}(t) \\ P_{21}(t) & P_{22}(t) & \dots & P_{2d}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{d1}(t) & P_{d2}(t) & \dots & P_{dd}(t) \end{pmatrix}$$

Сами же величины $P_{jj^*}(t)$ будут удовлетворять системе дифференциальных уравнений:

$$\frac{dP_{jj^*}(t)}{dt} = -\eta_{j^*} P_{jj^*}(t) + \eta_{j^*} P_{kj^*}(t),$$

где $\Lambda = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_d)$ – вектор интенсивности смены состояний, а величины $P_{jj^*}(t)$ можно оценить как:

$$P_{jj^*}(t) = \frac{N_{jj^*}(t)}{N(t)},$$

где $N_{jj^*}(t)$ – численность пассажиров, меняющих состояние от $C_j(x)$ к $C_{j^*}(x)$ в группе; $N(t)$ – общее число пассажиров в группе.

Возникновение новых С-групп в стабильном по составу пространстве признаков различия пассажиров $\{x\}$ описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dP_d(t)}{dt} = -[\eta_d(t) + \mu_d(t)] \times P_d(t) + \eta_{d-1}(t) \cdot P_{d-1}(t) + \mu_{d+1}(t) \cdot P_{d+1}(t) \\ \frac{dP_0(t)}{dt} = \mu_1(t) \cdot P_1(t) + \eta_0(t) \cdot P_0(t), \end{cases}$$

где $P_j(t)$ – представляет собой вероятность, что за период t количество С-групп станет равным j , $\Lambda = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_d)$ – вектор интенсивности рождения новых С-групп, $M = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d)$ – вектор интенсивности свертывания существующих С-групп.

Изменение типологической структуры целей поведения пассажиров с позиции исследователя может происходить и некоторым неслучайным образом. Описание этого изменения может предполагать выявление некоторой функциональной связи между изменениями состава пространства признаков различия пассажиров $\{x\}$, внешними признаками и условиями и временем. В этом случае следует обратить внимание на мето-

ды корреляционно-регрессионного анализа, который представляет дополнение в виде компонента структуры на рисунке 1.

Кроме того, эти методы могут внести значительный вклад в исследование тенденций изменения векторов интенсивностей Λ , M и других показателей в задачах, решаемых на уровне анализа движения системы потребностей пассажиров в тех или иных типах ПТС, т.е. задачах, не связанных с изменением информативной системы пространства признаков различия пассажиров $\{x\}$.

Рассмотрим подробнее механизм и возможную сферу применения корреляционно-регрессионного анализа применительно к структуре на рисунке 1. Восстановление функциональной связи или зависимости в общем случае включает в себя три вида задач [3]:

- задача обучения распознавания образов;
- задача восстановления регрессии;
- задача интерпретации результатов косвенных экспериментов.

Задача обучения распознаванию образов формулируется следующим образом: дано некоторое количество наблюдений S -групп по выбору типов ПТС, которые можно отнести к N различным классам; необходимо, используя информацию об этих наблюдениях и их классификациях, найти такое правило, с помощью которого можно было бы с минимальным числом ошибок классифицировать вновь проявляющие наблюдения. В терминах таблицы 1, требуется отнести к одной из S -

групп появляющиеся новые реализации признаков различия x . Для возникшей новой цели требуется найти множество комплементарных ей целей. Такая задача может иметь место в случае, если изменения информативной системы пространства факторов-детерминантов нельзя не принять во внимание, но они еще малы, чтобы образовывать новые группы типологии целей пассажиров.

Задача восстановления регрессии имеет следующую постановку: в некоторой среде (например, в пространстве признаков различия пассажиров), которая характеризуется плотностью распределения вероятности $\varphi(x)$, случайно и независимо появляются ситуации (например, цели) x ; в этой среде работает некий преобразователь, который каждому вектору x ставит в соответствие S (выбранный тип ПТС), полученное в результате реализации случайное испытание, согласно закону $\varphi(S/x)$; ни свойства среды $\varphi(x)$, ни закон $\varphi(S/x)$ неизвестны; однако известно, что существует зависимость (регрессия) $S = S(x)$. Требуется по случайной независимой выборке пар $x_1, S_1; x_2, S_2$ восстановить регрессию. В качестве регрессии можно изучать зависимость $M = M(x,t)$, где M – вектор интенсивности свертывания существующих S -групп, и зависимость $\Lambda = \Lambda(x,t)$, где Λ – вектор интенсивности рождения новых S -групп. Эти зависимости в совокупности с системой дифференциальных уравнений (1), связывающих эти параметры, могут дать прогноз возникновения и свертывания типологических

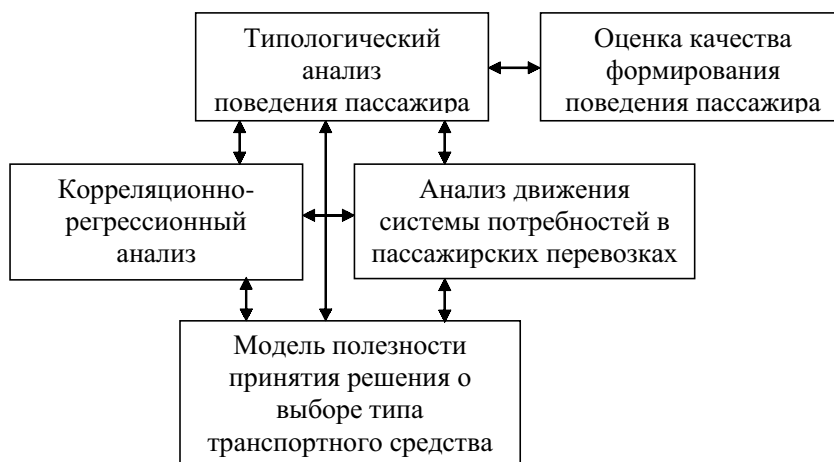


Рисунок 1. Структура модели по изучению поведения пассажиров

групп в пространстве признаков различия пассажиров $\{x\}$ в случае изменения его информативной системы, т.е. прогноз появления новых множеств целей в единой иерархии причинно-следственных связей.

Задача интерпретации результатов косвенных экспериментов возникает в случае, если искомую функцию $f(t)$ нельзя измерить ни в одной точке t . В то же время может оказаться доступной измерению другая функция $F(x)$, которая связана с $f(t)$ операторным уравнением $Af(t) = F(x)$ [3].

Изменения в сфере поведения пассажиров по выбору типов ПТС $\{S\}$ обычно проводятся проще, чем в сфере признаков различия пассажиров $\{x\}$. Действительно, легче сделать вывод относительно количественных характеристик работы ГПТ, которые доступны учету, чем относительно некоторых целей поведения пассажиров. Эти измерения связаны в первую очередь с показателями объема спроса, предложения, цены, качества, количества единиц различных типов транспортных средств и других, методики статистического учета которых достаточно разработаны. В этом случае по результатам измерений S_p, S_2, \dots, S_i в моменты времени t_p, t_2, \dots, t_i и известным операторам A' и A'' требуется найти решение системы операторных уравнений:

$$\begin{cases} A' M(x) = S(t) \\ A'' \Lambda(x) = S(t). \end{cases}$$

Для выражения предпочтения одного набора мест другому воспользуемся функцией полезности $u(y) = u(y_1, y_2, \dots, y_a)$, определенной на R_i . Функция полезности представляет систему предпочтений пассажира, основное свойство которой заключается в том, что пассажир отдает предпочтение, например, y_1 , если $u(y_1) > u(y_2, y_3, \dots, y_a)$, т.е. функция упорядочивает наборы мест в различных типах ПТС по уровню их предпочтения. Следовательно, пассажир при выборе типа ПТС стремится к максимизации своей функции полезности.

Некоторые виды функции полезности представлены в таблице 2 [4].

В основе модели поведения пассажира лежит гипотеза о том, что каждый из них,

осуществляя выбор типа ПТС по некоторым критериям, стремится максимизировать уровень удовлетворения своих потребностей. Поскольку предпочтение пассажира при выборе типа ПТС выражается нелинейной целевой функцией $u(y)$, то математическая модель выбора типа ПТС пассажиром имеет следующий вид задачи нелинейного программирования:

$$u(y) = u(y_1, y_2, \dots, y_a) \rightarrow \max$$

при следующих ограничениях

$$g_k(y_1, y_2, \dots, y_a) \leq G_k,$$

где g_k – критерий, по которому происходит выбор пассажиром типа ПТС; G – максимально возможное значение k -го критерия за выбранный календарный период.

Для решения этой задачи поиска экстремума функции при наличии связывающих ограничений на ее переменные можно воспользоваться методом Лагранжа.

Идея данного метода состоит в сведении задачи поиска условного экстремума целевой функции

$$u(y_1, y_2, \dots, y_a)$$

на множестве допустимых значений D , описываемом системой уравнений

$$D: \begin{cases} f_1(y_1, y_2, \dots, y_a) = 0 \\ \dots \\ f_m(y_1, y_2, \dots, y_a) = 0; \end{cases}$$

к задаче безусловной оптимизации функции

$$\Phi(y, \lambda) = F(y_1, y_2, \dots, y_a) + \lambda_1 f_1(y_1, y_2, \dots, y_a) + \dots + \lambda_m f_m(y_1, y_2, \dots, y_a),$$

где $\lambda \in R^m$ – вектор дополнительных переменных, называемых множителями Лагранжа. Функцию $\Phi(y, \lambda)$, где $y \in R^n$, называют функцией Лагранжа.

Метод поиска условного экстремума или метод Лагранжа состоит из следующих этапов:

- составление функции Лагранжа $\Phi(y, \lambda)$;
- нахождение частных производных

$$\frac{\partial \Phi(y, \lambda)}{\partial y_i} (i \in 1 \dots a) \text{ и } \frac{\partial \Phi(y, \lambda)}{\partial \lambda_k} (k \in 1 \dots m);$$

- решение системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi(y, \lambda)}{\partial y_i} = 0; \\ \frac{\partial \Phi(y, \lambda)}{\partial \lambda_k} = 0 \end{cases}$$

относительно переменных y и λ ;

– исследование точек, удовлетворяющих системе, на максимум с помощью достаточного признака экстремума.

Предлагаемая методика для решения задачи выбора одной из возможных стратегий выбора типа ПТС при условии наличия нескольких критериев, по которым этот выбор включает в себя несколько этапов [5]:

– формирование m критериев, по которым производится выбор типа пассажирского транспортного средства и a альтернативных решений;

– составление целевой функции (функции полезности);

– определение коэффициента «ценности» альтернативного решения для пассажира;

– определение функции спроса.

Таким образом, структурирование подходов к изучению поведения пассажиров по выбору типа ПТС является значимым шагом в направлении создания модели определения спроса пассажиров на различные типы ПТС.