

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОГО РОСТА ТРЕЩИН В ЗЕРНИСТЫХ ГЕОМАТЕРИАЛАХ

Статья посвящена разработке математических моделей двух стадий контактного квазистатического разрушения зернистых геоматериалов дисковыми инструментами. Адекватность результатов моделирования и критериев устойчивого роста магистральных трещин подтверждалась экспериментальными исследованиями.

В процессе квазистатического разрушения в общем случае выделяют три стадии: стадия накопления микроповреждений, стадия квазиравновесного прорастания трещин и стадия неравновесного, лавинообразного движения магистральных трещин.

Целью настоящей работы является разработка моделей образования ориентированных микротрещин под лезвием инструментов и устойчивого роста магистральных трещин на примерах циклического разрушения пород дисковым инструментом.

Циклический процесс разрушения горных пород дисковым инструментом осуществляется за счет многократного прокатывания инструмента по одному и тому же следу, что позволяет создавать устойчивую трещину и при достижении ею предельной величины – магистральную неустойчивую, размер которой варьируется от 0,2 до 1,2 м.

Границы раздела зерен являются основными дефектами в кристаллических породах. Результаты многочисленных экспериментальных исследований показали, что при разрушении образцов горных пород образуется серия случайно расположенных субосевых трещин. Возникновение растягивающих напряжений под действием сжимающей нагрузки возможно только для материалов, имеющих зернистую структуру [1].

Результаты экспериментальных исследований процесса разрушения пород горными инструментами показали, что разрушение горных пород осуществляется по цементирующему веществу, связывающему зерна горных пород. Горные породы имеют гетерогенное строение, которое обеспечивает остановку микротрещин на структурных границах и приводит к их многочисленному накоплению.

Поэтому для моделирования микроразрушения горных пород под лезвием горных инструментов на первой стадии разрушения необ-

ходимо разработать дискретную модель зернистых крепких пород, в которой размеры микротрещин были бы соизмеримы с размером зерна крепких пород.

Одна из первых работ по моделированию горных пород в виде зернистого материала принадлежит Троллопу [1]. Элемент зернистой структуры представлялся им в виде набора зерен (рис. 1, а). Особенность элемента зернистой структуры заключается в том, что в нем максимальные растягивающие усилия направлены нормально к сжимающим напряжениям. Правомочность данной модели горных пород подтверждается результатами ряда экспериментальных исследований [1], в которых показано, что горные породы при разрушении ведут себя преимущественно как дискретные среды, состоящие из набора отдельных частиц.

В продолжение модели Троллопа участки контакта между зернами представим в виде прямых отрезков (рис. 1, б). Тогда первичный элемент – зерно материала будет представлять собой гексагональный элемент. На основании вышеизложенного микроскопическая модель зернистого материала имеет следующие особенности [2]:

– структура материала представляет собой сетку гексагональных зерен с одним и тем же усредненным диаметром зерна;

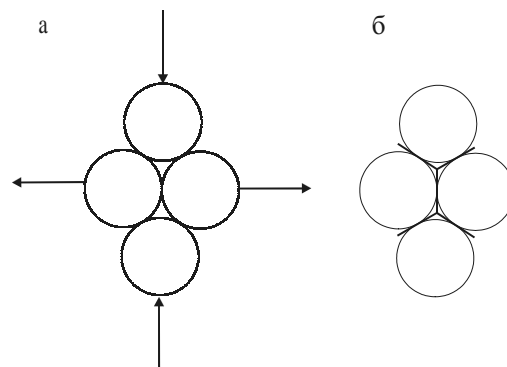


Рисунок 1. Элемент зернистой среды

– трещины между зёрнами представлены в виде математических разрезов;

– контакты между зёрнами заполнены линейно-упругим материалом со своими упругими характеристиками, отличными от характеристик зёрен;

– материал зёрен однороден и изотропен;

– размер зёрен – величина малая по сравнению с размером тела;

– трехосное напряженное состояние может быть заменено двухосным – плоской деформацией, так как длина контакта инструмента с горной породой на два порядка превышает размер зёрна материала.

На основе разработанной модели зернистого материала были рассмотрены модели образования микротрещин по границам зёрен горных пород в зависимости от вида контакта инструментов, имеющих различную геометрическую форму.

Диаметр зёрна выбирался усредненным и соответствовал $d = 0,001$ м. В моделях рассматривались только крепкие породы. Упругие характеристики зёрна и цемента имели одни и те же значения. Модуль Юнга $E = 3 \cdot 10^4$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Ширина заполнителя между зёрнами породы $h = d/10$. Модуль сдвига цемента определялся по формуле

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Рассматривались два случая воздействия инструментов на зернистый материал. В первом случае на полуплоскость воздействовали только нормальные напряжения $\sigma_n = 10$ МПа, характерные при внедрении в горный массив клинового инструмента с радиусом закругления $\rho = 2d$. Второй случай описывал внедрение симметричных инструментов в породу. В этом случае касательные напряжения определялись по формуле

$$\sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \varphi},$$

где φ – половина симметричного угла заострения инструмента, $\sigma_n = 10$ МПа.

Раскрытие микротрещин в горных породах от внешних усилий, создаваемых горными инструментами, моделировалось на основе двух методов граничных интегральных уравнений – фиктивных нагрузок и разрывных смещений [3].

На рис. 2 приведены схемы, показывающие раскрытие микротрещин по границам зёрен

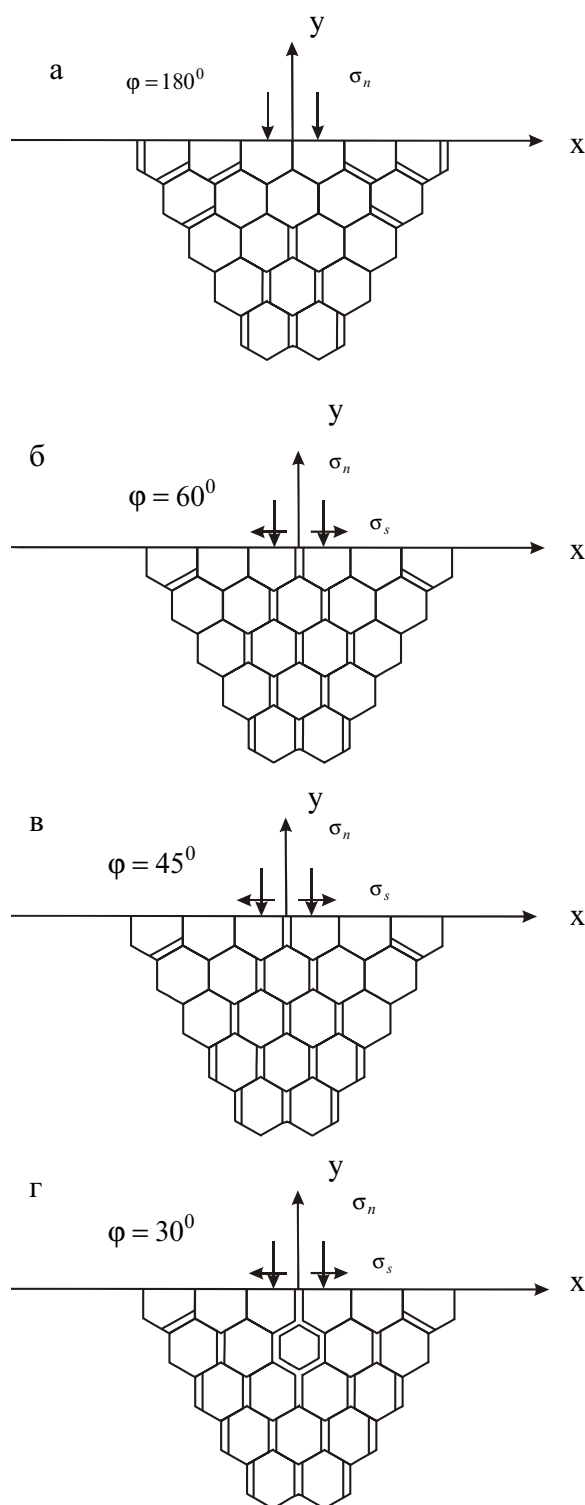


Рисунок 2. Раскрытие микротрещин по границам зёрен горных пород

материала от различных углов заострения инструмента.

Анализ результатов моделирования показывает, что касательные напряжения, соответствующие своему углу заострения инструмента, оказывают существенное влияние на образование микротрещин по границам зерен материала. Действие инструмента с плоским основанием на зернистый материал, что соответствует действию только нормальных напряжений, формирует в нем трещины двух направлений – боковые и медианные. Боковые трещины формируются со стороны свободной обнаженной горизонтальной поверхности. Медианная трещина образуется в глубине породы на некотором расстоянии от действия инструмента. Под действием вертикального нормального напряжения зерна материала смещаются вниз по оси ОУ, образуя породный клин. Происходит нарушение связей при трении по границам с соседними не нагруженными зернами. Зерна материала сжимают цемент и расклинивают зерна по цементу, находящемуся в глубине породы, образуя сеть микротрещин перед уплотненным ядром породного клина. В это время происходит раскрытие микротрещин по границам зерен породы, расположенными в окрестности свободной ненагруженной поверхности. Эти микротрещины формируют боковые трещины, которые имеют форму эллипса и выходят на свободную горизонтальную поверхность.

На рис. 2 б, в, г приведена картина образования микротрещин по границам зерен материала, когда угол заострения инструмента $2\varphi = 60,45,30^\circ$. Микротрещины в этих случаях возникают со стороны границы контакта инструмента с породой. Эти условия возникают, когда касательные напряжения на границе контакта превышают по величине нормальные σ_n . Для угла $2\varphi = 30^\circ$ характерно образование трещины под лезвием инструмента за счет слияния вертикальных и наклонных трещин.

Моделирование процесса разрушения зернистых материалов под лезвием инструментов показало, что характер и величина раскрытия микротрещин по границам зерен материала зависят от величины соотношения нормальных σ_n и касательных σ_s составляющих напряжений на границе контакта инструмента с породой. Если $\sigma_n > \sigma_s$, то зерна материала смещаются вглубь породы и раскрытие микротрещин по границам зерен осуществляется на некотором расстоянии

от свободной поверхности за счет расклинивания породным клином (ядром уплотнения). Если $\sigma_n < \sigma_s$, то раскрытие микротрещин по границам зерен материала осуществляется непосредственно с границы свободной поверхности.

Результаты экспериментальных исследований по внедрению инденторов различной геометрической формы в образцы горных пород [4] подтверждают результаты моделирования (рис. 2 а, б). Исследования проводились на установке, которая одновременно позволяла записывать величину нагружающего усилия, глубину проникновения индентора в образец, число и амплитуду электромагнитных импульсов на каждом этапе разрушения. Исследованию подвергались природные образцы горных пород (песчаники, алевролиты), полученные из разведочных скважин с разных глубин, и песчано-цементные образцы с различными размерами фракций зерен и концентрациями песчано-цементной массы.

Анализ результатов лабораторных исследований независимо от диаметра зерна $d = 0,00025 \dots 0,002$ м показал, что:

- плоский в плане индентор на первом этапе внедрения формировал породный клин или конус, а на втором этапе разрушения появлялись осевые трещины, приводящие к разрушению образца на три части;

- клиновое индентор с углом заострения $2\varphi = 60^\circ$ разрушал образец на два симметричных осколка без присутствия ядра уплотнения.

Таким образом, разработанная модель для зернистых крепких пород подтверждается результатами экспериментальных исследований и образованные сети раскрытых микротрещин разрыва по границам зерен пород показывают направления развития магистральных трещин.

Сопоставим результаты моделирования микротрещин дискретными элементами (рис. 2 в, г) с критерием роста устойчивых трещин.

Критерий роста устойчивой трещины для полуплоскости, нагруженной симметричным клиновым инструментом, с поперечной краевой трещиной имел после расчетов следующий вид [2]:

$$K_I = A \frac{\sin(\beta - \varphi) P \sqrt{\pi}}{\sin \varphi \sqrt{\ell}}, \quad (1)$$

где K_I – коэффициент интенсивности напряжений первого рода, Н/м^{3/2};

P – усилие, действующее на единицу длины контакта инструмента с породой, Н/м;

ℓ – длина трещины, м;
 φ – половина симметричного угла заострения клинового инструмента, град. ($20 \leq 2\varphi \leq 45^\circ$);
 $A = 0,4885503$ – постоянная величина;
 $\beta = 57,66641$, град.

На основании критерия (1) имеем

$$\ell_{2\varphi=45^\circ} = 1,6984921 (P^2 / K_I^2),$$

$$\ell_{2\varphi=30^\circ} = 5,1414764 (P^2 / K_I^2).$$

Откуда следует, что

$$\ell_{2\varphi=30^\circ} = 3,02770829 \cdot \ell_{2\varphi=45^\circ}. \quad (2)$$

Если принять, что длина микротрещины, образованной от действия симметричного клинового инструмента с углом заострения $2\varphi = 45^\circ$, равняется диаметру зерна горной породы, то на основании соотношения (2) следует, что длина микротрещины для симметричного клинового инструмента $2\varphi = 30^\circ$ будет равняться

$$\ell_{2\varphi=30^\circ} \cong 3d,$$

где d – диаметр зерна горной породы.

Данный результат подтверждается исследованиями, приведенными на рис. 2, в, г.

Таким образом, для хрупких геоматериалов существует возможность установить связь между первой и началом второй стадии квазистатического разрушения.

При построении объемных моделей использовался тот же подход в моделировании нагруженности, что и в моделях плоской деформации. Кроме того, экспериментальными исследованиями было установлено, что равнодействующая сила при разрушении крепких горных пород дисковыми инструментами, возникающая при поступательном движении инструмента, имеет ту же величину, что и при перекачивании по породному блоку.

Схема, описывающая взаимодействие симметричного дискового инструмента с твердой породой, приведена на рис. 3. Напряженное состояние в окрестности трещины определялось на основе методов граничных интегральных уравнений [3, 5]. Увеличение площади трещины $S = m \cdot \ell$ в процессе расче-

тов осуществлялось в направлении ℓ при фиксированных значениях m .

Расчетами установлено, что угол заострения дискового инструмента оказывает влияние на механизм раскрытия берегов трещины. Раскрытие трещины только под действием нормальных напряжений возможно, когда угол заострения дискового инструмента $2\varphi \leq 45^\circ$. Поэтому, используя асимптотический метод [6], был определен один коэффициент интенсивности напряжений первого рода K_I , описывающий развитие трещин нормального разрыва.

Критерий роста трещины нормального разрыва полупространства, нагруженного симметричным дисковым инструментом, с краевой прямоугольной трещиной в результате расчетов принимал следующий вид:

$$K_I = A \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\sin \varphi} P \frac{\sqrt{\pi}}{S^{3/4}}, \quad (3)$$

где P – сила, действующая на симметричный дисковый инструмент, Н;

K_I – коэффициент интенсивности напряжений первого рода, Н/м^{3/2};

$S = m \cdot \ell$ – площадь трещины, м²;

m, ℓ – геометрические размеры прямоугольной трещины, м;

φ – половина угла заострения дискового инструмента, град.

($0 < 2\varphi \leq 45^\circ$);

$A = 0,2831683$ – постоянная величина;

$\beta = 57,6664$, град.

Усилие P , действующее на ось симметричного дискового инструмента, представляет собой равнодействующую силу

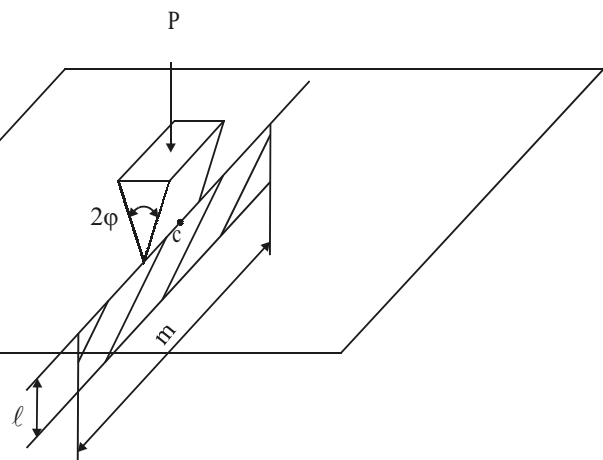


Рисунок 3. Схема, моделирующая взаимодействие симметричного дискового инструмента с полупространством

$$P = (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)^{1/2},$$

где P_x, P_y, P_z – проекции вектора усилия на оси декартовой системы координат OX, OY, OZ соответственно.

Коэффициент интенсивности напряжений был определен для точки С, изображенной на рис. 3. Вычисляя производную величину по переменной S от равенства (3), получаем, что $dK_I/dS < 0$.

Таким образом, трещины нормального разрыва, образованные в породе под лезвием симметричных дисковых инструментов, имеют устойчивый характер развития, и для их роста требуется приращение внешней нагрузки.

На основе разработанного критерия разрушения возникает возможность оценки величины боковой силы, действующей на лезвие дискового инструмента.

На основании критерия разрушения (3) горизонтальные силы T, параллельные полупространству и перпендикулярные площади трещины $S = m \cdot \ell$, предстанут в следующем виде:

$$T = \frac{K_I S^{3/4} \cos \varphi}{B \sqrt{\pi} \sin(\beta - \varphi)}, \quad (4)$$

где $B = 0,5663366$ – постоянная величина.

Данный критерий (4) позволяет для каждого угла заострения 2φ установить предельные боковые усилия T на лезвии дискового инструмента, которые формируют трещины нормального разрыва, в зависимости от роста устойчивых трещин и коэффициента интенсивности напряжений первого рода.

В таблице 1 представлена зависимость $T/(K_I S^{3/4})$ от угла заострения 2φ дискового инструмента.

Таблица 1. Зависимость предельных боковых усилий на лезвии дискового инструмента от угла заострения 2φ

2φ	20	30	40
$\frac{T}{K_I S^{3/4}}$	1,3322	1,4252	1,5378

Разработанный критерий развития трещин нормального разрыва в крепких горных породах проверяли сопоставлением с результатами, выполненными по методике [7], разработанной на основе экспериментальных исследований по разрушению породных блоков дисковыми инструментами.

В таблице 2 представлены данные экспериментальных исследований по разрушению горных пород дисковыми инструментами и результаты расчетов, которые выполнены по разработанному критерию разрушения (3).

Разрушению подвергался породный блок размером $1,0 \times 1,0 \times 1,0$ м³. Блок песчаника ($\sigma_{сж} = 70,5$ МПа, $\sigma_p = 4,08$ МПа) разрушался дисковыми инструментами, имеющими диаметр $D = 0,28$ м и углы заострения $2\varphi = 25, 35, 45^\circ$.

В таблице 2 приняты следующие обозначения: h – суммарная глубина прохода дискового инструмента по одному и тому же следу; R – равнодействующая сила на оси дискового инструмента, определяемая экспериментально; ℓ – длина устойчивой трещины; P – равнодействующая сила, расчет которой производился по критерию разрушения (3).

Коэффициент интенсивности напряжений для песчаника $K_I = 0,7$ МПа м^{1/2}. В расчетах принято, что величина $m = 1,0$ м представляет собой длину разрушаемого блока. Первая колонка таблицы обозначает количество проведенных экспериментов по разрушению блока песчаника дисковыми инструментами. Во второй колонке представлено количество проходов дискового инструмента по одному и тому же следу.

Результаты экспериментальных и теоретических исследований показывают, что глубина прохода дискового инструмента по одному и тому же следу соответствует численному значению длины устойчивой трещины. Равнодействующие нагрузки в экспериментальных и теоретических исследованиях имеют разброс результатов в пределах 21%, что является удовлетворительным при сопоставлении экспериментальных и теоретических данных в горном деле.

Таблица 2. Результаты экспериментальных и теоретических исследований процесса разрушения песчаника

№ опыта	Номер прохода	2φ , град.	h, м	R, кН	ℓ , м	P, кН
1	1	25	0,006	11,15	0,006	9,18
	2		0,008	12,89	0,008	11,39
	3		0,010	14,51	0,010	13,46
	4		0,012	15,82	0,012	15,43
2	1	35	0,006	15,49	0,006	14,02
	2		0,008	17,91	0,008	17,39
	3		0,010	20,04	0,010	20,56
	4		0,012	21,99	0,012	23,57
3	1	45	0,006	19,71	0,006	19,98
	2		0,008	22,79	0,008	24,79

Таким образом, разработанный критерий разрушения позволяет прогнозировать разупрочнение крепких пород трещинами нормального разрыва при циклическом воздействии и определять предельные боковые нагрузки на лезвии дисковых инструментов для оценки их долговечности.

На основании изложенного можно сделать вывод, что разработанные модели двух стадий контактного квазистатического разрушения зернистых геоматериалов позволяют прогнозировать процесс хрупкого разрушения крепких пород дисковыми инструментами.

Список использованной литературы:

1. Введение в механику скальных пород / Д.Х. Троллоп, Х. Бок, Б.С. Бест и др. М.: Мир, 1983. 276 с.
2. Полкунов Ю.Г., Романова Л.М. Математическая модель зернистых горных пород при контактных видах разрушения // Вестн. КузГТУ. – 1999. - №2. – С. 9-12.
3. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. М.: Мир, 1987. 328 с.
4. Полкунов Ю.Г., Показаньев С.Г., Ананьин В.М. Влияние геометрических форм прерывистых дисковых инструментов на процесс разрушения горных пород // Динамика и прочность горных машин: Докл. II Международной конференции, т.1 – Новосибирск, 2003. – С. 88-90.
5. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках. М.: Мир, 1984. 494 с.
6. Irwin G.R. Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. – Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 24 (1957), p.361.
7. Полкунов Ю.Г. Циклическое разрушение крепких пород инструментами горных машин, формирующими трещины нормального разрыва. Автореф. дис. ... докт. техн. наук. Кемерово, 2000. 30 с.