

## ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В РАСЧЕТЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СХЕМ

В статье показано использование корреляционного, факторного, регрессионного анализов для определения полиномиальных моделей параметров электрических схем. Сделано сравнение экстремальных значений мощности в случае детерминированного и статистического подхода.

Рассмотрим элементарную электрическую схему (рис. 1).

Мощность на нагрузке будет определяться [1]:

$$P_H = \left( \frac{E}{R_H + R_{вн}} \right)^2 \cdot R_H. \quad (1)$$

Будем изменять параметры схемы  $E$ ,  $R_{вн}$ ,  $R_H$  в небольших задаваемых пределах  $\Delta E$ ,  $\Delta R_{вн}$ ,  $\Delta R_H$  от задаваемых исходных значений параметров  $E_o$ ,  $R_{внo}$ ,  $R_{Ho}$ .

Считая  $E_o$ ,  $R_{внo}$ ,  $R_{Ho}$  средними значениями  $\bar{E}$ ,  $\bar{R}_{вн}$ ,  $\bar{R}_H$ , а  $\Delta E$ ,  $\Delta R_{вн}$ ,  $\Delta R_H$  – средними квадратическими отклонениями  $\sigma_E$ ,  $\sigma_{R_{вн}}$ ,  $\sigma_{R_H}$ , построим по этим статистическим характеристикам нормализованную матрицу исследования, в которой параметрами-столбиками будут параметры схемы  $E$ ,  $R_H$ ,  $R_{вн}$  и две мощности:

1) точная  $P_T = \left( \frac{E}{R_H + R_{вн}} \right)^2 \cdot R_H$  в реализации

2) случайная  $P_{сл}$ , значения которой будут определяться по среднему значению мощности

$\bar{P} = \left( \frac{\bar{E}}{\bar{R}_H + \bar{R}_{вн}} \right)^2 \cdot \bar{R}_H$  и по среднему квадратическому отклонению

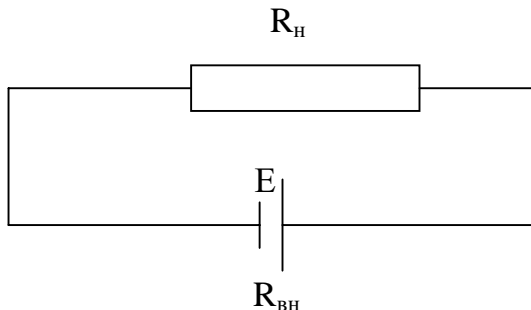


Рисунок 1.

$E$  – ЭДС источника, В  
 $R_{вн}$  – внутреннее сопротивление источника, Ом  
 $R_H$  – сопротивление нагрузки, Ом

$$\sigma_p = \Delta P = \left| \begin{aligned} & 2 \cdot \left( \frac{\bar{E}}{\bar{R}_H + \bar{R}_{вн}} \right) \cdot \bar{R}_H \cdot \Delta E + \\ & \frac{E^2 \cdot (\bar{R}_{вн} - \bar{R}_H) \cdot \Delta R_H}{(\bar{R}_H + \bar{R}_{вн})^3} - \\ & \frac{2 \cdot \bar{E}^2 \cdot \bar{R}_H \cdot \Delta R_{вн}}{(\bar{R}_H + \bar{R}_{вн})^3} \end{aligned} \right| \quad (2)$$

Здесь в (2)

$$\Delta E = \sigma_E, \Delta R_H = \sigma_{R_H}, \Delta R_{вн} = \sigma_{R_{вн}}.$$

Строчки-наблюдения в матрице исследования – это соответствующие генерации значений параметров-столбиков  $E$ ,  $R_H$ ,  $R_{вн}$ ,  $P_T$ ,  $P_{сл}$ :

В таблице 1 точное значение мощности  $P_{Ti}$  определяется:

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{внi}} \right)^2 \cdot R_{Hi}. \quad (3)$$

Случайное значение мощности  $P_{сл}$  определяется по  $\bar{P}$  и по  $\sigma_p$  при генерации.

Значения в параметрах-столбиках 1,2,3,5 имеют нормальное распределение:

1) параметр  $E$  с математическим ожиданием  $\bar{E}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_E = \Delta E$ ;

2) параметр  $R_H$  с математическим ожиданием  $\bar{R}_H$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_{R_H} = \Delta R_H$ ;

3) параметр  $R_{вн}$  с математическим ожиданием  $\bar{R}_{вн}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_{R_{вн}} = \Delta R_{вн}$ ;

Таблица 1. Матрица исследования

Наблюдение	1	2	3	4	5
	$E$	$R_H$	$R_{вн}$	$P_T$	$P_{сл}$
1	$E_1$	$R_{H1}$	$R_{вн1}$	$P_{T1}$	$P_{сл1}$
2	$E_2$	$R_{H2}$	$R_{вн2}$	$P_{T2}$	$P_{сл2}$
...	...	...	...	...	...
n	$E_n$	$R_{Hn}$	$R_{внn}$	$P_{Tn}$	$P_{слn}$

5) параметр  $P_{сл}$  с математическим ожиданием  $\bar{P}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_p$  (формула 2).

В четвертом столбике параметр  $P_T$  может иметь распределения, отличающиеся от нормального.

Для практического исследования были взяты следующие параметры распределений:

- для E  $\bar{E} = 5, \Delta E = 0,1$ ;
- для  $R_n$   $\bar{R}_n = 2, \Delta R_n = 0,1$ ;
- для  $R_{вн}$   $\bar{R}_{вн} = 1, \Delta R_{вн} = 0,1$ .

По этим данным определялись для генерации  $\bar{P}$  и  $\sigma_p$  (формула 2).

Для определения парных обусловленностей на матрице исследования был проведен корреляционный анализ [2].

Результаты корреляционного анализа:

**параметр 1-(Е-эдс источника)**

1,00    0,04    0,12    0,42    0,03

Наиболее сильная корреляция:

с параметром - ( $P_T$ -мощность

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 \cdot R_{Hi} \text{ в каждой реализации)}$$

коэффициент корреляции= 0,422

**параметр 2-( $R_n$ -сопротивление нагрузки(ом))**

0,04    1,00    0,08    -0,26    0,03

Нет сильных корреляций.

**параметр 3-( $R_{вн}$ -внутреннее сопротивление источника(ом))**

0,12    0,08    1,00    -0,82    -0,10

Наиболее сильная корреляция:

с параметром - ( $P_T$ -мощность

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 \cdot R_{Hi} \text{ в каждой реализации)}$$

коэффициент корреляции= -0,822

**параметр 4-( $P_T$ -мощность**

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 \cdot R_{Hi} \text{ в каждой реализации)}$$

0,42    -0,26    -0,82    1,00    0,10

Наиболее сильная корреляция:

с параметром-(Е-эдс источника) коэффициент корреляции= 0,422

с параметром-( $R_{вн}$ -внутреннее сопротивление источника(ом)) коэффициент корреляции = -0,822

**параметр 5-( $P_{сл}$ -распределенная по нормальному закону мощность)**

0,03    0,03    -0,10    0,10    1,00

Нет сильных корреляций

Для определения групповых обусловленностей был проведен факторный анализ [4,5].

Результаты факторного анализа (табл. 2 – 6)

Таблица 2. Сумма квадратов нагрузок по факторам

Номер фактора	Сумма квадратов нагрузок
1	1,795
2	1,175
3	1,001
4	1,027

Таблица 3. Объединение по фактору 2

Номер	Название параметра	Нагрузка
1	(Е – эдс источника)	0,9983

Таблица 4. Объединение по фактору 4

Номер	Название параметра	Нагрузка
2	( $R_n$ – сопротивление нагрузки (ом))	0,9957

Таблица 5. Объединение по фактору 1

Номер	Название параметра	Нагрузка
3	( $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника (ом))	0,9836
4	( $P_T$ – мощность, $P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 \cdot R_{Hi}$ )	-0,9024

Таблица 6. Объединение по фактору 3

Номер	Название параметра	Нагрузка
5	( $P_{сл}$ – распределенная по нормальному закону мощность)	0,9981

С целью определения количественных обусловленностей  $P_T$  и  $P_{СД}$  ступенчатым регрессионным методом Брандона были построены полиномиальные модели для них и по этим моделям определены вклады, оценки количественной обусловленности [3].

$$\text{Модель } P_T \text{ – мощность, } P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 \cdot R_{Hi}$$

в каждой реализации :

$$P_T = -4,278735 - 0,3739672 \cdot x_1 + 0,2488057 \cdot x_1^2 + 8,923355 - 3,430732 \cdot x_3$$

\*-умножение

Модель  $P_{СД}$  –распределенная по нормальному закону мощность

$$P_{СД} = -2919,007 + 1771,204 \cdot x_1 - 358,0916 \cdot x_1^2 + 24,12168 \cdot x_1^3 + 112,3791 - 160,4532 \cdot x_2 + 75,88009 \cdot x_2^2 - 11,87551 \cdot x_2^3 + 13,50826 - 24,86397 \cdot x_3 + 25,90298 \cdot x_3^2 - 9,002192 \cdot x_3^3$$

\*-умножение

По построенным моделям для  $P_T$  и  $P_{СД}$  находились максимальные и минимальные значения этих параметров для соответствующих областей генерации  $E$ ,  $R_n$ ,  $R_{вн}$ .

Сравнительная таблица экстремальных мощностей в табл. 11.

Согласно локализации экстремальных значений мощностей (таблица 11 – экстремальные мощности) значения  $E$ ,  $R_n$ ,  $R_{вн}$  в точках максимума и минимума  $P_T$ ,  $P_{СД}$ , точного  $P$  незначительно отличаются друг от друга.

Отличия значений самих мощностей не превышают допустимых границ, определяемых математической статистикой.

То есть, при условии небольших изменений параметров схемы можно использовать следующую методику определения количественных обусловленностей параметров схемы и оптимизации этих параметров:

1. Задаем средние значения и средние квадратические отклонения каждого из параметров схемы.

2. Строим нормализованную матрицу исследования.

3. Корреляционным анализом определяем качественные парные обусловленности.

Таблица 7. Вклады параметров-аргументов в модели  $P_T$

Номер	Название параметра	Вклад в модель
1	(E – эдс источника)	0,0288
2	( $R_n$ – сопротивление нагрузки (Ом))	0,0000
3	( $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника (ом))	0,9712

Таблица 8. Характеристики модели  $P_T$

Характеристики модели	Значения
Коэффициент детерминации	0,97
Средняя абсолютная ошибка	0,07
Средняя ошибка в процентах	1,24

Таблица 9. Вклады параметров-аргументов в модели  $P_{СД}$

Номер	Название параметра	Вклад в модель
1	(E – эдс источника)	0,0078
2	( $R_n$ – сопротивление нагрузки (ом))	0,0091
3	( $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника (ом))	0,9830

Таблица 10. Характеристики модели  $P_{СД}$

Характеристики модели	Значения
Коэффициент детерминации	0,43
Средняя абсолютная ошибка	0,16
Средняя ошибка в процентах	2,85

Таблица 11. Экстремальные мощности

MAX, MIN мощности	E	$R_n$	$R_{вн}$
Модельная $P_{Tmax}=6,72$	5,22	2,22	0,8
Модельная $P_{Tmin}=4,48$	4,75	2,22	1,17
Модельная $P_{СДmax}=6,12$	5,22	1,75	0,80
Модельная $P_{СДmin}=5,32$	5,05	1,95	1,17
Точная $P_{max}=7,32$	5,22	1,75	0,80
Точная $P_{min}=4,36$	4,75	2,22	1,17

4. Факторным анализом определяем групповые качественные обусловленности.

5. На связанных параметрах строим методом Брандона полиномиальные модели.

6. Определяем по построенным моделям вклады параметров-аргументов, количественную оценку обусловленностей.

7. На базе моделей находим максимальные и минимальные значения параметров на определенном пространстве аргументов.

Очевидно, эта методика будет достаточно эффективна для больших схем, для которых получение функциональных зависимостей параметров является практически невозможным.

---

**Список использованной литературы:**

1. Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. - М.: Высшая школа, 1981. - с илл.
2. Бендат Д. Ж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. - М.: Мир, 1974.
3. Brandon D. B. Developing Mathematical Models for Computer Control, USA Journal, 1959, V.S,N7.
4. Харман Г. Современный факторный анализ.-М.:Статистика, 1972.
5. Иберла К. Факторный анализ.-М.:Статистика, 1980.