

РЕЙТИНГОВАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СУБЪЕКТОВ РФ

В работе представлена методология расчета комплексного (рейтингового) показателя хозяйственной деятельности регионов для выполнения задачи: анализа экономического развития регионов, их ранжирования, подготовки прогнозов. Изложен алгоритм построения модели прогнозирования рейтингового показателя для последующих периодов с применением метода Хольта, основанного на экспоненциальном сглаживании существующих данных.

Разработанная информационно-аналитическая система подготовки принятия решений по основным направлениям социально-экономического развития государства включает в себя целый ряд подсистем и программных модулей. Одним из основных является модуль расчета интегрального рейтингового показателя деятельности субъектов РФ и прогнозных оценок его динамики на перспективу. Ниже приведено описание математических моделей, позволяющих осуществлять расчеты данного показателя по регионам России.

Математическое описание алгоритма расчета интегрального рейтингового показателя

Для проведения комплексного сравнительного анализа социально-экономического развития регионов и оценки эффективности управляющей системы этих регионов введем интегральный рейтинговый показатель ρ .

При расчетах примем следующие обозначения:

- i – порядковый номер показателя;
- j, k – порядковые номера регионов;
- t – порядковый номер отчетного периода;
- $K^{(1)}, K^{(2)}, K^{(3)}$ – весовые коэффициенты показателей, назначаемые экспертом;
- $K_j^{(1)}$ – региональные коэффициенты;
- P – количество регионов;
- a_{ij} – стандартизированные социально-экономические показатели j -го региона*;
- a_{ij}^* – целевое (планируемое) значение социально-экономического показателя;
- \tilde{a}_{ij} – значение показателя за предыдущий отчетный период;
- a_i^{cp} – среднее значение i -го показателя по всем регионам;
- $\rho_j^{(1)}$ – сумма показателей, «взвешенных» по удельному весу;
- $\rho_j^{(2)}$ – характеризует динамику изменения показателей;
- $\rho_j^{(3)}$ – характеризует степень достижения запланированных результатов;

ρ_j – результирующий интегральный показатель;

N – количество анализируемых социально-экономических показателей.

Расчет величины оценочного показателя ρ состоит из следующих действий:

1. Оценка эффективности системы по достигнутым значениям показателей:

$$\rho_j^{(1)} = K_j^{(1)} \cdot \sum_{i=1}^N K_i^{(1)} \cdot A[a_{ij}, a_{ij}^*, \tilde{a}_{ij}] \cdot \frac{a_{ij}}{a_i^{cp}},$$

где $A[a_{ij}, a_{ij}^*, \tilde{a}_{ij}] = \text{sign}[(a_{ij} - \tilde{a}_{ij}) \cdot (a_{ij}^* - \tilde{a}_{ij})]$,

$$a_i^{cp} = \frac{\sum_{k=1}^P a_{ik}}{P}, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N K_i^{(1)} = 1;$$

2. Динамика изменений социально-экономических показателей за период T :

$$\rho_j^{(2)} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T K_i^{(2)} \cdot A[(a_{ij})_{t-1}, (a_{ij})_t, (a_{ij}^*)_t] \cdot \frac{|(a_{ij})_t - (a_{ij})_{t-1}|}{(T-t+1) \cdot \max((a_{ij})_t, (a_{ij})_{t-1})}, \quad (2)$$

где $\sum_{i=1}^N K_i^{(2)} = 1$.

3. Расчет степени соответствия достигнутых величин показателей целевым значениям. Чем меньше величина отклонения показателя от запланированного значения, тем выше результативность за отчетный период:

$$\rho_j^{(3)} = \sum_{i=1}^N K_i^{(3)} \left[1 - \frac{|a_{ij}^* - a_{ij}|}{\max(a_{ij}^*, a_{ij})} \right], \quad (3)$$

где $\sum_{i=1}^N K_i^{(3)} = 1$.

4. Расчет результирующего показателя. Для каждого анализируемого региона итоговое значение его рейтингового показателя определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \rho_j &= \rho_j^{(1)} + \rho_j^{(2)} + \rho_j^{(3)} = \\ &= K_j^{(1)} \cdot \sum_{i=1}^N K_i^{(1)} \cdot A[a_{ij}, a_{ij}^*, a_{ij}^{\sim}] \cdot \frac{a_{ij}}{a_i^{cp}} + \\ &+ \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T K_i^{(2)} \cdot A[(a_{ij})_{t-1}, (a_{ij})_t, (a_{ij}^*)_t] \cdot \\ &\cdot \frac{|(a_{ij})_t - (a_{ij})_{t-1}|}{(T-t+1) \cdot \max((a_{ij})_t, (a_{ij})_{t-1})} + \\ &+ \sum_{i=1}^N K_i^{(3)} \left[1 - \frac{|a_{ij}^* - a_{ij}|}{\max(a_{ij}^*, a_{ij})} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

5. Ранжирование регионов в порядке возрастания их рейтинговой оценки. Наивысший рейтинг имеет регион с максимальным значением сравнительной оценки, полученной по формуле (4).

Для применения данного алгоритма на практике никаких ограничений на количество сравниваемых показателей и регионов не накладывается.

Математическое описание метода прогнозирования величины рейтингового оценочного показателя на перспективу

Рассмотрим основные этапы получения прогнозных значений ρ_j .

1 этап. Анализ и исследование данных временного ряда.

Наборы данных могут изучаться с помощью механизма автокорреляции. Коэффициенты автокорреляции для различных значений величин, изменяющихся во времени, используются для отождествления моделей поведения данных, присутствующих во временных рядах.

Уравнение (5) представляет собой формулу для вычисления коэффициента автокорреляции r_k с запаздыванием на k моментов наблюдения, т. е. между наблюдениями Y_t и Y_{t-k} , которые отстоят друг от друга на k периодов [3]:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}, \quad (5)$$

где r_k – коэффициент автокорреляции для запаздывания на k периодов;

\bar{Y} – среднее значение ряда;

Y_t – наблюдение в момент времени t ;

Y_{t-k} – наблюдение на k периодов ранее, т. е. в момент времени $t - k$;

Значение коэффициента автокорреляции лежит между -1 и $+1$. Линейный коэффициент корреляции тем ближе к $+1$, чем точки ближе к прямой линии. Однако, используя различные статистические критерии, основанные на учете доверительных интервалов, следует провести оценку значимости данного значения r_k .

2 этап. Применение соответствующего аппарата прогнозирования.

Аппарат, который должен использоваться для прогнозирования временных рядов, – это метод скользящих средних, метод линейного экспоненциального сглаживания Хольта (Holt), простая регрессия, возрастающие кривые, экспоненциальные модели и методы авторегрессионных интегрированных скользящих средних (методы Бокса – Дженкинса).

Ниже приведены три уравнения, составляющие метод Хольта [3]:

1. Экспоненциально сглаженный ряд или оценка текущего уровня:

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} - T_{t-1}), \quad (6)$$

2. Оценка тренда:

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad (7)$$

3. Прогноз на p периодов вперед:

$$\hat{Y}_{t+p} = L_t + pT_t, \quad (8)$$

где L_t – новая сглаженная величина в период t ;

α – постоянная сглаженная для данных ($0 \leq \alpha \leq 1$);

Y_t – новое наблюдение или реальное значение ряда в период t ;

β – постоянная сглаженная для оценки тренда ($0 \leq \beta \leq 1$);

T_t – собственно оценка тренда в период t ;

p – количество периодов вперед, на которое делается прогноз;

\hat{Y}_{t+p} – наблюдение на p периодов вперед.

Прежде чем использовать некоторый метод прогнозирования, необходимо оценить его соответствие поставленной задаче, а также определить, дает ли данный метод достаточно малые ошибки прогноза.

3 этап. Измерение ошибки прогноза.

Разработано несколько методов оценки ошибок, присущих отдельным методам прогнозирования. Большинство этих методов состоит в усреднении некоторых функций от разностей между дей-

ствительным значением и его прогнозом. Такие разности между наблюдаемыми значениями и прогнозами часто считаются ошибками прогноза.

Для вычисления ошибки прогноза или погрешности для каждого момента времени, в котором рассматривается прогноз, используется уравнение (9):

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t, \quad (9)$$

где e_t – ошибка прогноза в момент времени t ;

Y_t – действительное значение в момент времени t ;

\hat{Y}_t – прогноз значения Y_t .

Способы оценки точности прогноза [2]:

1. Суммирование абсолютных ошибок (Mean Absolute Derivation, MAD);

2. Среднеквадратичная ошибка (Mean Squared Error, MSE);

3. Средняя абсолютная ошибка в процентах (Mean Absolute Percentage Error, MAPE);

4. Средняя процентная ошибка (Mean Percentage Error, MPE).

4 этап. Оценка адекватности выбранного метода прогнозирования.

Оценка соответствия прогноза поставленной задаче осуществляется посредством изучения коэффициентов автокорреляции для временного ряда ошибок. С целью анализа коэффициентов корреляции можно использовать Q-статистику Льюинга – Бокса.

Предложенная методика получения оценочных прогнозов применима к прогнозированию социально-экономических параметров экономики регионов страны. Однако для получения точных прогнозов необходимо на каждом этапе осуществлять тщательный и всесторонний мониторинг ошибки прогнозирования. Если амплитуда ошибки значительно возрастает со временем, то может потребоваться пересмотр используемой методики.

Список использованной литературы:

1. Сошникова Л.А., Тамашевич В.Н., Уебе Г., Шефер М. Многомерный статистический анализ в экономике: Учеб. пособие для вузов / Под ред. проф. В.Н. Тамашевича. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 598 с.
2. Томас Р. Количественный анализ хозяйственных операций и управленческих решений: Учебник / Пер. с англ.; Науч. ред. к.э.н. В.М. Матвеева. – М.: Издательство «Дело и Сервис», 2003. – 432 с.
3. Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., Райтс А.Дж. Бизнес-прогнозирование, 7-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 656 с.: ил. – Парал. тит. англ.