Раимова А.Т., Кутузов В.И., Вакулюк В.М., Шевеленко В.Д.
Оренбургский государственный университет

МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПЕРИОДИЗИРОВАННОГО СИГНАЛА ПО ПРИНЯТЫМ ДИСКРЕТНЫМ ОТСЧЕТАМ

Предложен метод восстановления периодизированного сигнала по дискретным отсчетам, основанный на разложении восстанавливаемого сигнала в ряд по взаимно-ортогональным функциям, образующим «ядро Дирихле», являющееся импульсной функцией идеального дискретного фильтра.

Показано, что высокий уровень метрологических показателей метода определяется достижимой относительной нестабильностью колебаний несущей частоты, используемых для формирования равноамплитудных полиномов в виде амплитудно-модулированных колебаний.

Метод позволяет осуществлять восстановление сигнала в темпе поступления отсчетов.

Отдаваемое линейной интерполяции предпочтение как методу восстановления исходных сигналов обусловлено возможностью их воспроизведения в реальном времени, но требует увеличения частоты дискретизации в десятки раз по сравнению с требуемой на основании теоремы Котельникова [1].

Однако процесс дискретизации исходного сигнала, как порождающий дискретный сигнал, характеризуется тем, что спектр сигнала, полученного в результате идеальной дискретизации бесконечно короткими стробирующими импульсами, представляет собой сумму бесконечного числа «копий» спектра исходного аналогового сигнала, располагающихся на оси частот через одинаковые интервалы $2\pi/\Delta$, равные значению угловой частоты первой гармоники дискретизирующей импульсной последовательности, что затрудняет процесс восстановления исходного сигнала во временной области, т. к. требует воспроизведения функций вида $\sin x / x$ и одновременного участия всех прошлых и будущих (по отношению к отсчетной точке) отсчетов, что невозможно.

Поэтому поиск преобразований, обеспечивающих точное восстановление спектра исходного сигнала, является актуальным.

Для периодического сигнала $S(t)$ считаем известной сумму ряда Фурье

$$S(t) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i u_i(t) \qquad (1)$$

в выбранном ортонормированном базисе. Так как для определения «k»-го коэффициента ряда необходимо умножить обе части равенства (1) на базисную функцию $u_K(t)$ и затем проинтегрировать результаты по времени:

$$\int_0^T S(t) u_K(t) dt = \sum_{i=0}^{\infty} C_i \int_0^T u_i(t) u_K(t) dt, \qquad (2)$$

то, ввиду ортонормированности базиса в правой части равенства (2) останется только член суммы с номером $i = k$, поэтому

$$C_k = \int_0^T S(t) u_k(t) dt = (Su_k). \qquad (3)$$

Для одновременного определения последовательности первых $N+1$ коэффициентов ряда (1) C_i необходимо использовать $k = (N+1)$ базисных функций $u_k(t)$. Умножение каждого C_i на соответствующую базисную функцию позволяет синтезировать сигнал $S_N(t)$, являющийся усеченной суммой ряда (1).

Действительно, из

$$\sum_{k=0}^{N} C_k u_k(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) \int_0^T S(z) u_k(z) dz =$$
$$= \sum_{k=0}^{N} u_k(t) \sum_{i=0}^{\infty} C_i \int_0^T u_i(z) u_k(z) dz = S(t) \qquad (4)$$

следует, что для выделения из суммы ряда (1) конечного числа членов $\sum_{i=0}^{N} C_i u_i(t)$ необходимо реализовать преобразование

$$S_N(t) = \int_0^T S(z) u_k(z) \sum_{k=0}^{N} u_k(t) dz =$$
$$= \int_0^T S(z) \sum_{k=0}^{N} u_k(z) u_k(t) dz = \left(S, \sum_{k=0}^{N} u_k(z) u_k(t) \right), \qquad (5)$$

поскольку присутствие или отсутствие частотного компонента $C_k u_k$ в составе $S_N(t)$ определяется соотношением (3).

Соотношение (5) является алгоритмом низкочастотной фильтрации в ортонормированном базисе.

Так как восстановление исходного сигнала может быть определено как выделение определяющих его частотных компонентов из всего их множества, обусловленного процессом дискретизации, то целесообразно исследовать возможность установления необходимых связей.

Математическую модель модулированной импульсной последовательности (МИП), образованной периодически повторяемыми дельта-импульсами зададим выражением

$$S_{imp}(t) = \Delta \sum_{K=-\infty}^{\infty} S_K \delta(t - K\Delta) = \Delta \sum_{K=0}^{N-1} S_K \delta(t - K\Delta), \qquad (6)$$

где $S_K = S(K\Delta)$ – выборочные значения исходного сигнала $S(t)$; $\Delta = T/N$ – период дискретизации; N – полное четное число отсчетов на периоде T исходного сигнала.

На основании теоремы о спектре произведения двух сигналов и известных законах соответствия исходного и дискретизирующего сигналов и их спектров $S(t) \leftrightarrow S(\omega)$, $\eta(t) \leftrightarrow S_\eta(\omega)$, для спектральной плотности МИП – сигнала имеем:

$$S_{imp}(\omega) = \frac{\Delta}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_\eta(\xi)\cdot S_x(\omega-\xi)d\xi\,. \qquad (7)$$

Для определения спектральной плотности $S_\eta(\xi)$ дискретизирующей последовательности представим ее комплексным рядом Фурье

$$\eta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi nt/\Delta} \qquad (8)$$

с коэффициентами

$$C_n = \frac{1}{\Delta}\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \delta(t) e^{-j2\pi nt/\Delta} = \frac{1}{\Delta}\,. \qquad (9)$$

Тогда

$$S_\eta(\omega) = \frac{2\pi}{\Delta}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega - 2\pi n/\Delta) \qquad (10)$$

и

$$S_{imp}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_x(\omega - 2\pi n/\Delta) =$$

$$= \Delta\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-N/2}^{N/2} C_m \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{\Delta} \mp \frac{2\pi m}{T}\right). \qquad (11)$$

Основой определения характера преобразований, необходимых для восстановления исходного сигнала путем низкочастотной фильтрации компонентов дискретизированного сигнала, является обобщенная формула Рэлея [2]:

$$(u, v) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U(\omega)V^*(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi}(U, V), \qquad (12)$$

из которой следует, что для реализации обеспечивающего низкочастотную фильтрацию скалярного произведения во временной области (5) необходимо сформировать такой опорный сигнал, спектр которого в произведении со спектром дискретизированного сигнала (11) обеспечивал бы равенство левой и правой частей (12).

Так как для низкочастотной фильтрации из суммы бесконечного числа «копий» спектра исходного сигнала необходимо выделить частотные компоненты, не являющиеся комбинационными модуляционного спектра (11), то определим их как

$$S_{imp}(0) = \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}\le\frac{T}{2\Delta}} S_{xm}(m\Omega) = \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}\le\frac{T}{2\Delta}} S_{xm}\left(m\frac{2\pi}{T}\right), \qquad (13)$$

где $T/\Delta = N$ – удвоенное число гармоник модуляционного спектра (11) между несущими частотами его «копий», удовлетворяющее теореме Котельникова.

Кроме того, из (5) и (12) очевидно, что базисные функции должны удовлетворять условию принадлежности произведения $\sum_{k=0}^{N} u_k(z)u_k(t)$ (т. е. опорного сигнала) классу выбранных базисных функций и быть используемыми при определении спектров сигналов. Такими функциями являются обладающие высокими метрологическими показателями гармонические функции.

На основании изложенного, обобщенная формула Рэлея (12) принимает вид:

$$S_N(t) = (S, u_{оп}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_{xm}(\omega - m\omega_0)\cdot 2\pi\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}}\delta(\omega - m\omega_0)d\omega =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\Delta\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} T\left[\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sum_{k=0}^{N-1} S(k\Delta)\delta(\xi - k\Delta)e^{-jm\omega_0\xi}d\xi\right]\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}}\delta(\omega - m\omega_0)d\omega =$$

$$= \Delta\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}}\sum_{k=0}^{N-1} S(k\Delta)e^{-jm\omega_0 k\Delta}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}}\delta(\omega - m\omega_0)d\omega =$$

$$= \Delta\sum_{k=0}^{N=1} S(k\Delta)\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} e^{-jm\omega_0 k\Delta}\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} e^{jm\omega_0 t} =$$

$$= \Delta\sum_{k=0}^{N-1} S(k\Delta)\left[1 + 2\sum_{m=1}^{\frac{N}{2}}\cos m\omega_0(t - k\Delta)\right] =$$

$$= \Delta\sum_{K=0}^{N-1} S(k\Delta)\sin(N+1)\frac{\pi}{T}(t - k\Delta)/\,2\sin\frac{\pi}{T}(t - k\Delta)$$

Из выражения (14) следует, что формирование восстанавливаемого сигнала происходит в темпе поступления отсчетов периодизированного дискретного сигнала и не требует их одновременного участия в процессе формирования, что принципиально необходимо при восстановлении по Котельникову.

Серьезным достоинством рассматриваемого алгоритма является отсутствие характерной для современных методов фильтрации процедуры интегрирования при формировании выходного сигнала.

Реализация преобразований во временной области на основании (14) должна базироваться на уверенности, что в процессе восстановления периодизированного сигнала $S(t)$ по его отсчетам $S(k\Delta)$ спектр восстановленного сигнала совпадает со спектром сигнала, подвергнутого дискретизации.

Для этого на основании (14) определим спектр выходного для восстанавливающего фильтра сигнала

$$S_{out}(jn\omega_0)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}S_N(t)e^{-jn\omega_0 t}dt=$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T e^{-jn\omega_0 t}\left[\Delta\sum_{k=0}^{N-1}S(k\Delta)D_{\frac{N}{2}}(\omega_0(t-k\Delta))\right]dt=$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}S(k\Delta)e^{-jn\frac{2\pi}{N}k}\cdot\int_0^T D_{\frac{N}{2}}(\omega_0\tau)e^{-jn\omega_0\tau}d\tau=$$

$$=S(jn\omega_0)K_f(jn\omega_0), \qquad (15)$$

где $\tau = t - k\Delta$; $S(jn\omega_0)=\frac{1}{N}\sum_{K=0}^{N-1}S(k\Delta)e^{-jn\frac{2\pi}{N}K}$ – дискретное преобразование Фурье (ДПФ) сигнала $S(t)$;

$$K_f(jn\omega_0)=\frac{1}{T}\int_0^T D_{\frac{N}{2}}(\omega_0\tau)e^{-jn\omega_0\tau}d\tau=$$

$$=\sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}}\frac{1}{T}\int_0^T e^{-j(n-m)\frac{2\pi\tau}{T}}d\tau=\begin{cases}1 \text{ при } n\in 1\div N\\ 0 \text{ для всех других } n\end{cases}$$

– частотный коэффициент передачи восстанавливающего фильтра;

$$D_{\frac{N}{2}}(\omega_0\tau)=\frac{\sin(N+1)\frac{\omega_0\tau}{2}}{2\sin\frac{\omega_0\tau}{2}}$$ – ядро Дирихле [2],

представляющее собой импульсную характеристику $h(\tau)$ фильтра.

Из соотношения (15) следует, что восстановление периодизированного сигнала по его ДПФ представляет частный случай фильтрации (идеальная фильтрация) и требует реализации фильтра, обеспечивающего неизменность соотношений между амплитудами и фазами гармоник периодизированного сигнала. Импульсная характеристика такого фильтра определяется ядром Дирихле.

Структурная схема восстанавливающего фильтра, синтезированная в соответствии с выражением (14), приведена на рисунке 1.

Здесь: 1-генератор гармонических колебаний с системой фазовой автоподстройки частоты $f_{bf}=((M+1)/2)(\omega_0/2\pi)$, по колебаниям несущей частоты f_{bf} канала приема отсчетных значений $S(k\Delta)$; 2-формирователь, преобразующий колебания частоты f_{bf} в последовательности прямоугольных импульсов той же частоты; 3_0-3_N -масштабные преобразователи на основе операционных усилителей, переключением резисторов в цепях обратных связей которых обеспечивается изменение их коэффициентов передачи $K_0(t)\div K_{N-1}(t)$; 4-коммутатор, управляемый выходными импульсами формирователя 2 и обеспечивающий переключение резисторов масштабных преобразователей 3_0-3_N; $5_0\div 5_{N-1}$ - амплитудные модуляторы, на модулирующие входы которых подаются управляющие ступенчатые напряжения, изменяющиеся пропорционально соответствующим отсчетам $S(k\Delta)$, а на сигнальные входы – амплитудно-модулированные колебания, воспроизводящие запаздывающие на интервалы $k\Delta$ относительно начала координат равноамплитудные полиномы; 6-сумматор, на «k»–е входы которого с выходов всех канальных амплитудных модуляторов непрерывно поступают запаздывающие на «$k\Delta$» равноамплитудные полиномы, амплитуды частотных компонентов которых подвергнуты масштабному преобразованию умножением их на соответствующее номеру канала значение $S(k\Delta)$.

Временное и спектральное представление о характере преобразований над дискретным сигналом при восстановлении исходного сигнала позволяет рассматривать уравнения (14) и (15) как две формы уравнения измерительного преобразования, на основе которого могут быть определены основные метрологические показатели рассматриваемого метода восстановления сигналов.

Сумма (14) представляет разложение сигнала по системе функции вида ядра Дирихле $\sin(N+1)x/\sin x$, образующих ортонормированный базис.

Действительно, скалярное произведение двух равноамплитудных полиномов

$$\int_0^T A\sum_{m=1}^{M}\cos(m\omega t)A\sum_{l=1}^{M}\cos(l\omega(t-t_{del}))dt=$$

$$=A^2\sum_{m=1}^{M}\int_0^T\cos(m\omega t)\cos(m\omega(t-t_{del}))dt, \qquad (16)$$

обращается в нуль, и два одинаковых по форме периодических низкочастотных сигнала оказываются ортогональными, если временной сдвиг между ними t_{del} удовлетворяет условию $\omega_h t_{del}=M\omega t_{del}=(2p+1)\pi/2$, где $p=0,\pm1,\pm2,...$.

Минимально возможный сдвиг, приводящий к ортогонализации, соответствует $p=0$: $t_{del}=T/2M=1/2f_h$, что соответствует базису Котельникова.

Для обеспечения единичной нормы каждого из равноамплитудных полиномов необходимо, чтобы

$$\frac{A^2}{T}\int_0^T\sum_{m=1}^{M}\cos^2(m\omega t)dt=\frac{A^2M}{2}=1 \text{ или}$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{M}} = \frac{2}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{2\omega}{\omega_h}}. \quad (17)$$

Бесконечная совокупность функций

$$S_{C_K}(t;\omega_h) = \sqrt{\frac{\omega}{2\omega_h}}\sin(N+1)\frac{\pi}{T}(t-k\Delta)\Big/$$

$$\Big/\sin\frac{\pi}{T}(t-k\Delta) \quad (18)$$

образует ортонормированный базис в линейном пространстве низкочастотных периодических сигналов со спектрами, ограниченными сверху значением ω_h.

Реализация отсчетных функций $S_{C_K}(t;\omega_h)$, образующих ортонормированный базис, определяется возможностями синтеза ядра Дирихле или равноамплитудного полинома на основании (14).

В последнем случае необходимо синхронизировать работу $N/2$ генераторов гармонических колебаний кратных частот в процессе суммирования этих колебаний с равными амплитудами и строгими фазовыми соотношениями, а потому необходимо и стабилизировать амплитуды и фазы суммируемых колебаний, что является сложной технической проблемой. По этим же причинам необходимость поддерживать строгие связи между амплитудами и фазами «1»– ой и «N+1» – ой гармоник периодически повторяемого ядра Дирихле препятствует высокоточной реализации правой части выражения (14), особенно при изменении частоты повторения восстанавливаемого сигнала.

Поиск разрешения противоречий приводит к необходимости анализа возможностей, содержащихся в выражении (14).

В случае синтеза равноамплитудного полинома

$$u_{out}(t) = A_m\sum_{m=1}^{M}\cos(m\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= A_m\frac{\sin\frac{M\omega_0 t}{2}}{\sin\frac{\omega_0 t}{2}}\cos\left(\frac{M+1}{2}\omega_0 t + \varphi_0\right) =$$

$$= K(t)A_m\cos\left(\frac{M+1}{2}\omega_0 t + \varphi_0\right) \quad (19)$$

необходимо реализовать параметрический преобразователь с системным оператором K(t). При синтезе устройства для воспроизведения амплитудно-модулированного (АМ) колебания (19) главным требованием является поддержание жесткой связи между параметрами несущего колебания и модулирующего процесса, что может быть обеспечено резистивной параметрической цепью, периодическое изменение коэффициента передачи K(t) которой внутри интервала t=2T осуществляется переключением резисторов коммутатором, управляемым импульсами, формируемыми в моменты прохождения нулевых мгновенных значений колебаниями несущей частоты $\omega_{bf} = (M+1)\omega_0/2$.

На основании известного положения теории операционных усилителей, охваченных параллельной отрицательной обратной связью [4] изменение коэффициента передачи по напряжению $K_U = -R_2/R_1$, где R_2 – сопротивление, включенное между выходным зажимом и суммирующей точкой; R_1 – сопротивление, включенное между входным зажимом и суммирующей точкой, может быть осуществлено скачкообразным изменением отношения R_2/R_1 в моменты времени, когда подводимое к входу масштабного усилителя гармоническое напряжение несущей частоты $u_{bf}(t) = U_m\cos((M+1)\omega_0 t/2 + \varphi_0)$ проходит через нулевое значение, что обеспечивает неизменность $K_U = K(t)$ внутри каждого полупериода $u_{bf}(t)$.

Перемножение мгновенных значений $S(k\Delta)$ с мгновенными значениями огибающей (19) должно производиться при $\cos(M+1)\omega_0 t/2 = 1$, т. е. с запаздыванием на четверть периода несущих колебаний по отношению к их точкам перехода через нулевые мгновенные значения (путем скачкообразного изменения отношения R_2/R_1).

Для реализации возможностей, потенциально заложенных в (14), необходимо, чтобы в процессе образования суммы

$$S(t) = \Delta\sum_{m=-M}^{M} C_m e^{j\frac{2\pi mt}{T}} \quad (20)$$

коэффициенты

$$C_m = \frac{1}{T\Delta}\int_0^T S(\xi)e^{-j\frac{2\pi m\xi}{T}}d\xi \quad (21)$$

были определены с максимально достижимой точностью, что невозможно без учета условия ортонормированности базисных функций (18).

Физической причиной нарушения этого условия является независимость частоты каждого из генераторов анализирующих колебаний от частоты повторения (или периодизации) восстанавливаемых сигналов (в отсутствие целенаправленной синхронизации). В рассматриваемом случае это проявляется в том, что даже при совпадении в момент времени *t=0* начальных фаз восстанавливаемого частотного компонента и анализирующего колебания к моменту окончания периода повторения T подвергаемого восстановлению сигнала изменения частот названных колебаний из-за воздействия дестабилизирующих факторов приведут к нарушению условия ортонормированности

$$\frac{1}{T}\int_0^T u_m(t)u^*{}_l(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T e^{jm\omega t}e^{-jl\omega' t}dt \neq \begin{cases}1, \text{если } l=m,\\ 0, \text{если } l\neq m,\end{cases} \quad (22)$$

где $u^*{}_l(t)$ – функция, комплексно-сопряженная базисной функции $u_l(t)$, а $\omega' = \omega \pm \Delta\omega$.

Действительно, при $l=m$ и $\omega-\omega' = \Delta\omega = \omega_a - \omega_{ent} = \Delta\omega_a$ имеем:

$$\frac{1}{T}\int_0^T e^{jm[\omega_a-(\omega_a\pm\Delta\omega_a)]t}dt = \sin\frac{m\pi\Delta T_a}{T_a}\Big/\frac{m\pi\Delta T_a}{T_a}. \quad (23)$$

Отклонение частоты повторения восстанавливаемого сигнала $f = f_{ent} = \omega_{ent}/2\pi = 1/T$ относительно частоты повторения анализирующего сигнала $f_a = \omega_a/2\pi = 1/T_a$ имеет следствием уменьшение до нуля амплитуд всех частотных компонентов, попадающих в полосу пропускания восстанавливающего фильтра, в соответствии с законом

$$\left(u_{m_a}u^*_{m_{ent}}\right) = \int_{-\frac{T_a}{2}}^{\frac{T_a}{2}} e^{jm(\omega_a-\omega_{ent})t}dt = \int_{-\frac{T_a}{2}}^{\frac{T_a}{2}} e^{jm[\omega_a-(\omega_a\pm\Delta\omega_a)]t}dt =$$

$$=\sin\frac{m\pi\Delta T_a}{T_a}\Big/\frac{m\pi\Delta T_a}{T_a}. \quad (24)$$

Для обеспечения уменьшения амплитуды частотного компонента с номером «m» на величину, не превышающую величины нестабильности амплитуды анализирующих колебаний $\Delta U_{mm}/U_{mm}$ от воздействия дестабилизирующих факторов, необходимо обеспечить стабильность периода колебаний T_a/m на уровне $\Delta T_a/T_a$, величина которого может быть определена из выражения (20).

Действительно, полагая кратковременную нестабильность амплитуды анализирующих колебаний равной $\Delta U_{mm}/U_{mm} = \pm 3\cdot 10^{-3}$, на основании (20) для самого высокого номера «m» в составе анализирующего сигнала имеем: $\sin\frac{m\pi\Delta T_a}{T_a}\Big/\frac{m\pi\Delta T_a}{T_a} = 0{,}997$, откуда для допустимой нестабильности периода анализирующих колебаний за один период T_{ent} при m=10 получим $\Delta T_a/T_a = 9{,}2\cdot 10^{-5}$, что вполне достижимо в практических реализациях с использованием автоматической подстройки несущей частоты равноамплитудного полинома (19) по несущей частоте канала приема отсчетов восстанавливаемого сигнала [5].

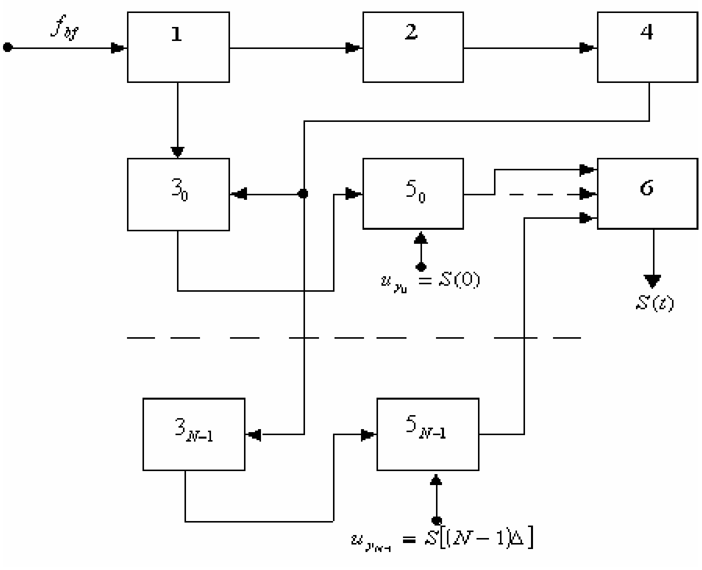

Рисунок 1.

Выводы:

1. Выводом уравнений преобразования во временной и частотной областях показана возможность представления процесса восстановления сигнала идеальной фильтрацией путем формирования периодически повторяемой импульсной характеристики в виде «ядра Дирихле», представимого амплитудно-модулированным колебанием.

2. Высокая стабильность параметров импульсной характеристики и коэффициента передачи восстанавливающего фильтра обеспечивается стабилизацией параметров колебаний несущей частоты и предопределяет высокий уровень его помехоустойчивости.

Список использованной литературы:

1. Гутников В.С. Фильтрация измерительных сигналов. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – С. 49-50.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М. Высшая школа, 1988.– С.56.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973. – С. 160.
4. Гутников В.С. Интегральная электроника в измерительных устройствах. – Л.: Энергоатомиздат, 1988.
5. Шахгильдян В.В., Карякин В.Л. Исследование влияния шума на работу аналого-цифровой фазовой автоподстройки: // Труды учебных институтов связи.– 1977.-Вып 82.-С.51.
6. Шевеленко В.Д., Кутузов В.И., Раимова А.Т., Квитек Е.В. Фильтрация измерительных сигналов формированием ортогонализирующих полиномов // Электромагнитные волны и электронные системы.– 2001.-Т.6.– №2-3.– С.113-118.