

Чепасов В.И.

Заведующий кафедрой информационных систем и технологий, доктор технических наук, профессор,

Харченко Д.А.

Аспирант кафедры информационных систем и технологий,

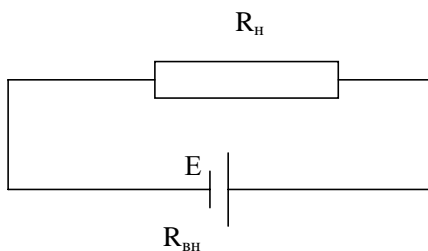
Черкасова О.Ю.

Ассистент кафедры информационных систем и технологий

## ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В РАСЧЕТЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СХЕМ

В статье показано использование корреляционного, факторного, регрессионного анализов для определения полиномиальных моделей параметров электрических схем. Сделано сравнение экстремальных значений мощности в случае детерминированного и статистического подхода.

Рассмотрим следующую элементарную электрическую схему:



$E$  – ЭДС источника, В  
 $R_{вн}$  – внутреннее сопротивление источника, Ом  
 $R_н$  – сопротивление нагрузки, Ом  
 Рисунок 1.

Мощность на нагрузке будет определяться [1]:

$$P_H = \left( \frac{E}{R_H + R_{вн}} \right)^2 * R_H \quad (1)$$

Будем изменять параметры схемы  $E, R_{вн}, R_н$  в небольших задаваемых пределах  $\Delta E, \Delta R_{вн}, \Delta R_н$  от задаваемых исходных значений параметров  $E_0, R_{вн0}, R_{н0}$ .

Считая  $\bar{E}_0, \bar{R}_{вн0}, \bar{R}_{н0}$  средними значениями  $\bar{E}, \bar{R}_{вн}, \bar{R}_н$ , а  $\Delta E, \Delta R_{вн}, \Delta R_н$  – средними квадратическими отклонениями  $\sigma_E, \sigma_{R_{вн}}, \sigma_{R_н}$ , построим по этим статистическим характеристикам нормализованную матрицу исследования, в которой параметрами-столбиками будут параметры схемы  $E, R_н, R_{вн}$  и две мощности:

1) точная  $P_T = \left( \frac{E}{R_H + R_{вн}} \right)^2 * R_H$  в реализации;

2) случайная  $P_{сл}$ , значения которой будут определяться по среднему значению мощности

$$\bar{P} = \left( \frac{\bar{E}}{\bar{R}_H + \bar{R}_{вн}} \right)^2 * \bar{R}_H \quad \text{и по среднему квадратическому отклонению:}$$

$$\sigma_P = \Delta P = 2 \cdot \left( \frac{\bar{E}}{(\bar{R}_H + \bar{R}_{вн})^2} \right) * \bar{R}_H \cdot \Delta E +$$

$$+ \frac{E^2 * (\bar{R}_{вн} - \bar{R}_H) * \Delta R_H}{(\bar{R}_H + \bar{R}_{вн})^3} - \frac{2 * E^2 * \bar{R}_H * \Delta R_{вн}}{(\bar{R}_H + \bar{R}_{вн})^3} \quad (2)$$

Здесь в (2)

$$\Delta E = \sigma_E, \Delta R_H = \sigma_{R_H}, \Delta R_{вн} = \sigma_{R_{вн}}.$$

Строчки-наблюдения в матрице исследования – это соответствующие генерации значений параметров-столбиков  $E, R_н, R_{вн}, P_T, P_{сл}$ .

В таблице 1 точное значение мощности  $P_{Ti}$  определяется:

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{внi}} \right)^2 * R_{Hi} \quad (3)$$

Случайное значение мощности  $P_{слi}$  определяется по  $\bar{P}$  и по  $\sigma_P$  при генерации.

Значения в параметрах-столбиках 1, 2, 3, 5 имеют нормальное распределение:

1) параметр  $E$  с математическим ожиданием  $\bar{E}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_E = \Delta E$ ;

2) параметр  $R_н$  с математическим ожиданием  $\bar{R}_н$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_{R_н} = \Delta R_н$ ;

3) параметр  $R_{вн}$  с математическим ожиданием  $\bar{R}_{вн}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_{R_{вн}} = \Delta R_{вн}$ ;

5) параметр  $P_{сл}$  с математическим ожиданием  $\bar{P}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_P$  (формула 2).

В четвертом столбике параметр  $P_T$  может иметь распределения, отличающиеся от нормального.

Таблица 1. Матрица исследования

Наблюдение	1	2	3	4	5
	$E$	$R_н$	$R_{вн}$	$P_T$	$P_{сл}$
1	$E_1$	$R_{н1}$	$R_{вн1}$	$P_{T1}$	$P_{сл1}$
2	$E_2$	$R_{н2}$	$R_{вн2}$	$P_{T2}$	$P_{сл2}$
...	...	...	...	...	...
n	$E_n$	$R_{нn}$	$R_{внn}$	$P_{Tn}$	$P_{слn}$

Для практического исследования были взяты следующие параметры распределений:

- для  $E \bar{E} = 5, \Delta E = 0,1$ ;
- для  $R_n \overline{R_n} = 2, \Delta R_n = 0,1$ ;
- для  $R_{вн} \overline{R_{вн}} = 1, \Delta R_{вн} = 0,1$ .

По этим данным определялись для генерации  $\bar{P}$  и  $\sigma_p$  (формула 2).

Для определения парных обусловленностей на матрице исследования был проведен корреляционный анализ [2].

Результаты корреляционного анализа:

**параметр 1 – (E – ЭДС источника)**

1,00	0,04	0,12	0,42	0,03
------	------	------	------	------

Наиболее сильная корреляция:

с параметром – ( $P_T$  – мощность

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 * R_{Hi} \text{ в каждой реализации)}$$

коэффициент корреляции = 0,422

**параметр 2 – ( $R_n$  – сопротивление нагрузки (Ом))**

0,04	1,00	0,08	-0,26	0,03
------	------	------	-------	------

Нет сильных корреляций.

**параметр 3 – ( $R_{вн}$  – внутреннее сопротивление источника (Ом))**

0,12	0,08	1,00	-0,82	-0,10
------	------	------	-------	-------

Наиболее сильная корреляция:

с параметром – ( $P_T$  – мощность

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 * R_{Hi} \text{ в каждой реализации)}$$

коэффициент корреляции = -0,822

**параметр 4 – ( $P_T$  – мощность**

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 * R_{Hi} \text{ в каждой реализации)}$$

0,42	-0,26	-0,82	1,00	0,10
------	-------	-------	------	------

Наиболее сильная корреляция:

с параметром – (E – ЭДС источника)

коэффициент корреляции = 0,422

с параметром – ( $R_{вн}$  – внутреннее сопротивление источника (Ом))

коэффициент корреляции = -0,822

**параметр 5 – ( $P_{сл}$  – распределенная по нормальному закону мощность)**

0,03	0,03	-0,10	0,10	1,00
------	------	-------	------	------

Нет сильных корреляций.

Для определения групповых обусловленностей был проведен факторный анализ [4, 5].

Результаты факторного анализа:

Таблица 2. Сумма квадратов нагрузок по факторам

Номер фактора	Сумма квадратов нагрузок
1	1,795
2	1,175
3	1,001
4	1,027

Таблица 3. Объединение по фактору 2.

Номер	Название параметра	Нагрузка
1	(E – ЭДС источника)	0,9983

Таблица 4. Объединение по фактору 4

Номер	Название параметра	Нагрузка
2	( $R_n$ – сопротивление нагрузки (Ом))	0,9957

Таблица 5. Объединение по фактору 1.

Номер	Название параметра	Нагрузка
3	( $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника (Ом))	0,9836
4	( $P_T$ – мощность, $P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 * R_{Hi}$ )	-0,9024

Таблица 6. Объединение по фактору 3

Номер	Название параметра	Нагрузка
5	( $P_{сл}$ – распределенная по нормальному закону мощность)	0,9981

С целью определения количественных обусловленностей  $P_T$  и  $P_{сл}$  ступенчатым регрессионным методом Брандона были построены полиномиальные модели для них и по этим моделям определены вклады, оценки количественной обусловленности [3].

**Модель  $P_T$  – мощность,**

$$P_{Ti} = \left( \frac{E_i}{R_{Hi} + R_{ВHi}} \right)^2 * R_{Hi} \text{ в каждой реализации:}$$

$$P_T = - 4,278735 - 0,3739672 * x_1 + 0,2488057 * x_1 * x_1 + 8,923355 - 3,430732 * x_3$$

\* – умножение

Таблица 7. Вклады параметров-аргументов в модели  $P_T$ 

Номер	Название параметра	Вклад в модель
1	(E – ЭДС источника)	0,0288
2	( $R_n$ – сопротивление нагрузки (Ом))	0,0000
3	( $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника (Ом))	0,9712

Таблица 8. Характеристики модели  $P_T$ 

Характеристики модели	Значения
Коэффициент детерминации	0,97
Средняя абсолютная ошибка	0,07
Средняя ошибка в процентах	1,24

**Модель  $P_{СЛ}$  – распределенная по нормальному закону мощность**

$$P_{СЛ} = -2919,007 + 1771,204 * x_1 - 358,0916 * x_1 * x_1 + 24,12168 * x_1 * x_1 * x_1 + 112,3791 - 160,4532 * x_2 + 75,88009 * x_2 * x_2 - 11,87551 * x_2 * x_2 * x_2 + 13,50826 - 24,86397 * x_3 + 25,90298 * x_3 * x_3 - 9,002192 * x_3 * x_3 * x_3$$

\*-умножение

Таблица 9. Вклады параметров-аргументов в модели  $P_{СЛ}$ 

Номер	Название параметра	Вклад в модель
1	(E – ЭДС источника)	0,0078
2	( $R_n$ – сопротивление нагрузки (Ом))	0,0091
3	( $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника (Ом))	0,9830

Таблица 10. Характеристики модели  $P_{СЛ}$ 

Характеристики модели	Значения
Коэффициент детерминации	0,43
Средняя абсолютная ошибка	0,16
Средняя ошибка в процентах	2,85

По построенным моделям для  $P_T$  и  $P_{СЛ}$  находились максимальные и минимальные значения этих параметров для соответствующих областей генерации E,  $R_n$ ,  $R_{вн}$ .

Сравнительная таблица экстремальных мощностей:

Таблица 11. Экстремальные мощности

MAX, MIN мощности	E	$R_n$	$R_{вн}$
Модельная $P_{Tmax}=6,72$	5,22	2,22	0,8
Модельная $P_{Tmin}=4,48$	4,75	2,22	1,17
Модельная $P_{СЛmax}=6,12$	5,22	1,75	0,80
Модельная $P_{СЛmin}=5,32$	5,05	1,95	1,17
Точная $P_{max}=7,32$	5,22	1,75	0,80
Точная $P_{min}=4,36$	4,75	2,22	1,17

Согласно локализации экстремальных значений мощностей (таблица 11 – экстремальные мощности) значения E,  $R_n$ ,  $R_{вн}$  в точках максимума и минимума  $P_T$ ,  $P_{СЛ}$ , точного P незначительно отличаются друг от друга.

Отличия значений самих мощностей не превышают допустимых границ, определяемых математической статистикой.

То есть при условии небольших изменений параметров схемы можно использовать следующую методику определения количественных обусловленностей параметров схемы и оптимизации этих параметров:

1. Задаем средние значения и средние квадратические отклонения каждого из параметров схемы.

2. Строим нормализованную матрицу исследования.

3. Корреляционным анализом определяем качественные парные обусловленности.

4. Факторным анализом определяем групповые качественные обусловленности.

5. На связанных параметрах строим методом Брандона полиномиальные модели.

6. Определяем по построенным моделям вклады параметров-аргументов, количественную оценку обусловленностей.

7. На базе моделей находим максимальные и минимальные значения параметров на определенном пространстве аргументов.

Очевидно, эта методика будет достаточно эффективна для больших схем, для которых получение функциональных зависимостей параметров является практически невозможным.

#### Список использованной литературы:

1. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. – М.: Высшая школа, 1981. – с илл.
2. Бендат Д.Ж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1974.
3. Brandon D.B. Developing Mathematical Models for Computer Control, USA Journal, 1959, V.S,N7.
4. Харман Г. Современный факторный анализ. - М.: Статистика, 1972.
5. Иберла К. Факторный анализ. – М.: Статистика, 1980.