Гизатуллин Х.Н.
Уфимский филиал ГУ «Институт экономики УрО РАН»

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ

Цивилизации, построенные на основе научно-технического прогресса XX века, оказались очень уязвимыми в результате создания свехусложненных систем жизнеобеспечения.

Система управления сложными системами должна развиваться опережающими темпами по сравнению с другими сферами человеческой деятельности.

В ходе научно-технической революции проблема создания больших систем и управления ими стала центральной как в науке, так и в развитии общества. Все народное хозяйство в целом, отдельные его отрасли и звенья, промышленные предприятия и научно-исследовательские учреждения, технические объекты самой различной природы, программы разработки и осуществления крупных проектов, короче говоря, бесчисленное разнообразие объектов можно и часто просто необходимо рассматривать как большие системы.

Проблема существенно осложняется еще и тем, что в отличии от традиционных постановок задач в точных науках, когда цели и критерии функционирования систем считаются заданными, при изучении больших систем возникают чрезвычайно сложные задачи научного обоснования и формирования таких критериев, а также согласование критерия функционирования всей системы с критериями для отельных ее частей, которые в свою очередь, как правило, являются достаточно сложными системами. По существу в исследованиях больших систем приходится иметь дело со всей сложностью и разнообразием окружающего мира. Сказанное указывает на существенный признак большой системы, а именно: наличие иерархической структуры связи между общим критерием для всей системы в целом и частными локальными критериями, формируемыми для отдельных подсистем различных уровней иерархии.

Основатели общей теории систем считают, что ее фундаментальной проблемой является выяснение законов, определяющих принципы образования, поведения и развития любых реальных систем, где под системой понимается множество элементов произвольной материальной природы, находящихся в некоторых заданных отношениях друг к другу.

В общей теории систем применяется два метода исследования. Первый – эмпирически-интуитивный – позволяет проводить экспериментальную проверку теоретических построений. Второй – логически-дедуктивный – отличается строгостью выводов, но ему свойствен ряд ограничений, главное из которых состоит в том, что в рамках этого метода не поддаются исследованию открытые системы, занимающие важное место в общей теории систем. Примером открытой сложной системы является региональная экономика, внутреннее состояние которой существенно определяется экзогенными параметрами.

Требования, предъявляемые к общей теории:

А. Общая теория должна быть настолько общей, что ей удалось охватить все различные уже существующие конкретные теории. Это означает, что она должна быть достаточно абстрактной, чтобы ее термины и понятия могли быть интерпретированы в каждой из более узких областей. Примером такой абстрактной модели служит модель оптимального использования ресурсов Л.В. Канторовича.

В. Общая теория должна иметь научный характер в том смысле, что ее понятия и язык в соответствующем контексте должны быть однозначно определены. Фундамент общей теории должен быть настолько прочным, чтобы ее выводы имели практическую ценность при исследовании реально существующих систем. Любая общая теория со временем устаревает и должна обновляться по мере достижения человеческого разума.

Общая теория систем обладает следующими свойствами:

1) имеет дело с общими абстрактными системами, то есть с теорией абстрактных моделей;

2) в качестве теории абстрактных моделей должна охватывать все специализированные теории посвященные более конкретным классам моделей, то есть частные модели;

3) объединяет также теории различных аспектов поведения систем, такие как теория связей, теория управления, теория адаптации, самоорга-

низации и обучения, теория алгоритмов и т. д.;

4) по мере своего развития использует в основном достижения более абстрактных областей математики. В этом смысле она связана с математической теорией формальных систем;

5) представляет собой область научного исследования, связанную с изучением поведения абстрактных систем. Абстрактная система задается либо в виде программ для ЭВМ, либо как некая физическая модель, либо с помощью словесного описания и т. д., а цель исследования состоит в обнаружении основных свойств ее поведения.

Качество системы и его измерение

Рассмотрим абстрактную модель Л.В. Канторовича об оптимальном использовании ресурсов сложной системой. Как было отмечено выше, этой моделью можно исследовать поведение на любом уровне управления народным хозяйством. Проведем исследование на примере сложного производства, в котором можно производить n видов продукции, используя m видов ограниченных ресурсов. Пусть $b_1, b_2, \ldots, b_m$ – ограничения на использование этих ресурсов. Пусть дана технологическая матрица коэффициентов использования этих ресурсов при выпуске всех возможных выпусков, конкретно a_{ij} – удельный расход ресурса i на единицу выпуска продукции j, c_j – полезность единицы продукции j (можно интерпретировать полезность ценой единицы продукции). Модель Канторовича описывается двумя сопряженными задачами условной оптимизации. Эти задачи, которые принято называть прямой и двойственной, формулируются следующим образом:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max \\ \text{при ограничениях} \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, i = 1,\ldots.m \\ x_j \ge 0,\ j = 1,\ldots,n \end{array}\right\} C \qquad \left.\begin{array}{l} \varphi(y) = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i \to \min \\ \text{при ограничениях} \\ \sum a_{ij} y_i \ge c_j\ j = 1,\ldots,n \\ y_i \ge 0, i = 1,\ldots,m \end{array}\right\} C^*$$

Здесь x_j – неизвестный объем выпуска продукции j; y_i – неизвестная оценка (двойственная цена) использования заданного ресурса i.

В этих задачах четко даны целевые установки: в задаче прямой (C) – найти такой набор (структур) выпуска продукции $\bar{x} = (x_1,\ldots,x_n)$, при котором целевая функция f(x), выражающая общую полезность выпускаемой продукции при заданных ограничениях, достигает максимального значения, а в задаче двойственной (C*) – найти такой набор чисел $\bar{y} = (y_1,\ldots,y_m)$, называемый оценками ресурсов при заданных полезностях на выпуск каждой продукции, при котором целевая функция $\varphi(y)$, выражающая общую оценку используемых ресурсов, достигла минимального значения.

Перечислим основные свойства абстрактной модели Канторовича:

1. $f(\bar{x}) = \varphi(\bar{y})$, где $\bar{x}, \bar{y}$ – оптимальные решения соответственно прямой и двойственной задач.

Это соотношение интерпретируется так: общая полезность выпускаемой продукции равна общей оценке используемых ресурсов, если производство ведется оптимальным образом.

2. Если в оптимальном режиме работы производства $\bar{y}_i$ >0, то $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \bar{x}_j = b_i$, т. е. оценка ресурса положительна, то этот ресурс в производстве используется полностью. Такой ресурс является дефицитным.

3. Если в оптимальном режиме работы производства $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} \bar{y}_i = c_j$, то $\bar{x}_j > 0$, т. е. если общая оценка используемых ресурсов на единицу продукции равна полезности этой продукции, то производить эту продукцию эффективно (рентабельно).

4. Если в оптимальном режиме работы производства имеет место $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \bar{x}_j < b_i$, то $\bar{y}_i = 0$, т. е., если ресурс не используется полностью, то его оценка (цена) равна нулю. Такой ресурс в избытке, не дефицитный.

5. Если в оптимальном режиме работы производства имеет место $\sum a_{ij} \bar{y}_i > c_j$, то $\bar{x}_j = 0$, т. е. если суммарная оценка ресурсов на единицу продукции превосходит ее полезность, то эту продукцию не следует производить.

6. Из содержания прямой задачи (C) очевидно, что значение целевой функции (общей полезности) зависит от величин выделенных дефицитных ресурсов. Отсюда следует, что увеличение дефицитных ресурсов ведет к увеличению значения целевой функции (т. е. качества системы), а уменьшение их – к ухудшению качества (т. е. обшей полезности). Сказанное наводит на мысль, чтобы рассматривать поведение системы (прежде всего ее качество) как функцию от параметра модели $b_1, b_2, \ldots, b_m$. Это означает, что max $f(x) = f(\bar{x}) = \tilde{m}(b_1, b_2, \ldots b_m)$.

Имеет место следующий математический факт: функция $\tilde{m}(b_1, b_2, ..., b_m)$ относительно параметров $b_1, b_2, \ldots b_m$ равномерно непрерывна и возрастающая, причем частные производные ее по этим параметрам равны $\frac{\partial \tilde{m}}{\partial b_i} = \bar{y}_i, i = 1,2,...,m,$ т. е. предельные измерения ресурсов системы приводят к предельному приращению качества. Это означает, что $\Delta f(\bar{x}) = \Delta \tilde{m} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \tilde{m}}{\partial b_i} \Delta b_i$. Таким образом общая полезность системы выражается формулой $f(\tilde{x}) = f(\bar{x}) + \sum \frac{\partial \tilde{m}}{\partial b_i} \Delta b_i$, где $\tilde{x}$ – оптимальное решение задачи (C) при величине ресурсов $\tilde{b}_i = b_i + \Delta b_i (i = 1,...,m)$

Примечание 1. Если, $\Delta b_i < 0 (i = 1,...,m)$ то качество системы снижается.

Примечание 2. Самый дефицитный ресурс имеет самую высокую оценку, а не дефицитный ресурс имеет нулевую оценку. Если ранжировать ресурсы по степени дефицитности, т. е. по величине $y_i, y_2, ... y_m$, то получим измерители качества ресурсов. Отсюда вывод о необходимости экономии остродефицитных ресурсов и, возможно, поиска их заменителя.

Примечание 3. Если известны прогнозные показатели объемов производства ресурсов, т. е. установлены закономерности изменения ресурсов во времени по формуле $b_i = b_i^0 + \Delta b_i t$, $0 \le t \le \infty$, то можно проследить эволюцию системы, используя при этом аппарат параметрического программирования.

7. Требует особого внимания анализ поведения системы на устойчивость оптимального решения обеих задач (C) и (C*) в зависимости от колебания технологических коэффициентов или просто элементов матрицы $A=(a_{ij})_{n*m}$.

В связи с этим следует также исследовать экстремумы задач (C) и (C*) от матрицы A.

Пусть теперь $f(x) = \tilde{m}(a_{11}, ..., a_{ij}, ..., a_{mn})$.

Имеет место следующий математический факт: если задачи (C) и (C*) имеют единственные оптимальные решения $x = (x_1, ..., x_n)$ и $\bar{y} = (\bar{y}_1, ..., \bar{y}_m)$, то $\frac{\partial \tilde{m}(A)}{\partial a_{ij}} = \bar{y}_i \bar{x}_j$, т. е. степень влияния технологических коэффициентов на качество системы также определяется через частные производные, определяемые параметрами оптимальных решений обеих задач (C) и (C*). Такие изменения коэффициентов матрицы A происходят в результате инновации в промышленности, сельском хозяйстве и отраслях сферы обслуживания.

В заключении заметим, что рассмотренная модель Канторовича изучена достаточно полно и получила широкое применение во многих отраслях знаний. Этому способствовало развитие компьютерных технологий для анализа таких систем.

Понятие и состояние системы

Состояние сложной системы определяется набором параметров, значение которых фиксированы в данный момент времени. В рассмотренной выше модели Канторовича состояние исследуемого объекта полностью определяется матрицей A, вектором ресурсов (b), векторами x, y и $f(x), \varphi(y)$. Однако все эти параметры изменяются во времени, т. е. система переходит из одного состояния в другое. Вообще говоря, все сложные системы являются динамическими. Это означает, что все элементы, характеризующие систему, являются функциями от времени (t).

Строгое определение динамической системы таково: динамической системой называется математическая структура, определяющаяся следующими аксиомами:

1) для системы определено пространство состояний $\sum$ и множество T моментов времени, в которых определено поведение системы;

2) для системы определено некоторое пространство Q функций времени, определенных на T и называемых допустимыми входными сигналами системы;

3) для произвольного начального момента времени t_0 из T, произвольного состояния x_0 из $\sum$ и произвольного входного сигнала u из Q, определенного для $t \ge t_0$, все будущие состояния системы определяются видом непрерывной функции перехода $\varphi_u(t; t_0; x_0) = x_t$;

4) каждый выходной сигнал системы является непрерывной вещественной функцией.

Образцом динамической системы является система обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = f_1(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial t} = f_2(x_1, x_2, ..., x_n)$$

....

$$\frac{\partial x_n}{\partial t} = f_n(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$x_1(0) = c_1, x_2(0) = c_2, ..., x_n(0) = c_n.$$

Анализ экономических явлений, разработка эффективных методов управления развитием экономического объекта основаны на экономико-математическом моделировании. Экономико-математическая модель отражает связи между параметрами экономической системы в виде уравнений и неравенств, ограничений, накладываемых на нее внешними условиями, достоверностью используемой информации.

Отметим также еще одну особенность моделирования и использования его для решения практических задач управления. Экономико-математическая модель действительна лишь тогда, когда она отражает важнейшие черты изучаемого процесса, отвлекаясь от второстепенных сторон объекта (системы). Задача модели – выявление основных закономерностей поведения (развития) системы.

Технология разработки экономико-математической модели, пригодной для решения практических задач, включает следующие этапы (примерные):

1) содержательно описание объекта исследования, экономическую постановку задачи исследования (критерий, выделение существенных ограничений, варьируемых и неварьируемых параметров и др.);

2) построение математической модели исследования поведения объекта, т. е. математическая формализация решаемой задачи;

3) выбор (разработку) алгоритма нахождения экстремальных значений варьируемых параметров;

4) разработку (выбор) компьютерных программ, реализующих этот алгоритм;

5) подготовку необходимой информации и ее экспертизу;

6) проведение расчетов на ЭВМ и предварительный анализ результатов, корректировку параметров модели путем многократных расчетов;

7) полный экономико-математический анализ и выработку практических рекомендаций.

Типизация и классификация моделей управления сложными системами имеют важное теоретическое и практическое значение. Конец XX в. ознаменовался в целом в какой-то степени завершение классификации экономико-математических моделей. Это модели управления предприятиями, отраслями, народным хозяйством, коммерческими структурами.

В данном разделе работы есть смысл проиллюстрировать моделирование процесса загрузки оборудования машиностроительного предприятия. Причем при построении различных моделей будут использоваться одна и та же информация, приведенная в таблице 1.

Таблица 1.

Станки	Нормы времени обработки деталей						Оплата работы станков, руб./ст-час	Фонд работы станков, ст.- час.
	A_1	A_2	…	A_j	…	A_n		
B_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1j}	…	a_{1n}	c_1	Ф1
B_2	a_{21}	a_{22} …	…	a_{2j}	…	a_{2n}	c_2	Ф2
…	…	…	…	…	…	…	…	…
B_i	a_{i1}	a_{i2}	…	a_{ij}	…	a_{in}	c_i	$Ф_i$
…	…	…	…	…	…	…	…	…
B_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mj}	…	a_{mn}	c_m	$Ф_m$
	P_1	P_2	…	P_j	…	P_n		

Содержательное описание задачи следующее. Обработка деталей А1, А2, …, A_n может производиться на станках В1, В2, …, B_m. В таблице 1 указаны нормы затрат времени на обработку станком соответствующей детали, оптовая цена единицы детали (в руб), оплата 1 станко-часа работы станка и предельный фонд времени работы станка. Требуется решить ряд задач загрузки станков при следующих дополнительных условиях:

А) любая деталь может производиться на любом из станков (станки взаимозаменяемы);

В) каждая деталь при ее изготовлении должна последовательно обрабатываться на каждом из станков.

Теперь постоим экономико-математические модели.

1. Построить экономико-математическую модель расчета производственной программы, обеспечивающей максимум товарной продукции при дополнительном условии А.

Введем следующие обозначения:

i – номер станка, i=1, 2, …, m;

j – номер детали, j=1, 2, …, n;

a_{ij} – норма времени обработки j-й детали на i-м станке;

x_{ij} – количество деталей j-го вида, обработанных на i-м станке;

P_j – цена единицы детали j-го вида;

$Ф_i$ – фонд времени работы i-го станка;

c_i – оплата работы одного станко-часа i-го станка.

Целевая функция данной задачи запишется в виде

$$Z = \sum_{j=1}^{n} P_j \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \rightarrow \max,$$

а ограничения –

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \leq \Phi_i, i = 1,2,...,m$$

$$x_{ij} \geq 0 \forall i, j.$$

2. Построить экономико-математическую модель расчета производственной программы, обеспечивающей максимум суммарной прибыли при дополнительном условии А.

Для определения величины прибыли необходимо рассчитать затраты на обработку одной j-й детали на каждом станке – c_{ij}. Эта величина на i-м станке определяется по следующей формуле:

$$c_{ij}=a_{ij}c_i$$

Целевая функция задачи запишется в виде:

$$f = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (P_j - c_{ij}) x_{ij} \rightarrow \max,$$

а ограничения –

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \leq \Phi_i, i = 1,2,...,m$$

$$x_{ij} \geq 0 \forall i, j$$

3. Построить экономико-математическую модель расчета производственной программы, обеспечивающей максимум суммарной прибыли при заданном ассортименте деталей $k_1:k_2:\ldots:k_n$ и при дополнительном условии А.

Экономико-математическая модель записывается следующим образом:

$$L = \sum \sum (P_j - c_{ij}) x_{ij} \rightarrow \max,$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \leq \Phi i, i = 1,2,...,m,$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij+1}} = \frac{k_j}{k_{j+1}}, j = 1,2,...,n$$

$$x_{ij} \geq 0 \forall i, j$$

После элементарных преобразований второй группы ограничений модель приводится к стандартной задаче линейного программирования $\nabla i, j$ (читается как «для всех значений индексов i и j»).

Надо отметить, что, начиная с 1950-х годов проведен большой объем исследований по моделированию народного хозяйства и его подсистем. Огромен вклад научных коллективов ЦЭМИ АН СССР и ИЭОПП СО АН СССР. В ЦЭМИ разработана теория оптимального функционирования социалистической экономики (СОФЭ), ядром которой являются математическое программирование и теория двойственности. Практические выводы из этой теории – регулирование цен и хозрасчетные отношения, т. е. в сущности, речь идет о необходимости реализации принципов рыночных отношений с учетом специфики административно – командной экономики.

Вклад коллектива ИЭОПП СО АН СССР состоит в создании методических положений и разработке системы отраслевого планирования с выделением регионального.

Значителен вклад уральских ученых по моделированию в черной металлургии и регионального управления, прежде всего усилиями коллективов ИММ и ИЭ УрО РАН.

В ИММ УрО РАН создана крупная научная школа, занимающаяся математической теорией управляемых процессов (речь идет прежде всего о технических сложных системах). Основателем этой школы является академик Н.Н. Красовский, подготовивший таких выдающихся специалистов, как академики Ю.С. Осипов, (сейчас – президент РАН), А.Б. Куржанский, А.И. Субботин, И.И. Еремин, член-корреспонденты РАН А.Г. Ченцов, А.В. Кряжимский, профессора В.Д. Мазуров, А. Попов другие (в том числе несколько кандидатов наук).

Решение данных задач, связанных с управлением сложными системами, возможно только при имеющейся полной информацией по данному объекту, которая должна храниться в базе данных оперативно перерабатываться и использоваться, что практически невозможно без применения современных информационных технологий. Именно применение компьютерных технологий дает возможность быстро и качественно обрабатывать больший объем информационных потоков при решении задач управления сложными системами.

Список использованной литературы:

1.Гизатуллин Х.Н. Основы экономико-математического анализа плановых решений: Препринт.-Свердловск: ИЭ Ур.НЦ АН СССР, 1983.-45 с.

2.Еремин И.И. Противоречивые модели экономики.-Свердловск: Средне-Уральское кн.изд-во, 1986.-97 с.