

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПИСАНИЯ ТРАНСПОРТНОГО ПРОЦЕССА В СРЕДНИХ СИСТЕМАХ ДОСТАВКИ ГРУЗОВ

В статье приводится классификация автотранспортных систем доставки грузов, а изложенные особенности функционирования систем указывают на необходимость разработки соответствующей модели описания. Предлагаемая модель позволяет более точно описать транспортный процесс перевозок грузов по радиальному маршруту как средней системы доставки грузов.

При решении задач в оперативном режиме по организации, планированию и управлению грузового автомобильного транспорта часто возникают ситуаций, когда автотранспортная система представляет собой сложный механизм взаимодействия элементов. Осуществить адекватное описание функционирования такой сложной системы с помощью традиционного классического математического аппарата /1, 2/ не представляется возможным, а проведение натурных испытаний требует больших затрат временных, денежных и людских ресурсов. Одним из возможных путей преодоления данной проблемы является применение методов математического моделирования.

Рассматривая системы доставки грузов с позиций организации и управления грузовыми перевозками, можно заметить, что любая транспортная система, каких бы она ни была размеров, представляет собой совокупность средств и путей сообщения, а также погрузочных и разгрузочных пунктов, подразделений анализа, планирования и управления процессами подготовки и доставки грузов /3/.

В зависимости от таких признаков, как мощность осваиваемых грузопотоков; конфигурация транспортной схемы перевозок; количество пунктов погрузки и разгрузки; количество подвижного состава; закономерность влияния технико-эксплуатационных показателей на эффективность функционирования системы и автомобиля; необходимость определения порядка вхождения автомобиля в систему; возможность применения определенного математического аппарата для описания функционирования систем, и в соответствии с иерархическим расположением все системы нижнего уровня подразделяются на: микро, особо малые, малые и средние транспортные системы (см. табл. 1).

Все вышеназванные автотранспортные системы доставки грузов объединены общим понятием: системы нижнего уровня (уровня маршрута).

Общим признаком, объединяющим их в одну группу, является то, что там непосредственно осуществляется доставка груза, производится транспортная продукция, формируются затраты, нега-

тивно влияющие на конечную стоимость продукции, именно здесь транспортный процесс нуждается в адекватном управлении исполнением его операций. Еще одним объединяющим фактором является то, что эти системы могут и зачастую проектируются с помощью экономико-математических методов линейного программирования.

К перечисленным аспектам следует добавить то, что системы нижнего уровня являются в свою очередь начальными элементами, из которых складываются автотранспортные системы более высокого уровня.

Как правило, в состав средних систем входят элементы, которые могут представлять собой мно-

Таблица 1. Классификация автотранспортных систем доставки грузов

Уровень	№ п/п	Наименование системы	Классификационные признаки	Транспортная схема перевозок грузов		Особенности	
				Общие	индивидуальные		
I	1	Микросистемы (микс)	TC=1, A <sub>ij</sub> =1  N <sub>ii</sub> >1, N <sub>ji</sub> >1	N <sub>ii</sub> =1, N <sub>ji</sub> =1		W <sub>a</sub> =Q <sub>c</sub>	
	2	Особо малые (омс)				W <sub>a</sub> =Q <sub>c</sub>	
II	3	Малые (мс)	TC=1, N <sub>ii</sub> >1, N <sub>ji</sub> >1, A <sub>ij</sub> =1  J <sub>ij</sub> >R, t <sub>ож</sub> =0 (ненасыщенные)	J <sub>ij</sub> <R, t <sub>ож</sub> =0 (ненасыщенные)		W <sub>a</sub> <Q <sub>c</sub>	
	4			J <sub>ij</sub> >R, t <sub>ож</sub> >0 (насыщенные)			W <sub>a</sub> <Q <sub>c</sub>
III	5	Средние (седр)	TC>1, A <sub>ij</sub> >1  J<R <sub>пп</sub> , t <sub>ож</sub> =0 (ненасыщенные)	J<R <sub>пп</sub> , t <sub>ож</sub> =0 (ненасыщенные)	простые	комбинированные	W <sub>a</sub> <Q <sub>c</sub> 1вид-вывоз груза (N <sub>ii</sub> =1, N <sub>ji</sub> >1); 2вид-завоз груза (N <sub>ii</sub> =1, N <sub>ji</sub> >1); 3вид-завоз-вывоз груза (N <sub>ii</sub> >1, N <sub>ji</sub> >1);
	6			J>R <sub>пп</sub> , t <sub>ож</sub> >0 (насыщенные)			
IV	7	Большие (бс)	Транспортные системы I, II, III уровня	Совокупность транспортных схем I, II, III уровня			Подвижной состав одного АТП или организации

Примечание: ТС – количество транспортных схем перевозок грузов в системе; А<sub>3</sub> – количество подвижного состава в эксплуатации; N<sub>п</sub>, N<sub>р</sub> – количество пунктов погрузки и разгрузки в системе; J – средний интервал прибытия автомобилей в центральный грузовой пункт системы; R<sub>ц.п</sub> – ритм работы центрального пункта; t<sub>ож</sub> – время ожидания грузовых операций подвижным составом; П; Р – условное обозначения пункта погрузки и разгрузки; —— – движение с грузом, ----- – движение без груза; W<sub>3</sub> – выработка автомобиля; Q<sub>3</sub> – выработка системы.

гофазные и многоканальные системы массового обслуживания. Поэтому модели таких систем во многих работах разрабатывались на основе теории вероятности, в частности, одного из ее разделов – теории массового обслуживания.

Особенностями функционирования средних систем являются следующие факторы:

- перевозка грузов осуществляется по радиальному маршруту, ветви которого начинаются либо заканчиваются в одном центральном грузовом пункте, при этом автомобили взаимодействуют друг с другом через общие посты погрузки и разгрузки;

- необходимость последовательного выхода на линию автомобилей для исключения образования первоначальной очереди автомобилей;

- необходимость назначения очередной отправки автомобиля по одной из ветвей радиального маршрута в рамках их работы по расписанию, таким образом, чтобы обеспечить ритмичное поступление автомобилей в грузовые пункты системы.

Центральный и периферийные пункты средних систем в силу сложившихся обстоятельств (планировки, механизации, режима работы и др.) имеют свой ритм работы, который может отличаться от ритма работы других участников транспортного процесса. В связи с этим появляются отдельные элементы системы, определяющие пропускную способность и, соответственно, ритм работы системы. Поэтому при описании ССДГ следует учитывать, что они могут быть насыщенными или ненасыщенными. Насыщение системы может произойти по двум условиям: по объему груза и по времени занятости постов погрузки-выгрузки.

Система называется насыщенной по объему груза, если заявленное количество груза равно или превышает то количество груза, которое способен переработать центральный пункт.

Система является насыщенной по занятости постов погрузки-выгрузки, если интервал прибытия подвижного состава в центральный пункт системы меньше ритма осуществления погрузочно-разгрузочных работ. Например, используя автомобили малой грузоподъемности, можно полностью обеспечить занятость по времени работы грузовых постов, однако количество груза, которое они смогут перевезти, не будет соответствовать максимально возможной величине. Так, при выполнении разгрузки на подъемниках технологическое время разгрузки будет соответствовать времени подъема и опускания, при этом механизму безразлично, какой грузоподъемности автомобиль поднимать. Наоборот, используя подвижной состав наибольшей

грузоподъемности, можно добиться того, что занятость по времени грузовых постов будет не полной, а суммарное количество груза, которое перевезут автомобили, будет соответствовать пропускной способности пункта.

Формулировка задачи построения модели функционирования ненасыщенной ССДГ производится следующим образом.

Имеется система доставки грузов с одним центральным и множеством периферийных пунктов, соединенных между собой транспортной сетью. На постах погрузки сосредоточен транспортно-однородный груз. Ежедневно в систему поступают заявки на перевозку такого груза. В зависимости от сложившейся или проектируемой организации перевозок конфигурация ветвей системы соответствует радиальным транспортным схемам помашинных отправок

Основная цель реализации модели функционирования насыщенной ССДГ состоит в том, чтобы осуществить доставку груза в заданный интервал времени рациональным количеством транспортных средств.

Для достижения поставленной цели на каждом этапе реализации расчетов по модели необходимо решение локальных задач, определение очередности выполнения заданий (оборотов) по ветвям системы таким образом, чтобы осуществить доставку груза рациональным количеством транспортных средств с минимальными простоями участников транспортного процесса в ожидании выполнения операций. Связь основной и локальной задачи объясняется тем, что простой в ожидании прибытия автомобиля на посты погрузки – разгрузки снижают пропускную способность системы.

Потери времени автомобилями в ожидании обслуживания на посту приводят к сокращению времени их работы, что снижает их возможности в освоении планового объема перевозок. Кроме того, при пиковых объемах заявленного к перевозке груза система достигает насыщения по пропускной способности, и привлечение дополнительного количества автомобилей не приведет к увеличению выработки.

Сократить непроизводительные простой как постов погрузки (разгрузки), так и автомобилей можно путем организации отправок в такой последовательности, которая обеспечила бы их равномерный возврат в центральный пункт системы и равномерное распределение отправок, направляемых в адрес одного и того же периферийного пункта, по времени работы системы, с учетом всех ограничений.

Например, при назначении отправки автомобилю может отдаваться приоритет отправке с наибольшим количеством невывезенного груза или с наибольшей продолжительностью выполнения (интегрированным показателем данных приоритетов является величина исполняемой по каждой ветви транспортной работы). Таким же образом можно поступать с отправками в адрес клиентов, время работы которых заканчивается раньше всех остальных. Другими словами, при расчетах на модели должна быть предусмотрена система приоритетов выбора отправок для рассмотрения возможности их включения в общий план перевозок. При этом должны соблюдаться условия незанятости обслуживающих постов грузовых пунктов системы, выполнение режима работы и обеда, наличие в данный момент готового к погрузке автомобиля соответствующего типа.

Поскольку фактическая продолжительность и время окончания работы автомобилей, а также величина потерь рабочего времени в ожидании погрузочно-разгрузочных операций могут быть известны после расчетов на модели и построения расписания работы системы, то до начала расчетов точно определить необходимую потребность в транспортных средствах не представляется возможным. Ввиду того, что произвести расчеты и построить расписание без определения потребного количества автомобилей нельзя, т решение поставленной задачи будет связано с использованием итеративного процесса, т. е. с повторным проведением расчетов на модели с измененными входными параметрами.

При построении математической модели приняты следующие обозначения:

$i$  – порядковый номер заявки на перевозку груза,  $i=1, 2, \dots, I$ , где  $I$  – количество заявок;

$j$  – номер поста погрузки,  $j=1, 2, \dots, J$ , где  $J$  – количество постов погрузки;

$k$  – номер пункта назначения,  $k=1, 2, \dots, K$ , где  $K$  – количество периферийных пунктов;

$l$  – номер группы автомобилей,  $l=1, 2, \dots, L_{\max}$ , где  $L_{\max}$  – количество групп однотипных автомобилей;

$m$  – номер по порядку автомобиля, задействованного в системе,  $m=1, 2, \dots, A_m$ , где  $A_m$  – потребное количество автомобилей, функционирующих в системе;

$n$  – порядковый номер ездки автомобилей,  $n=1, 2, \dots, N_m$ , где  $N_m$  – общее количество ездок, совершаемых задействованными в перевозках автомобилями;

$c$  – номер доставки груза на пост разгрузки

пункта назначения,  $c=1, 2, \dots, C$ , где  $C$  – суммарное количество доставок груза на пост разгрузки пункта назначения;

$d$  – номер отправки груза с поста погрузки пункта отправления,  $d=1, 2, \dots, D$ , где  $D$  – суммарное количество отправок груза, осуществляющееся с поста погрузки пункта отправления;

$h$  – номер поста разгрузки объекта,  $h=1, 2, \dots, N_p$ , где  $N_p$  – количество постов разгрузки объекта;

$s$  – порядковый номер отправки в системе,  $s=1, 2, \dots, N_s$ , где  $N_s$  – суммарное количество отправок в системе согласно пакету заявок;

$b_i$  – количество транспортно-однородного груза, заявленного к перевозке по  $i$ -й заявке, т;

$q_i$  – вес пакета отправки  $i$ -й заявки, т;

$x_i$  – номер поста погрузки, на котором сосредоточен груз  $i$ -й заявки;

$y_i$  – номер пункта назначения, в адрес которого пред назначен груз  $i$ -й заявки;

$z_i$  – номер группы автомобилей, соответствующих выполнению  $i$ -й заявки;

$\tau_s$  – момент времени начала  $s$ -й отправки в системе. Под началом отправки следует понимать время начала погрузки автомобиля, ч.

$\omega_{mn}$  – момент времени начала  $n$ -й отправки  $m$ -го автомобиля, ч;

$\varphi_{jd}$  – момент времени начала  $d$ -й отправки с  $j$ -го поста погрузки, ч.

$U_{kbc}$  – момент времени  $c$ -й доставки груза на  $h$ -й пост разгрузки  $k$ -го пункта назначения, ч.

$a_m$  – номер группы  $m$ -го автомобиля;

$M_l$  – количество автомобилей в  $l$ -й группе;

$N_m$  – количество ездок  $m$ -го автомобиля;

$N_{\text{заяв}}^m$  – номер заявки, которая обслуживается при выполнении  $n$ -й отправки  $m$ -го автомобиля;

$h_{vt}$  – коэффициент возможного увеличения скорости порожнего автомобиля по отношению к скорости груженого (по исследованиям проф. Н.Я. Говорущенко /4/);

$$h_{vt} = \frac{V_{\text{троп}}}{V_{\text{тр}}}, \quad (1)$$

$t_{\text{нр},k}$  – время начала работы постов разгрузки  $k$ -го пункта назначения, ч.

$t_{\text{раб},k}$  – продолжительность работы постов разгрузки  $k$ -го пункта назначения, ч.

$t_{\text{обд},k}$  – время начала перерыва на обед  $k$ -го пункта назначения, ч.

$r_k$  – расстояние между пунктом погрузки и  $k$ -м пунктом назначения, км;

$V_{t_{\text{заяв},nm}}$  – средняя техническая скорость движения автомобиля при выполнении  $n$ -й отправки  $m$ -го автомобиля, км/ч.

$t_{pk}$  – чистое время разгрузки автомобиля на постах разгрузки  $k$ -го пункта назначения, ч;

$t_{np,k}$  – общее время простоя при разгрузке в  $k$ -м пункте назначения, ч.

$N_{pk}$  – количество постов разгрузки в  $k$ -м пункте назначения;

$t_{nr}$  – чистое время погрузки автомобиля в пункте отправления, ч.

$t_{np,n}$  – общее время простоя автомобиля в пункте отправления при погрузке, ч.

$T_{n,p}$  – время начала работы постов погрузки пункта отправления, ч.

$T_{rab}$  – продолжительность работы постов погрузки пункта отправления, ч.

$T_{ok}$  – время окончания работы пункта погрузки, ч;

$T_{obd}$  – время начала перерыва на обед постов погрузки пункта отправления, ч.

$T_{per}$  – продолжительность перерыва на обед, ч;

$t_{nul}$  – время нулевого пробега из АТП до пункта отправления, ч.

Задача должна удовлетворять следующим ограничениям и условиям:

1. Ограничение по пропускной способности постов погрузки. Общее количество отправок грузов с  $j$ -го поста не должно превышать его пропускную способность:

$$\sum_{i=1}^i \frac{b_i}{q_i} \cdot \delta_j \leq \frac{T_{rab}}{t_{nr}}, \quad (2)$$

где  $\delta_j$  – булева переменная, значение которой определяется условием:

$$\delta_j = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i = j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

2. Ограничение по пропускной способности постов разгрузки. Общее количество отправок в  $k$ -й пункт назначения не должно превышать пропускную способность его постов разгрузки:

$$\sum_{i=1}^i \frac{b_i}{q_i} \cdot \beta_k \leq \frac{t_{rab,k} \cdot N_{p,k}}{t_{pk}}, \quad (3)$$

где  $\beta_k$  – булева переменная, значение которой определяется условием:

$$\beta_k = \begin{cases} 1, & \text{если } y_i = k; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

3. Условие удовлетворения заявок на перевозку грузов:

$$b_1 = \sum_{n=1}^{N_n} \sum_{m=1}^{A_m} q_{N_{zav,pm}}, \quad (4)$$

где  $q_{N_{zav,pm}}$  – вес пакета  $n$ -ой ездки по  $N$ -ой заявке  $m$ -го автомобиля.

4. Условие соответствия типа автомобиля требованиям перевозки груза:

$$a = Z_{N_{zav,pm}}, \quad n=1,2,\dots,N_m, m=1,2,\dots, A_m, \quad (5)$$

где  $Z_{N_{zav,pm}}$  – номер группы  $m$ -го автомобиля, выполняющего  $n$ -ую езду по  $N$ -ой заявке.

5. Условие занятости постов погрузки. Для  $j$ -го поста погрузки интервал времени между отправками должен быть не меньше времени погрузки автомобиля:

$$\varphi_{jd+1} - \varphi_{jd} \geq t_{nr}, \quad j=1,2,\dots,J, \quad d=1,2,\dots,D. \quad (6)$$

6. Условие незанятости постов разгрузки. Для  $h$ -го поста разгрузки  $k$ -го объекта интервал времени между прибытием автомобилей под разгрузку должен быть не меньше времени разгрузки автомобиля:

$$U_{khc+1} - U_{khc} \geq t_{pk}, \quad k=1,2,\dots,K, h=1,2,\dots,H, c=1,2,\dots,C. \quad (7)$$

7. Условие соблюдения режима работы постов погрузки. Погрузка автомобилей не может выполняться до начала и после окончания работы постов погрузки, а также во время перерыва на обед:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{hp} \leq \tau_s \leq T_{obd} \\ T_{obd} + T_{per} \leq \tau_s \leq T_{ok} + t_{nr} \end{array} \right. , \quad s=1,2,\dots,N_s \quad (8)$$

8. Условие соблюдения режима работы постов разгрузки. Разгрузка  $m$ -го автомобиля при совершении  $n$ -й ездки в  $k$ -й пункт назначения не может выполняться до начала и после окончания работы постов разгрузки, а также во время перерыва на обед. Обед назначается в центральном пункте:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{hpk} \leq U_k \leq t_{obk} - t_{pk} \\ t_{obk} + T_{per} \leq U_k \leq t_{hpk} + t_{rabk} + T_{per}, \end{array} \right. \quad k=1,2,\dots,K \quad (9)$$

где  $k = Y_{N_{zav,pm}}$ .

$$U_k = \omega_{mn} + t_{nr} + \frac{r_k}{V_{T_{N_{zav,pm}}}}, \quad k=1,2,\dots,K, \quad n=1,2,\dots,N_m, \quad m=1,2,\dots,A_m, \quad (10)$$

9. Условие совместности по времени ездок маршрута. Начало  $n+1$ -ой отправки  $m$ -го автомо-

била может быть не раньше времени возврата автомобиля в пункт погрузки после выполнения n-й отправки:

$$\omega_{m+1} \geq \omega_m + t_{nr} + \frac{r_k}{V_{tN_{заявк}}^m} + \frac{r_k}{V_{tN_{заявк}} \cdot h_{vt}} + t_{pk},$$

$$\begin{matrix} k=1,2,\dots,K \\ n=1,2,\dots,N_m \\ m=1,2,\dots,A_m \end{matrix} \quad (11)$$

где  $k = Y_{\text{заявк}}$

10. Количество автомобилей, работающих в системе, не должно превышать численности наличного парка:

$$\sum_{l=1}^{L_{\max}} M_l \leq \sum_{l=1}^{L_{\max}} A_l, \quad (12)$$

где  $A_l$  – количество автомобилей, имеющееся в наличие в l-й группе ( $A_l \geq 0$ ).

Требуется рациональным количеством автомобилей удовлетворить все заявки на перевозку грузов в необходимые сроки:

$$\sum_{l=1}^{L_{\max}} M_l, \quad (13)$$

где  $L_{\max}$  – количество групп автомобилей; l – номер группы автомобилей,  $l=1, 2, \dots, L_{\max}$ ;  $M_l$  – количество автомобилей задействованных в системе из l-й группы ( $M_l \geq 0$ ).

Следует заметить, что ограничения по пропускной способности грузовых постов должны выполняться уже на стадии формирования пакета заявок, поскольку в случае невыполнения указанного условия полное удовлетворение заявок заведомо невозможно. При этом целевая функция состоит в том, чтобы выполнить заданный объем перевозок грузов рациональным количеством автомобилей.

Процесс перевозки грузов в средней системе необходимо рассматривать в динамике как конвейер, обладающий определенной ритмичностью, в котором участвуют три основных звена: периферийный пункт; подвижной состав; центральный пункт. Конвейер за сутки планируется в виде расписания с таким расчетом, чтобы от каждого периферийного пункта груз был доставлен обязательно в определенном интервале времени. Отправка автомобилей от центрального пункта на периферию должна планироваться в последовательности, обеспечивающей их возвращение обратно не ранее чем через интервал времени разгрузки одного автомобиля.

Задача составления расписания для описываемой системы относится к классу комбинаторных задач. Размерность реальной задачи не позволяет решать ее точными методами. Очевидно, существует бесчисленное множество вариантов расписаний, а трудоемкость вычислений значительно превышает производительность современных ЭВМ. Решать подобные задачи в приемлемое для оперативного планирования время можно только с использованием эвристических алгоритмов.

Обзор выполненных ранее в этой области работ показал, что в имеющемся арсенале вычислительных средств отсутствуют разработки, предназначенные для построения математической модели функционирования рассматриваемой системы доставки грузов, которые бы учитывали дискретность и действительные закономерности протекания транспортного процесса. Поэтому возникает необходимость разработки специального эвристического алгоритма для решения указанной задачи.

#### Список использованной литературы:

- Лейдерман С.Р. Эксплуатация грузовых автомобилей. - М.: Транспорт, 1966. - 150с.
- Афанасьев Л.Л. и др. Единая транспортная система и автомобильные перевозки. Учеб. для вузов / Л.Л. Афанасьев, Н.Б. Островский, С.М. Цукерберг. М.: Транспорт, 1984. - 333с.
- Николин В.И., Мочалин С.М., Витвицкий Е.Е., Николин И.В. Проектирование автотранспортных систем доставки грузов. Омск. Изд-во СиБАДИ, 2001. – 187 с.
- Говорущенко Н.Я. Техническая эксплуатация автомобилей. Харьков.: Вища школа, 1984. - 312 с.