

РАЗРАБОТКА МЕТОДОЛОГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

В статье представлен материал, отражающий опыт работы по построению математических моделей технологических объектов, их идентификации и верификации, а также реализации математических моделей с помощью программных средств.

Создание математических моделей, то есть технология математического моделирования при изучении и прогнозе технологических процессов, состоит из следующих этапов:

- формулировка математической модели процесса;
- идентификация модели с помощью экспериментов;
- верификация модели, то есть сопоставление ее результатов с реальным течением процесса;
- коррекция модели по результатам верификации;
- эксплуатация модели, то есть прогноз течения процесса с помощью модели.

Принято считать, что процесс формулировки модели относится к искусству, а не к науке и целиком определяется опытом и интуицией исследователя.

Под математической моделью физического процесса будем понимать алгоритм описания некоторого круга явлений, содержащий две части: математический аппарат и ряд принятых автором модели постулатов или гипотез. Модель должна соответствовать принципу дополнительности Нильса Бора: во-первых, описывать все известные свойства объекта, во-вторых, позволять предсказывать еще не установленные свойства объекта. Если модель не соответствует этому принципу, она отвергается.

Оценку свойств технического объекта удобно производить, пользуясь параметрами эффекта. Параметры эффекта определены как величины, устанавливаемые через **операцию** – законченное действие, направленное на решение определенной задачи. Таким образом, параметры эффекта характеризуют полезность данного объекта. Это их отличает в общем случае от технических характеристик объекта. Однако не исключено, что одна или несколько общепринятых на практике технических характеристик

объекта соответствуют определению параметров эффекта.

Для исследования и оптимизации технического объекта, каким является технологическая машина или аппарат, необходимо иметь следующие средства:

- систему математических моделей, позволяющих воспроизвести течение технологического процесса в машине или в аппарате при заданных управляющих воздействиях;
- алгоритмы и программные средства, реализующие воспроизведение технологического процесса на компьютере;
- модели управления технологическим процессом и алгоритмы, позволяющие решать в их рамках оптимизационные задачи на выбор управляющих воздействий;
- банк данных и соответствующую систему управления банком данных;
- средства, организующие, обеспечивающие и поддерживающие общение с компьютером в процессе работы.

Важным этапом анализа математических моделей является декомпозиция – разложение исходного объекта на более простые, как правило, той же природы, что и исходный объект, причем совокупность этих более простых объектов эквивалентна исходному объекту.

Техническая цель декомпозиции – упростить задачу формирования сложной системы путем рассмотрения ее по частям, а организационная цель – расширить фронт работ по формированию системы, представив автономию разработчикам частей, но сохранив основные факторы управления за разработчиком исходной системы.

Качество и количество перерабатываемого технологическим объектом полуфабриката зависит от характера потребления и перераспределения механической энергии, передаваемой обрабатываемому материалу рабочими органами. Механико-математические модели, описы-

вающие эти технологические процессы, представляют собой сложные системы, описывающие передачу механической энергии по связям между элементами и с окружающей средой.

Примем в качестве гипотезы, что подвергаемые синтезу механико-математические модели каждой операции технологического процесса должны описывать энергетическое состояние обрабатываемого материала в рабочем пространстве машины. Такие модели включают реологическую модель материала, которая наиболее достоверно проявляется при исследуемых воздействиях.

Эти системы в общем случае относятся к динамическим, то есть зависят от времени. Изменения систем во времени отражаются в состоянии системы, характеризуемой величиной, называемой внутренней характеристикой системы. Внутренняя характеристика определяет текущее значение выходных величин – параметров эффекта. Согласно принятой гипотезе параметры эффекта оптимизируемого процесса выводятся из энергетического состояния обрабатываемого материала.

Внутренней характеристикой механико-математической модели удобнее всего выбрать функцию передачи основного вида энергии обрабатываемому материалу. Например, для описания процесса прессования внутренней характеристикой удобно принять напряженное состояние обрабатываемого материала на контактных поверхностях рабочих органов машины.

Изложенная структура математической модели позволяет рассматривать взаимодействие рабочих органов с обрабатываемым материалом, не накладывая ограничения на изменение внутренней характеристики системы во времени.

На рисунке 1 представлена структура математической модели технологического объекта, которая состоит собственно из системы математических моделей, необходимых для проведения векторной оптимизации, и тесно связанной с этой моделью базой данных. Основой базы данных является множество T технологических параметров процесса, являющихся в данном случае управлениями. Множество T сформировано из технологических требований к процессу и управляет внешними величинами математической модели, которые разделены на четыре множества параметров:

– множество свойств обрабатываемого материала M ;

– множество кинематических параметров процесса K ;

– множество структурных параметров технологического объекта P ;

– множество геометрических параметров пространства взаимодействия G .

Таким образом, системе математических моделей в качестве исходных данных передаются следующие векторы:

– вектор параметров свойств \bar{m} обрабатываемого материала из множества допустимых альтернатив M ;

– вектор кинематических параметров процесса \bar{k} из множества допустимых альтернатив K ;

– вектор структурных параметров p (не выражаемых в единицах измерения геометрических величин) из множества допустимых альтернатив P ;

– вектор геометрических параметров пространства взаимодействия \bar{g} из множества допустимых альтернатив G .

Вектор \bar{m} должен содержать необходимое количество информации для построения замкнутой модели свойств обрабатываемого материала. Для технологических машин моделью свойств часто является реологическая модель обрабатываемого материала.

На этапе вычисления внутренних величин математической модели технологического объекта можно выделить задачу создания программной системы (ПС) для расчета технико-экономических параметров технологического объекта и оптимизации его рабочих органов и рабочих режимов.

В решении этой задачи можно выделить следующие этапы:

– составление алгоритма по математической модели;

– создание ПС;

– идентификация математической модели;

– верификация математической модели;

– эксплуатация программного средства.

В алгоритме, составленном по математической модели, должна быть учтена структура композиционного проектирования, когда подсистемы, составляющие сложную систему, имеют самостоятельное развитие. Нужно помнить, что конечным результатом разработки ПС является проверка адекватности математической модели. Это же относится и к вычислительным методам определения внутренних величин каждой подсистемы. Быстродействие современных компьютеров и их доступность сняли ограни-

чения на продолжительность работы ПС, поэтому использование оригинальных и сложно организованных, но коротких алгоритмов и точных и быстро сходящихся вычислительных методов потеряло свое определяющее значение для большинства технологических объектов (особенно на этапе предварительных исследований).

Вновь разрабатываемые алгоритмы следует тщательно проверять, потому что ошибки в алгоритме трудно выявить при тестировании программы и в ходе ее эксплуатации.

Обычно при композиционном проектировании последовательно создается несколько алгоритмов по различным вариантам математической модели, поэтому удобно обеспечивать их преемственность. Такой подход облегчает отыскание ошибок в алгоритме и ПС.

При создании ПС, если имеется такая возможность, следует использовать существующие библиотеки компонентов. Особенно полезно использовать библиотеки визуальных компонентов. Однако, как показывает практика, большая часть ПС пока составляют оригинальные разработки.

Для проведения параметрического синтеза технологического объекта разрабатывается ПС, в которой реализована математическая модель и которая состоит из нескольких модулей. У лица, принимающего решение (ЛПР), есть возможность сформировать базу свойств обрабатываемых материалов, откорректировать ее, добавить свойства новых материалов. Например, при расчете технико-экономических параметров экструдера реологические параметры выбирают в соответствии с рецептурой комбикорма, его влажностью и температурой протекания технологического процесса.

По полученным результатам ЛПР может сделать заключение о целесообразности обработки того или иного материала на данной конструкции технологического объекта, то есть у него имеется возможность подобрать другой материал для данной конструкции, либо изменить какой-либо конструктивный или геометрический параметр и повторить расчет. После окончания работы модулей, производящих расчет технико-экономических параметров, параметры эффекта сохраняются в файле.

Отлаживать ПС можно проверкой выполнения математической моделью тестов – предварительно заданных условий, которыми могут быть известные свойства проектируемых объектов. Одним из вариантов теста является выполнение ПС контрольного примера, правильность которого гарантирована. Когда разрабатывается последовательно серия ПС возрастающей сложности, можно рекомендовать в качестве такого примера результаты расчетов по ранее разработанным версиям данного ПС при одинаковых значениях входных параметров. Нужно только следить за тем, чтобы исходные значения контрольного примера находились в области, пригодной для описания обеими версиями ПС.

Если алгоритмом предусмотрены приближенные вычисления, то необходимо оценить их точность и определить условия, при которых требуемая точность будет достигнута. Это можно сделать, например, методом двойного пересчета, когда очередное уменьшение шага вычислений в 2 раза вызывает погрешность вычислений меньше 5%.

Важным этапом создания адекватной математической модели является ее идентификация, то есть определение внешних величин, описывающих свойства моделируемого процесса. Большинство внешних величин идентифициру-

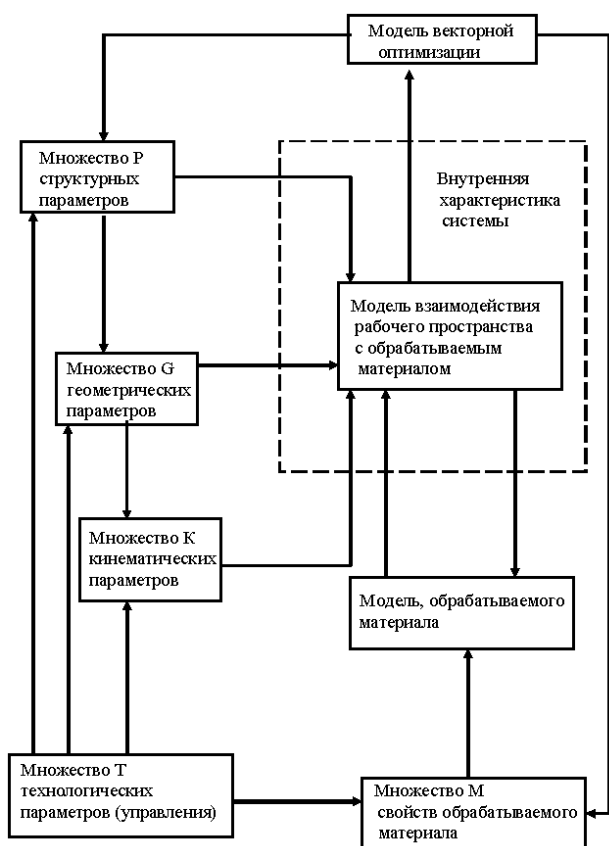


Рисунок 1. Структура математической модели технологического объекта

ется ЛПР. К таким величинам относятся все элементы множеств K , G и большая часть элементов множества P . С другой стороны, все элементы множества M подлежат экспериментальному определению.

Можно выделить следующие три способа определения внешних величин:

– решение задачи о минимизации отклонений имеющихся экспериментальных значений выходных величин от тех, которые дает математическая модель при совпадающих начальных и граничных условиях;

– непосредственное экспериментальное определение внешних величин;

– использование значений внешних величин из литературных источников.

Строгую границу между этими способами провести затруднительно, так как все они в той или иной степени используют элементы математического моделирования.

Первый способ может быть применен в целом для математической модели функционирования технологического объекта, определяющей его параметры эффекта, если неизвестна одна внешняя величина. Если неизвестно несколько внешних величин, следует выделить из модели функционирования технологического объекта подсистемы, таким образом, чтобы в каждой подсистеме имелась только одна неизвестная внешняя величина. Экспериментально определив значения выходных величин этих подсистем, найдем неизвестные внешние величины решением упомянутой выше задачи для данного случая. Если количество неизвестных внешних величин больше возможного числа подсистем, необходимо создавать специальные математические модели, не входящие в систему основной модели функционирования технологического объекта.

Второй способ обладает простотой и наглядностью, однако требует использования специальной аппаратуры для проведения физических экспериментов, позволяющей непосредственно измерять внешнюю величину и при этом фиксировать с достаточной степенью точности условия проведения эксперимента. Такая возможность бывает редко. Обычно в распоряжении исследователя имеются косвенные методы, а результаты экспериментов требуют обработки методами математической статистики.

Третий способ имеет наименьшую трудоемкость, однако при его использовании следует

убедиться, что используемые значения внешних величин адекватны исследуемому процессу.

Общая стратегия определения внешних величин должна обеспечивать минимум физических экспериментов, включая определение параметров эффекта и определение непосредственно внешних величин модели.

В результате обработки результатов определения неизвестной внешней величины для нее может быть установлена значимая функциональная зависимость от других параметров, входящих во внутреннюю характеристику математической модели. В этом случае можно использовать кусочно-постоянное представление внешней величины в достаточно малом интервале изменения каждой из независимых переменных этой функции, то есть использовать ее табличное представление. Если такое представление неудобно, полученную функцию можно включить в математическую модель внутренней характеристики, если она не зависит от использованных в модели постоянных интегрирования. Другое требование к виду функции состоит в том, что ее применение не должно увеличивать количество корней уравнений внутренней характеристики. В противном случае может возникнуть проблема отбора «правильных» значений внутренней характеристики системы.

Начинать верификацию, т. е. тестирование модели на адекватность реальному объекту, следует с проверки адекватности описания моделью ранее установленных свойств исследуемого процесса. Этот этап верификации должен проводиться сразу после отладки программного средства и заключается в установлении качественного совпадения свойств объекта, полученных из анализа расчетных зависимостей, с наблюдаемыми свойствами. Нельзя допускать, чтобы внутренние величины модели принимали невероятные значения или характер изменения внутренней величины в модели противоречил наблюдениям в реальном процессе.

Стандартной процедурой, завершающей верификацию модели, является сравнение параметров эффекта, которые могут быть измерены непосредственно из физического эксперимента, с вычисленными параметрами эффекта при совпадающих граничных условиях и оценка совпадения этих величин методами математической статистики. Такую процедуру следует проводить по всем параметрам эффекта, которые допускают экспериментальное определение. Если отклонения не превосходят допустимой

величины, модель можно считать верифицированной в данном интервале режимов исследуемого процесса. Если модель не удастся верифицировать на всем интересующем ЛПР интервале режимов, можно сделать попытку выбрать часть этого интервала и верифицировать модель с учетом введенных ограничений. В случае успеха этой верификации модель принимается адекватной для данного участка необходимого интервала параметров, а для режимов, не вошедших в этот участок, разрабатываются новые модели.

Разработанное на основании математической модели технологического объекта программное средство может быть использовано для решения двух основных задач.

Одной из них является исследование свойств технологического объекта и поведения обрабатываемого материала. Например, исследование критических режимов работы технологического объекта.

Другая задача состоит в параметрическом синтезе технологического объекта. Параметрический синтез целесообразно производить, отталкиваясь от опорного объекта. Под опорным объектом понимается первоначальная редакция технического облика объекта. Опорный объект создается на базе какой-либо передовой концепции. Он определяет набор элементов, которые позволят выполнить все перспективные идеи замысла конструкции, и дает в распоряжение ЛПР объект с достоверными внутренними связями и реальными компоновочными ограничениями.

Анализ полученных при решении перечисленных выше задач результатов позволяет вносить новые конструктивные элементы в данный технологический объект, то есть осуществлять его структурный синтез.

Изложенная методология отражает опыт математического моделирования технологических объектов и позволяет разрабатывать новые технологические объекты.

Список использованной литературы:

1. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент //Вестник АН СССР, 1979, №5. – С. 38-39.
2. Павловский Ю.Н. Имитационные системы и модели. Сер. «Математика, кибернетика». М.: Знание, 1990, N 6. – 46 с.
3. Карташов Л.П., Полищук В.Ю. Системный синтез технологических объектов АПК. Екатеринбург: УрО РАН, 1998. – 185 с.
4. Зубкова Т.М., Фисенко К.А. «Формирование технологических объектов с заранее заданными свойствами». Международная научно-практическая конференция «Инновационные процессы в образовании, науке и экономике России на пороге 21 века». Часть 3. Оренбург: ОГУ, 1998, С. 81-83.
5. Зубкова Т.М., Фисенко К.А. Математическое моделирование технологических объектов. ОГАУ «Труды сотрудников и преподавателей факультета механизации сельского хозяйства». Том 3. Оренбург 1999. С. 75-76.