

## ПОИСКИ КРАСОТЫ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ В ИСКУССТВЕ

Данная статья является частью исследования автором проблемы гуманитаризации математического образования студентов университета. В ней освещены некоторые общие аспекты исследуемой проблемы. В частности, анализируется, как одна из важных задач обучения математике – философское осмысление науки, развитие подлинной математической и общечеловеческой культуры решается с помощью использования элементов мировой художественной культуры, эстетического стимула.

Основная идея нашего исследования состоит в том, чтобы использовать эстетический стимул при изучении математики, наполнить сознание изучающего математику ученика или студента содержательными, осязаемыми образами математических объектов. Общеизвестным фактом является то, какие времена сейчас переживает математическое образование. «Расцвет математики в уходящем столетии сменяется тенденцией подавления науки и научного образования обществом и правительствами большинства стран мира... Математика сейчас, как и две тысячи лет назад, первый кандидат на уничтожение», – сказал один из ведущих математиков мира академик Владимир Арнольд в интервью «Независимой газете». Он же считает, что «наша система образования в области математики одна из лучших в мире, если не просто самая лучшая». Это мнение согласуется с мнением подавляющего большинства математиков, педагогов, это показывают международные математические олимпиады, многочисленные проверки. Сегодня мы постоянно слышим о том, что мир вступает в эпоху экономики, основанной на знаниях. Понятие «инновационная модель развития» стало чуть ли не официальной доктриной многих государств. Но эта инновационная модель развития невозможна без развития математики, без развития методов обучения математике, развития интереса у учащихся к этой науке. Поэтому в нашей работе параллельно решается одна важная задача обучения математике – философское осмысление науки, развитие подлинной математической и общечеловеческой культуры.

Одной из задач нашего исследования является поиск таких методов преподавания вузовского курса математики (для экономических, некоторых технических, архитектурных, гуманитарных, юридических специальностей), который бы вдохновил студентов на бесстрашие. Чтобы каждый изучающий математику, поняв

историческое происхождение математических идей, замыслы богов нашей науки, придя в восхищение от глубины этих замыслов, красоты и простоты их, вошел в эту науку без робости, не с сознанием своего ничтожества, но с жадной познания! Движущей силой здесь должна стать любознательность молодых людей, развитие интереса к математике, способности удивляться и радоваться каждой малой удаче, ощущение красоты науки. Изучение этой науки, основанное на интересе, само будет способствовать воспитанию безупречной добросовестности и способности доводить любой самый сложный вопрос до предельной простоты и ясности. Как сказал Б. Пастернак, «Во всем мне хочется дойти до самой сути, В работе, в поисках пути, в сердечной смуте...»

Данная статья является лишь кратким отображением некоторых основных аспектов исследуемой проблемы.

I. Существуют две математики. Первая – изучает «реальные» математические структуры, существующие независимо от открывших их математиков. Это и есть прикладная математика. Но результаты прикладной науки дают иногда неожиданные и важнейшие следствия. Логическую взаимосвязанность результатов науки выразил выдающийся немецкий математик Давид Гильберт: «Разрешите мне принять, что дважды два – пять, и я докажу, что из печной трубы вылетает ведьма». Красота науки и в логической стройности, и в богатстве связей. Ощущение красоты помогает проверять правильность результатов и отыскивать новые законы. Это ощущение – отражение в нашем сознании гармонии, существующей в природе. Поэтому математика оказывается точным и незаменимым инструментом, вскрывающим красоту опытных наук. Вторая – математика, предметом изучения которой являются искусственные конструкции, созданные математиками в процессе их свободного творчества.

II. Красота логических построений в науке – аналог одухотворенности в искусстве. Мировоззренческой основой обсуждения темы «Математика и искусство» неизменно является учение Пифагора. В рамках пифагорейского учения были получены эффективные практические результаты применения математики в искусстве. Источником этой темы являются также естественнонаучные теории формообразования, которые затрагивают огромный диапазон объектов, изучаемых космогонией, астрономией, геологией, физикой, химией, биологией, кристаллографией, эволюция геометрических форм изучается в теории дифференциальных уравнений, теории непрерывных отображений и т. д.

Мир математических объектов наиболее совершенен, и поэтому наиболее прекрасным в реальном мире является то, что максимально приближено к совершенству чисел или геометрическим формам. Пифагореизм содержит элементы как мифологии, так и науки. Мифологическое мышление, свойственное хотя бы отчасти любому художнику, неотъемлемо содержит религиозные и эстетические компоненты. Примечательно, что отправным пунктом в пифагорейском учении о числе была музыка. Именно в музыке была впервые обнаружена таинственная направляющая роль чисел в природе. Рассмотрение чисел привело пифагорейцев к рассмотрению отношений между ними, т. е. пропорций. Пропорции и средние значения пифагорейцы наполняли не только математическим, но и философским, и эстетическим содержанием, объясняя с их помощью и музыкальные созвучия, и даже всю вселенную.

В самом искусстве есть внутренние потребности в идеях и методах математики. Пропорция в искусстве также определяет соотношение величин элементов художественного произведения, либо соотношение отдельных элементов и всего произведения в целом. Симметрия воспринимается слишком статично, скованно, и только единство симметрии и асимметрии создает подлинную гармонию красоты. В качестве меры соотношения симметричного и асимметричного выступает пропорция: деление целого на две части, при котором большая так относится к целому, как меньшая относится к большему – это золотая пропорция, или золотое сечение. Иначе – при золотом сечении длина большего отрезка есть среднее геометрическое длин всего отрезка и его меньшей части. Золотая пропорция лежит в основе многих бессмертных творений

Фидия, Тициана. Дань золотому сечению отдали также композиторы и поэты. Известно, что, например, на золотом сечении строил многие свои произведения выдающийся венгерский композитор Бэла Барток. Что касается поэтов, то здесь в первую очередь следует назвать гениального грузинского поэта Шота Руставели. Как показали новейшие исследования академика Г.В. Церетели, в основу строения поэмы Ш. Руставели «Витязь в тигровой шкуре» положены золотое сечение и симметрия. В частности, из 1587 строф поэмы больше половины, 863, – построены по пропорции золотого сечения.

Термины « наука» и «искусство» в далекие времена античности практически не различались. Древние греки называли математику и музыку родными сестрами. И хотя дороги математики и музыки очень сильно разошлись с тех пор, но музыка пронизана математикой, как математика полна поэзии и музыки!

Важнейшей характеристикой музыкального звука является его высота, представляющая отражение в сознании частоты колебания звучащего тела, например струны. Чем больше частота колебаний струны, тем «выше» представляется нам звук. Отдельно взятый звук не образует музыкальной системы. Но сочетание двух звуков в одних случаях получается приятным, а в других, наоборот, «режет ухо». Согласованное сочетание двух звуков называется консонансом, а несогласованное – диссонансом. Ясно, что консонанс или диссонанс двух тонов определяется высотным расстоянием между этими тонами или интервалом.

Высота тона (частота колебаний  $f$ ) звучащей струны обратно пропорциональна ее длине  $l$ :  $f$ . Две звучащие струны дают консонанс лишь тогда, когда их длины относятся как целые числа, составляющие треугольное число  $10 = 1+2+3+4$ , т. е. как  $1:2$ ,  $2:3$ ,  $3:4$ . Эти интервалы – «совершенные консонансы», и их интервальные коэффициенты имеют латинские названия: октава –  $2/1$ , квинта –  $3/2$ , кварта –  $4/3$ . Было замечено, что наиболее полное слияние дает октава, затем квинта и кварта, т. е. чем меньше число  $n$  в отношении вида  $(n+1)/n$ , тем созвучнее интервал. Разделить интервал  $Y$  на  $n$  равных частей означает извлечь корень степени  $n$  из его интервального коэффициента. Решение проблемы деления октавы дает сразу два доказательства иррациональности  $\sqrt{2}$ . Вот одно из них: в самом деле, если попытаться разделить октаву на 2 равных интервала  $Y$ , то имеем  $2=Y^2 \Rightarrow Y=\sqrt{2}$ . При таком

соотношении прослушивается явный диссонанс. Поскольку консонанс определяется отношением целых чисел вида  $(n+1)/2$ , то напрашивается мысль, что число  $\sqrt{2}$  не может быть выражено отношением двух целых чисел, т. е. является иррациональным.

Архитектура, живопись, конструирование, дизайн используют математические методы в поиске закономерностей. Основоположителем научной теории формообразования считается Иоганн Кеплер. Развитием идей Кеплера стали следующие теории: теория непрерывных деформаций живых организмов (геолог и писатель Иван Ефремов писал это «красивое есть биологически оптимальное»); теория диссимметрии причин и следствий, связанная с именами Пастера, Пьера Кюри, Вернадского, Шубникова. Поиск эмпирических законов прекрасного содержится в исследованиях художников Леонардо да Винчи, Дюрера, архитекторов Витрувия, Альберти (исследования которых вылились в создание теории перспективы) и целой плеяды исследователей золотого сечения. Математические образы использовались на инженерном уровне в технике, конструировании, дизайне – в исследованиях Жуковского, Шухова, Эйфеля, Корбюзье.

III. В сфере математики в свою очередь возникают вопросы, выходящие за рамки математических теорий и имеющие отношение к мировоззренческой и эстетической проблематике. Прежде всего речь идет о психологии математического творчества, изучавшейся Пуанкаре, Адамаром и Пойа. В частности, делались попытки определить место образного и логического мышления в структуре математического творчества, при этом подчеркивалась особая важность эстетических критериев. Люди одинаково оценивают красоту! Чувство красоты, видимо, заложено в человеке природой! Нас не перестают радовать пропорции Парфенона, гармоничность и единство церкви Покрова на Нерли... «...есть тонкие, властительные связи меж контуром и запахом цветка...» (В. Брюсов). Красота музыки, стихов познает-

ся чувством, в науке гармония частей, соразмерность постигается разумом. Неудивительно, что истинное прекрасно и просто! Но более того, – красивое часто оказывается истинным. Красота интеллектуальная дает удовлетворение сама по себе. Мы часто ощущаем изящество теории и в том случае, когда предсказания ее не подтвердились экспериментом. Под «изяществом» понимается остроумие аргументации, установление неожиданных связей, богатство и значительность заключений при минимальном числе правдоподобных предположений. Это красота законов разума.

В искусстве всякое творчество – индивидуально и неповторимо. А в науке задача – найти законы природы, истинность и красота которых не зависят от индивидуальности ученого. Хотя конкретная реализация поисков всегда индивидуальна и форма осуществления идеи отражает богатство духовного мира создателя.

I. Важным моментом исследования являются педагогические и методические проблемы математики. Не только как, каким путем научить логическим построениям, развить логическую, научную культуру у обучаемых, но и как передать им это чувство, ощущение прекрасного в науке.

II. Исследуется возможность предметного компьютерного моделирования математических объектов. В ходе исследования произведено: выделение классов геометрических образов, объектов музыки, живописи, архитектуры наиболее подходящих для решения педагогических задач (критерии: простота и эстетика); определение круга задач, успешно решаемых учащимися или студентами.

III. В процессе исследования выполнены некоторые разработки учебных блоков, иллюстрирующие вышеперечисленные аспекты проблемы, которые могут быть успешно применены в преподавании математики на специальности «Прикладная математика».

Данная статья является всего лишь кратким очерком проблемы исследования, популярным, философским посвящением в ее суть.