

ТЕПЛООБМЕН В ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ НА УЧАСТКЕ НЕСТАБИЛИЗИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛОЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Предложен метод расчета теплообмена на начальном участке ламинарного потока в круглоцилиндрической трубе, основанный на решении системы дифференциальных уравнений вязкого и теплового пограничных слоев. Получены расчетные соотношения для длин динамического и термического начальных участков, а также значения чисел Нуссельта на них. Полученные результаты сравниваются с литературными.

При расчете теплообмена ламинарного потока в круглоцилиндрической трубе будем исходить из двух возможностей: а) тепловой пограничный слой утолщен в динамическом, и на всей длине теплового начального участка выполняется условие $\delta_T < \delta$ (случай больших чисел Прандтля); б) другая возможность обнаруживается в жидкометаллических потоках, когда утолщенным оказывается динамический пограничный слой, т. е. $\delta < \delta_T$ (случай малых чисел Прандтля).

В данной статье рассматривается первый случай больших чисел Прандтля, т. е. толщина теплового слоя меньше толщины динамического $\delta_T < \delta$.

Зададимся следующими профилями скоростей и температур, аффинно-подобными профилям стабилизированного течения:

$$\frac{u(x, y)}{U(x)} = 2 \frac{y}{\delta(x)} - \left(\frac{y}{\delta(x)} \right)^2 = 2\eta - \eta^2, \quad (1)$$

$$\frac{\theta(x, y)}{\Theta(x)} = 2 \frac{y}{\delta_m(x)} - \left(\frac{y}{\delta_m(x)} \right)^2 = 2\eta_m - \eta_m^2, \quad (2)$$

где избыточные температуры равны: $\theta(x, y) = T(x, y) - T_w$, $\Theta(x) = T(x) - T_w$, причём, $T(x, y)$ – температура жидкости внутри теплового пограничного слоя, а $T(x)$ – вне его, $T_w = \text{const}$ – температура стенки трубы, $u(x, y)$ и $U(x)$ – скорости внутри и вне пограничного динамического слоя.

Динамику развития теплового пограничного слоя на начальном участке трубы можно исследовать на основе уравнения теплового баланса. При выводе этого уравнения будем пренебрегать объёмными источниками тепловыделения, например за счет вязкой диссипации, а также не учитывать тепловые потоки вдоль направления течения за счет механизма теплопроводности по сравнению с тепловыми потоками в поперечном направлении.

Пусть $x \in (0, L_T)$ – некоторое сечение трубы на участке термической стабилизации течения, тогда конвективный тепловой поток через него составит

$$Q(x) = 2\pi R \int_0^R u(x, r) \theta(x, r) dr =$$

$$= 2\pi R \int_0^{R-\delta(x)} u(x, r) \theta(x, r) dr + \int_{R-\delta(x)}^{R-\delta_T(x)} u(x, r) \theta(x, r) dr + \int_{R-\delta_T(x)}^R u(x, r) \theta(x, r) dr = 2\pi R (J_1 + J_2 + J_3). \quad (3)$$

Здесь r – текущий радиус, а R – радиус трубы.

Рассчитаем профильные интегралы, учитывая формулы (1), (2). Имеем:

$$J_1 = \int_0^{R-\delta(x)} u(x, r) \theta(x, r) dr = \frac{1}{2} R^2 U(x) \Theta_0 \left(1 - \frac{\delta}{R} \right)^2, \quad (4)$$

где учтено, что в потенциальной части потока $U=U(x)$, а $\Theta(x)=\Theta_0$, т. к. тепловые пограничные слои ещё не сомкнулись, далее

$$J_2 = \int_{R-\delta(x)}^{R-\delta_T(x)} u(x, r) \theta(x, r) dr = \Theta_0 U(x) \delta(x) R \left[\frac{\delta}{R} \left(-\frac{5}{12} - \frac{1}{4} h^4 + \frac{2}{3} h^3 \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} h^3 - h^2 \right) \right], \quad (5)$$

$$J_3 = \int_{R-\delta_T(x)}^R u(x, r) \theta(x, r) dr = \Theta_0 U(x) \delta(x) R \left(\frac{7}{30} h^4 \frac{\delta}{R} - \frac{3}{10} h^3 - \frac{3}{5} h \frac{\delta}{R} + \frac{5}{6} h^2 \right) \quad (6)$$

где $h = \delta_T / \delta < 1$ и учтено, что на начальном тепловом участке температура в ядре потока постоянна $\Theta(x) = \Theta_0$.

Подставляя интегралы (4)–(6) в выражение (3), для теплового потока $Q(x)$ получим

$$Q(x) = \pi R^2 U(x) \Theta_0 R^2 \times \left[1 - \frac{2}{3} \frac{\delta}{R} \left(1 + \frac{1}{2} h^2 + \frac{11}{10} h^3 \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\delta}{R} \right)^2 \left(1 - 2h^2 + \frac{23}{10} h^4 \right) \right]. \quad (7)$$

Уравнение баланса теплоты между сечением x и входным сечением $x=0$ имеет вид

$$Q(x) - Q(0) = 2\pi R \int_0^x q_w(x) dx,$$

или, дифференцируя это уравнение по переменной x , перепишем его так:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = 2\pi R q_w(x). \quad (8)$$

Подставим сюда вместо $Q(x)$ выражение (7), получим

$$\left(U(x)\Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right) \right)' = 2 \frac{q_w}{\rho c_p \Theta_0 R}, \quad (9)$$

где функция $\Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right)$ определена равенством

$$\Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right) = 1 - \frac{2}{3} \frac{\delta}{R} \left(1 + \frac{1}{2} h^2 + \frac{11}{10} h^3 \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\delta}{R} \right)^2 \left(1 - 2h^2 + \frac{23}{10} h^4 \right) \quad (10)$$

Перепишем выражение (9) в виде

$$\frac{U'(x)}{U(x)} \Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right) + \Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right)' = 2 \frac{q_w}{\rho c_p \Theta_0 U(x) R}. \quad (11)$$

Зависимость скорости $U(x)$ в ядре потока может быть найдена из решения задачи о динамическом пограничном слое на начальном участке

$$U(x) = \frac{U_0}{1 - \frac{2}{3} \frac{\delta}{R} + \frac{1}{6} \left(\frac{\delta}{R} \right)^2} = \frac{U_0}{P\left(\frac{\delta}{R}\right)}, \quad (12)$$

где U_0 – скорость потока на входе в трубу.

Вычислим логарифмическую производную от скорости $U(x)$:

$$\frac{U'(x)}{U(x)} = \frac{2}{3} \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{R}}{P\left(\frac{\delta}{R}\right)} \frac{d}{dx} \left(\frac{\delta}{R} \right), \quad (13)$$

и производную от функции $\Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right)$:

$$\Phi' = -\frac{2}{3} \left[1 + \frac{1}{2} h^2 + \frac{11}{10} h^3 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{R} \left(1 - 2h^2 + \frac{23}{10} h^4 \right) \right] \frac{d}{dx} \left(\frac{\delta}{R} \right) + \left(-\frac{2}{3} \right) \frac{\delta}{R} h \left[1 + \frac{33}{10} h + \frac{\delta}{R} \left(1 - \frac{23}{10} h^2 \right) \right] \frac{dh}{dx}. \quad (14)$$

По профилю температур (2) найдём плотность теплового потока на стенке трубы

$$q_w = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = -2 \frac{\lambda \Theta_0}{\delta_r(x)} = -2 \frac{\lambda \Theta_0}{\delta(x) h(x)}. \quad (15)$$

Подставим теперь выражения (12)-(15) в уравнение (11) и приведём его к виду

$$\left(\frac{\delta}{R} \right)^2 \left[1 + \frac{33}{10} h + \frac{\delta}{R} \left(1 - \frac{23}{10} h^2 \right) \right] \frac{dh^3}{dx} = \frac{72}{Pe} \frac{P\left(\frac{\delta}{R}\right)}{2R} + \frac{3}{2} h \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{R} \right) \frac{\Phi\left(\frac{\delta}{R}, h\right)}{P\left(\frac{\delta}{R}\right)} - \right. \quad (16)$$

$$\left. - \left[1 + \frac{1}{2} h^2 + \frac{11}{10} h^3 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{R} \left(1 - 2h^2 + \frac{23}{10} h^4 \right) \right] \right\} \frac{d}{dx} \left(\frac{\delta}{R} \right)^2,$$

где число Пекле определено по формуле

$$Pe = \frac{U_0 2R}{\lambda} \frac{\rho c_p}{\rho c_p}.$$

Введем новые неизвестные функции $z = h^3$, $y = (\delta/R)^2$, $\zeta = x/L$ присоединим к уравнению (16) уравнение динамики вязких пограничных слоев на начальном участке и получим следующую систему дифференциальных уравнений для динамического и теплового пограничных слоев на участке динамической и тепловой стабилизации течения

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{1}{y} \frac{72}{Pe} \frac{P(y)}{2R} \frac{L}{B(y,z)} + A(y,z) \frac{dy}{dx}, \quad (17)$$

$$\frac{dy}{d\zeta} = \frac{48}{Re} \frac{L}{2R} \frac{P^2(y)}{7 \left(1 - \frac{4}{7} \sqrt{y} \right) P(y) - 2 \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{y} \right) \left(Q(y) - \frac{1}{2} \right)},$$

где функции от неизвестных определены так:

$$P(y) = 1 - \frac{2}{3} \sqrt{y} + \frac{1}{6} y, \quad Q(y) = 1 - \frac{14}{15} \sqrt{y} + \frac{4}{15} y,$$

$$\Phi(y,z) = 1 - \frac{2}{3} \sqrt{y} \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt[3]{z^2} + \frac{11}{10} z \right) + \frac{1}{6} y \left(1 - 2\sqrt[3]{z^2} + \frac{23}{10} \sqrt[3]{z^4} \right),$$

$$A(y,z) = \frac{3}{2} \sqrt[3]{z} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{y} \right) \frac{\Phi(y,z)}{P(y)} - \left[1 + \frac{1}{2} \sqrt[3]{z^2} + \frac{11}{10} z - \frac{1}{2} \sqrt{y} \left(1 - 2\sqrt[3]{z^2} + \frac{23}{10} \sqrt[3]{z^4} \right) \right] \right\},$$

$$B(y,z) = 1 + \frac{33}{10} \sqrt[3]{z} + \sqrt{y} \left(1 - \frac{23}{10} \sqrt[3]{z^2} \right)$$

Начальные условия для системы (17) зададим в виде $\zeta = 0$, $z(0) = 1$, $y(0) = 0$.

Отметим, что система уравнений (17) описывает развитие динамического $y(\zeta)$ и теплового $z(\zeta)$ пограничных слоев на начальном участке до слияния динамических, т. е. на участке динамической стабилизации потока, длина которого определяется формулой:

$$\frac{L}{2R} = \frac{Re}{48} J(1) = 0,02877 Re. \quad (17')$$

Поскольку в рассматриваемом случае длина термического начального участка $L_{tr} > L_d$, то смыкание тепловых пограничных слоев происходит ниже по потоку, чем динамических.

Рассчитаем длину участка термической стабилизации потока, при этом учтем следующие особенности гидродинамики и теплообмена на интервале (L_d, L_{tr}) . Скорость на оси потока $U(x)$ на этом интервале не изменяется и равна двум средним, т. е. $U_m = 2U_0$, толщина динамического пограничного слоя $\delta = R = \text{const}$, поэтому $dy/dx = 0$ и $y = 1$. Развитие теплового пограничного слоя между динамическим начальным участком и тепловым начальным участком, т.е. на интервале (L_d, L_{tr}) , описыва-

ется только одним первым уравнением системы (17), в котором следует положить $y=1$:

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{\frac{72}{Pe} P(1) \frac{L}{2R}}{B(1, z)} = \frac{36}{Pe} \frac{L}{2R} \frac{1}{1 + \frac{33}{10} \sqrt[3]{z} - \frac{23}{10} \sqrt[3]{z^2}}. \quad (18)$$

Сместим начало продольной оси ζ в точку L'_d . В этой точке $y=1$, а условная толщина теплового пограничного слоя составляет z_0 . Значение z_0 во всем диапазоне ламинарных чисел Рейнольдса сохраняет примерно постоянное значение, равное $z_0 = 0,0668$. Проинтегрируем уравнение (18) до сечения, в котором $z=1$, т. е. до конца теплового начального участка L'_d . Пусть $L'_\tau = L\zeta_\tau$ – расстояние до сечения, в котором произошло смыкание тепловых пограничных слоев, тогда найдем

$$\frac{36}{Pe} \frac{L}{2R} \int_0^{\zeta_\tau} d\zeta = \int_{z_0}^1 \left(1 + \frac{33}{10} \sqrt[3]{z} - \frac{23}{10} \sqrt[3]{z^2} \right) dz,$$

откуда для длины участка термической стабилизации получаем выражение

$$\frac{L'_\tau}{2R} = \frac{Pe}{36} \left[2(1-z_0) + \frac{99}{40} \left(1-z_0^{4/3} \right) - \frac{69}{50} \left(1-z_0^{5/3} \right) \right] = 0,08Pe. \quad (19)$$

Добавив к этой длине длину динамического начального участка, получим длину теплового начального участка от входного сечения:

$$\begin{aligned} \frac{L_\tau}{2R} &= \frac{Re}{48} J(1) + \frac{Pe}{36} \left[2(1-z_0) + \frac{99}{40} \left(1-z_0^{4/3} \right) - \frac{69}{50} \left(1-z_0^{5/3} \right) \right] = \\ &= 0,0288Re + 0,08Pe. \end{aligned}$$

После завершения термической стабилизации начинает изменяться температура на оси потока. Выведем уравнение, описывающее закон её изменения. На интервале $x \geq L_\tau$ профили скорости и температуры описываются одной и той же зависимостью $\delta_\tau = \delta = R$:

$$\frac{u}{U(x)} = \frac{\theta}{\Theta(x)} = 2\eta - \eta^2.$$

Рассчитаем конвективный тепловой поток на рассматриваемом интервале

$$\begin{aligned} Q(x) &= 2\pi r c_p \int_0^R ru(r)\theta(r)dr = \\ &= 2\pi r c_p U_m \Theta(x) R^2 \int_0^1 (1-\eta)^2 (2-\eta)^2 d\eta = \\ &= \frac{1}{3} \pi r c_p U_m \Theta(x) R^2. \end{aligned}$$

Уравнение баланса теплоты запишем в виде

$$\frac{dQ(x)}{dx} = 2\pi R q_w, \text{ или } \frac{1}{\Theta(x)} \frac{d\Theta(x)}{dx} = -\frac{2}{3} \frac{1}{Pe} \frac{L}{2R}, \quad \zeta = \frac{x}{L},$$

интегрируя которое при $\zeta = 0$, $\Theta(0) = \Theta_0$, получим закон изменения температуры по потоку:

$$\frac{\Theta(\zeta)}{\Theta_0} = \exp \left[-\frac{24}{Pe} \frac{L}{2R} \zeta \right], \quad (21)$$

Ниже представлены некоторые результаты численного расчета гидродинамики и теплообмена ламинарного потока на начальном участке. Исходные данные принимались следующими: скорость потока на входе в трубу $U_0=0,2$ м/с, радиус трубы $R = 5 \times 10^{-3}$ м, длина трубы $L=0,8$ м, плотность воды $\rho=1000$ кг/м³, теплоемкость $c_p=4120$ Дж/кг⁰С, коэффициент теплопроводности $\lambda=0,68$ Вт/м⁰С, кинематический коэффициент вязкости $\nu=10^{-6}$ м²/с. Числа Рейнольдса и Пекле при этих данных, подсчитанные по диаметру, составляли: $Re=2000$, $Pe=12350$.

На рис. 1 показаны решения системы уравнений (17).

Точка пересечения графика $y(\zeta)$ с ординатой 1 означает смыкание динамических пограничных слоев, т. е. динамический начальный участок.

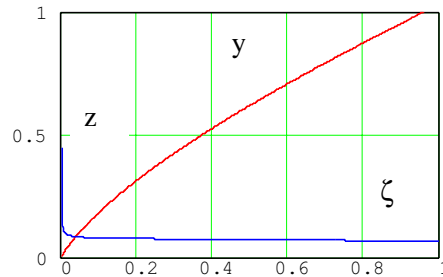


Рис 1. Графики зависимостей $y(z)$ и $z(z)$ по длине канала $z=x/L$ (решение системы уравнений (17)).

Обращает внимание, что на всей длине динамического начального участка функция $z(\zeta)$ остается почти постоянной. Это «постоянное решение» можно найти приближенно. Действительно, приравняв правую часть первого уравнения системы (17) нулю и полагая $y=0$, получим следующее алгебраическое уравнение

$$z + \frac{22}{5} z^3 = \frac{4}{5} \frac{Re}{Pe}. \quad (22)$$

Решением этого уравнения для указанных параметров является $z_*=0,05$

Значение этой же величины в точке смыкания динамических пограничных слоев составляет (по графику рис. 1) $z_{**}=0,068$, т. е. нахождение z алгебраически дает лишь грубое приближение.

На рис. 2 показаны зависимости приведенных толщин динамического и теплового пограничного слоя на участке динамической стабилизации потока. В сечении $\zeta_d=0,959$ динамические пограничные слои сомкнулись, поэтому это сечение определяет длину динамического начального участка.

Длина этого участка по графику равна $L_d = \zeta_m L = 0,959 \cdot 0,8 = 0,762$ м. Расчет этой же длины по формуле (17') приводит к такому же значению. Значение функции z_0 в сечении $x=L_d$ составляет $z_0 = 0,0665$. После завершения динамической стабилизации потока меняется характер нарастания тепловых пограничных слоев. На рис. 3 приводится решение уравнения (18), которое описывает динамику тепловых пограничных слоев за динамическим начальным участком.

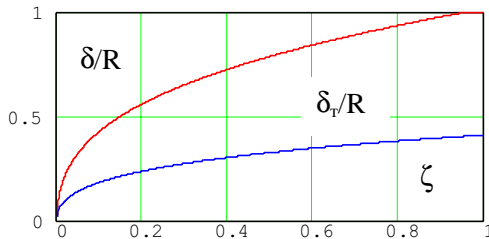


Рис 2. Зависимость приведенных толщин динамического d/R и теплового d_t/R пограничных слоев на динамическом начальном участке $z=x/L$.

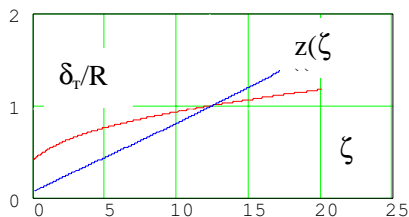


Рис 3. График функции $z(\xi)$ (решение уравнения (18)) и приведенной толщины теплового пограничного слоя d_t/R за участком динамической стабилизации потока.

Из приведенного графика видно, что смыкание тепловых пограничных слоев происходит на расстоянии $\zeta'_t = 12,46$ от динамического начального участка. Это же значение можно вычислить по формуле (19):

$$\begin{aligned} \zeta'_t = \frac{L'_t}{L} &= \frac{Pe}{36} \frac{2R}{L} \left[2(1-z_0) + \frac{99}{40} \left(1-z_0^{4/3}\right) - \frac{69}{50} \left(1-z_0^{5/3}\right) \right] = \\ &= \frac{12350}{36} \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{0,8} \left[2(1-0,06659) + \frac{99}{40} \left(1-0,06659^{4/3}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{69}{50} \left(1-0,06659^{5/3}\right) \right] = 12,46 \end{aligned}$$

или, в калибрах,

$$\frac{L'_t}{2R} = \zeta'_t \frac{L}{2R} = 12,46 \times \frac{0,8}{2 \times 0,005} = 997.$$

Этой формуле можно придать канонический вид

$$\frac{L'_t}{2R} = 0,08Pe.$$

В литературе [1] для длины теплового началь-

ного участка (без длины динамического начального участка) приводится формула

$$\frac{L'_t}{2R} = 0,055Pe.$$

Обращает внимание, что длина теплового начального участка значительно превышает длину динамического. Отношение этих длин определяется выражением

$$\begin{aligned} k &= \frac{\zeta'_t}{\zeta_d} = \frac{L'_t}{L_d} = \\ &= 1 + \frac{4}{3} Pr \left[2(1-z_0) + \frac{99}{40} \left(1-z_0^{4/3}\right) - \frac{69}{50} \left(1-z_0^{5/3}\right) \right] = 1 + 3,88 Pr. \end{aligned}$$

Общую длину теплового начального участка найдём, добавив к полученному выражению длину динамического начального участка,

$$\begin{aligned} \zeta_t &= \zeta'_t + \zeta_d = \frac{L'_t}{L} = \\ &= \frac{2R}{L} \left\{ \frac{Re}{48} J(1) + \frac{Pe}{36} \left[2(1-z_0) + \frac{99}{40} \left(1-z_0^{4/3}\right) - \frac{69}{50} \left(1-z_0^{5/3}\right) \right] \right\} = \\ &= 0,7193 + 12,47 = 13,29. \end{aligned}$$

Характер изменения температуры на оси потока за участком тепловой стабилизации описывается формулой (21). График этой функции изображен на рис 4.

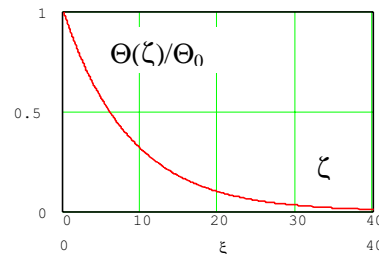


Рис 4. График зависимости приведенной температуры на оси потока по длине трубы за участком тепловой стабилизации.

Из представленного графика видно, что активной длиной трубы за тепловым начальным участком является $\zeta \approx 40$: на этой длине между температурой потока и температурой стенки трубы устанавливается термическое равновесие и теплообмен прекращается. В числах Пекле эта длина составляет

$$\frac{L_{ак}}{2R} = 0,19Pe.$$

Рассмотрим теперь вопрос о местном коэффициенте теплоотдачи и локальном числе Нуссельта на участке динамической и термической стабилизации потока.

Местный коэффициент теплоотдачи найдем из граничных условий 3-го рода задач конвективно-го теплообмена, имеем

$$\beta(x)(T(x) - T_w) = \lambda \left. \frac{\partial T(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0},$$

откуда для $\beta(x)$ получаем

$$\beta(x) = 2 \frac{\lambda}{\delta_t(x)}. \quad (23)$$

Местное число Нуссельта с учетом этой формулы будет выражаться так:

$$Nu_d(x) = \frac{\beta(x)d}{\lambda}. \quad (24)$$

В расчетной практике интерес представляют также средние по длине коэффициент теплоотдачи и число Нуссельта:

$$\beta_L = \frac{1}{L} \int_0^L \beta(x) dx, \quad Nu_L = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx.$$

При известных решениях системы уравнений (17) эти величины легко вычисляются.

На рис. 5 показаны графики зависимости местного коэффициента теплоотдачи и местного числа Нуссельта на начальном участке динамической стабилизации потока xJL_d , а также приведены средние значения этих величин на указанном интервале.

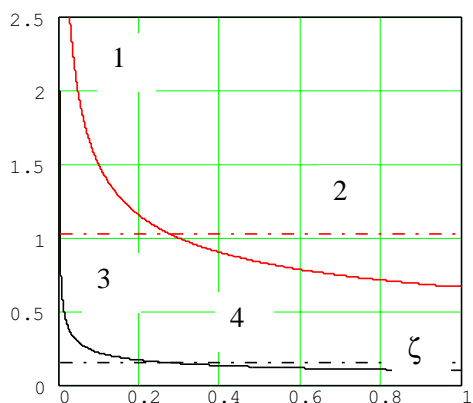


Рис 5. График зависимости $b(z)/1000$ (кривая 1), $Nu(z)/100$ (кривая 3) по длине $z=x/L$ динамического начального участка. Кривая 2 – среднее значение коэффициента теплоотдачи $b_L/1000$ и кривая 4 – среднее значение числа Нуссельта $Nu_L/100$.

На рис 6 представлены эти же зависимости, но за участком динамической стабилизации.

Представляет интерес выяснить роль нестабилизированного поля скоростей на средние значения коэффициента теплоотдачи β_L и среднее значение числа Нуссельта Nu_L . Так, на участке динамической стабилизации потока эти величины со-

ставляют $\beta_L=1031$ Вт/м²°С, $Nu_L=15,1$ (рис 5). Эти же величины за участком динамической стабилизации равны $\beta_L=365$ Вт/м²°С, $Nu_L=5,37$. Непрерывное уменьшение местного коэффициента теплоотдачи по длине теплового начального участка легко объясняется увеличением толщины теплового динамического слоя по потоку, соответственно снижается число Нуссельта.

При расчете труб с длинами меньшими, чем длина теплового начального участка, коэффициенты теплоотдачи и числа Нуссельта многократно превышают соответствующие значения, рассчитанные по формулам стабилизированного течения.

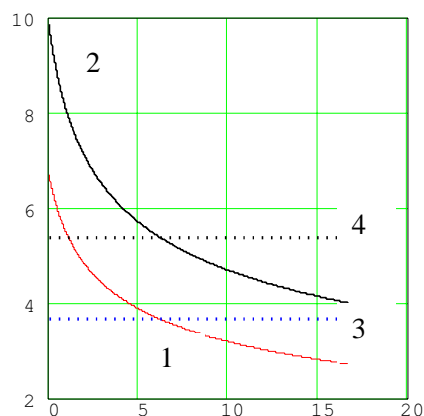


Рис 6. График зависимости $b(z)/100$ (кривая 1), $Nu(z)$ (кривая 2) по длине $z=x/L$ за динамическим начальным участком. Кривая 3 – среднее значение коэффициента теплоотдачи $b_L/100$ и кривая 4 – среднее значение числа Нуссельта Nu_L .

Расчеты, проведенные во всем диапазоне ламинарных чисел Рейнольдса показывают, что среднее значение числа Нуссельта на динамическом начальном участке составляет $Nu_d=15,1$, а на участке термической стабилизации (за динамическим) $Nu_t=5,35$, при этом среднее по участкам число Нуссельта также не изменяются с числами Рейнольдса. Среднее значение числа Нуссельта на всем термическом начальном участке равно постоянному значению $Nu=5,86$.

За тепловым начальным участком все параметры потока стабилизированы: $\beta=2\lambda/R=272$ Вт/м²°С, $Nu=\beta d/\lambda=4$.

В литературе [1] для числа Нуссельта за участком тепловой стабилизации приводится значение 3,66 соответствующее постоянной температуре стенки $T_w=const$. Таким образом, с точность 10% результаты данного исследования совпадают с экспериментальными.

Список использованной литературы:

- Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М.: Энергия, 1975. - 486 с.