

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ ТЕПЛОВЫЙ ИСТОЧНИК В РАДИАЛЬНОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОДШИПНИКЕ С САМОУСТАНОВЛИВАЮЩИМИСЯ СЕГМЕНТАМИ

Представлена статистическая модель теплового источника в радиальном гидродинамическом подшипнике с самоустанавливающимися сегментами. Получены кривые распределений для основных компонентов потерь на трение в подшипнике. Выполнен подробный анализ влияния флуктуации модельных параметров на законы распределения потерь на трение в гидродинамическом подшипнике.

При построении стохастического теплового источника следует различать два уровня моделирования в соответствии с принятым уровнем неопределенности. Это структурная и параметрическая неопределенность модели. Структурная неопределенность модели является нижним уровнем теплового моделирования. Поэтому при практической реализации является самым сложным уровнем моделирования. Более того, не всегда оказывается возможным проведение такого вида моделирования из-за необходимости подтверждения адекватности моделей на дорогих и сложных экспериментальных исследованиях. Более экономичным видом моделирования, но позволяющим добиваться решения задач поиска оптимальных параметров модели, является учет параметрической неопределенности модели. Безусловно, для параметрической неопределенности диапазон неопределенности значительно сужается, т.к. структура модели принимается детерминированной, т.к. принимается некоторая фиксированная структура модели, полученная в предположении действия не случайных операторов. Выбор модели с параметрической неопределенностью обусловлен еще и тем, что оценка адекватности модели может быть выполнена с использованием косвенных методов идентификации на основе проведения пассивных экспериментов, например, по температуре.

Основное предназначение статистического теплового источника – это встраивание в гибридную стохастическую тепловую модель или в статистическую тепловую модель, но с разделяющимися потоками рандомизации.

Алгоритм построения статистического теплового источника в подшипнике включает нижеследующие процедуры.

1) Выбор вектора случайных и не случайных параметров. В соответствии с этим на этой стадии реализации алгоритма обязательно проводится выбор или построение конкретной модели расчета потерь на трение в подшипнике.

2) Назначение диапазона неопределенности или области состояний для каждого из параметров, которые в конечном итоге порождают область состояний для потерь на трение.

3) Рандомизация случайных параметров.

4) Вычисление числовых характеристик: математического ожидания и дисперсии для потерь на трение в подшипнике.

5) Построение статистического закона распределения для мощности тепловыделения, являющихся потерями на трение.

Механические потери в радиальных гидродинамических подшипниках подразделяются на потери: в несущих масляных слоях; от трения шеек шпинделя о масло в ненагруженной зоне и на трение в уплотнениях.

Мощность трения в несущем слое сегмента определяется с учетом того, что потери холостого хода в опорах значительно превосходят нагрузочные потери. Тогда, суммируя потери во всех несущих масляных клиньях в сегментах, получим, кВт:

$$N_{nc} = 5,45 \cdot 10^{-18} \frac{\mu n^2 D^2 B L C_f}{h} z \quad (1)$$

здесь  $D$  – диаметр шейки шпинделя, мм;  $L$  – длина вкладыша вдоль оси шпинделя, мм;  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $mPa \cdot c$ ;  $z$  – число масляных клиньев (для подшипников типа Фильматик не более 8);  $h$  – рабочий зазор, мм;  $\theta$  – угловой размер вкладыша, рад;  $n$  – частота вращения шпинделя,  $мин^{-1}$ .

$$C_f = 1,0 + 0,1 C_L; C_L = \frac{1,25}{1 + (B/L)^2} \quad (2)$$

где  $B = \theta(D + h) / 2$  – длина дуги рабочей поверхности вкладыша, мм.

Потери от трения шеек шпинделя в ненагруженной зоне находятся из решения уравнения напряжения сил трения на шейке шпинделя, вращающегося в масляной ванне, заключенной в цилиндрический резервуар. После пересчета напря-

жения сил трения на мощность трения, потери  $N_{из}$  имеют вид в кВт:

$$N_{из} = 0,068 \cdot 10^{-15} \frac{\mu n^2 r_2^2 r_1^2 L_n}{r_2^2 - r_1^2} (2\pi - \theta z) \quad (3)$$

где  $L_n$  – длина ненагруженной зоны, мм ;  
 $r_2, r_1$  – радиус расточки корпуса и радиус шейки шпинделя, соответственно, в мм.

Потери на трение в щелевых уплотнениях, кВт:

$$N_y = 0,17 \cdot 10^{-16} \mu D^3 \frac{n^2}{h} \quad (4)$$

здесь  $l$  – длина уплотнения, мм.

Теплофизические характеристики масла в тепловых моделях станка обычно представлены в виде некоторых интерполяционных формул в функции температуры:  $\nu(T)$  (кинематическая вязкость масла),  $\rho(T)$  (плотность масла) и  $\mu(T)$  (динамическая вязкость масла). Учитывая, что динамическая вязкость масла  $\mu(T)$  функционально связана с кинематической вязкостью  $\nu(T)$ , для однозначности представления характеристик масла динамическая вязкость масла задается выражением:

$$\mu(t) = \nu(t) \cdot \rho(t) \quad (5)$$

Для масла И-12 ГОСТ 1707-51 регрессионные зависимости имеют вид,  $z / \text{см}^3$ :

$$\rho(T) = 0,8806 + 6,5 \cdot 10^{-4} \cdot T; \quad (6)$$

здесь  $\Delta T = (T(t_2) - T(t_1))$ ;  $T(t_2)$  – температура в опоре в момент времени  $t_2$ ;  $T(t_1)$  – температура в опоре в момент времени  $t_1$ ;  $t_2 > t_1$ .

Кинематическая вязкость масла,  $\text{мм}^2 / \text{с}$ :

$$\nu(T) = 109,7 - 4,509 \cdot T + 0,07857 \cdot T^2 - 6,402 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + 1,991 \cdot 10^{-6} \cdot T^4 \quad (7)$$

Анализ уравнений детерминированной модели показывает, что варьируемыми параметрами или параметрами с неопределенностью являются: диаметр шейки шпинделя  $D$  (в формуле (3) соответственно радиус  $r_1$ ); длина вкладыша вдоль оси шпинделя  $L$ ; длина дуги рабочей поверхности вкладыша  $B$ ; угловой размер вкладыша  $\theta$ ; рабочий зазор  $h$ ; длина не-

нагруженной зоны  $L_n$ ; радиус расточки корпуса  $r_2$ ; длина уплотнения  $l$ ; динамическая вязкость смазки  $\mu$ .

Эти параметры принимаются в качестве случайных параметров стохастической модели теплового источника. В качестве не случайных параметров принимаются: количество сегментов подшипника  $z$  и частота вращения шпинделя  $n$ . Исходя из конструктивной особенности гидродинамического подшипника, можно считать  $L_n \approx L$ . Тогда для диапазона неопределенности справедливо  $\Delta L_n \approx \Delta L$ .

Для практической реализации стохастической модели требуется еще задание области состояний каждого из случайных параметров. Для этого использовались данные из литературы основных исполнительных размеров различных типоразмеров подшипника типа ЛОН-34, радиально-упорных шпиндельных гидродинамических подшипников фирмы FAG для стандартизованных шпиндельных узлов типа HDK и радиального гидродинамического подшипника с самоустанавливающимися сегментами типа Фильматик, использованного в горизонтально-шлифовальном станке болгарского производства высокой точности мод. ШПХ32.11 (на нем были проведены экспериментальные тепловые исследования).

Исходные значения параметров и основные соотношения между ними принимались следующие:

$$1) \theta_0 = \pi / 3; \Delta \theta = \pm 0,150;$$

2) Для  $30 \leq D \leq 50 \text{ мм}$  зазор  $10 \leq h \leq 15 \text{ мкм}$ ; для  $50 \leq D \leq 100 \text{ мм}$  зазор  $15 \leq h \leq 30 \text{ мкм}$ ; для  $100 \leq D \leq 150 \text{ мм}$  зазор  $30 \leq h \leq 45 \text{ мкм}$ ;

3) для длины вкладыша  $L$   $0,25D \leq L \leq 0,75D$  при этом  $\Delta L = \pm 0,5L$ , исходные значения принимаются  $L_0 = 0,5D$ ;

4) длина  $l$  в абсолютном измерении зависит от типа применяемого уплотнения, здесь принят достаточно широкий диапазон ее абсолютных значений в мм:  $2 \leq l \leq 25$ ;

5) для радиуса расточки корпуса подшипника примем в качестве основного соотношения  $r_{2,\min} \leq r_2 \leq r_{2,\max}$ , где  $r_{2,\min} = 1,5r_1$  и  $r_{2,\max} = 2,0r_1$ ;

6) для динамической вязкости масла нижний предел устанавливается на уровне  $1,5 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ ; рекомендуемые характеристики масел должны быть близки к характеристикам масла типа «велосит» с кинематической вязкостью при

температуре равной  $50^{\circ}\text{C}$ , из диапазона  $v_{50} = 4,0 \div 5,0 \text{ мм}^2/\text{с}$  или вазелинового масла с  $v_{50} = 5,1 \div 8,5 \text{ мм}^2/\text{с}$ .

Рандомизация случайных параметров осуществляется традиционным способом с применением генератора случайных чисел, имеющихся в каждом компиляторе.

Вычисление математического ожидания и дисперсии осуществляется с использованием выражений:

$$\begin{aligned} M[N_{nc}] &= \sum_{i=1}^m N_{nc,i} / m; \\ M[N_{nz}] &= \sum_{i=1}^m N_{nz,i} / m; \\ M[N_y] &= \sum_{i=1}^m N_{y,i} / m, \\ M[N_{\Sigma}] &= \sum_{i=1}^m N_{\Sigma,i} / m, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $m$  – число реализаций;

$$N_{\Sigma,i} = N_{nc,i} + N_{nz,i} + N_{y,i}.$$

Вычисление дисперсии для потерь на трение в нагруженной и ненагруженной зонах, уплотнениях, а также для суммарных потерь на трение  $D[N_{nc}]$ ,  $D[N_{nz}]$ ,  $D[N_y]$  и  $D[N_{\Sigma}]$ , соответственно, осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned} D[N_{nc}] &= \sum_{i=1}^m N_{nc,i}^2 / m - M^2[N_{nc}]; \\ D[N_{nz}] &= \sum_{i=1}^m N_{nz,i}^2 / m - M^2[N_{nz}]; \\ D[N_y] &= \sum_{i=1}^m N_{y,i}^2 / m - M^2[N_y]; \\ D[N_{\Sigma}] &= \sum_{i=1}^m N_{\Sigma,i}^2 / m - M^2[N_{\Sigma}]. \end{aligned} \quad (9)$$

Для построения статистической функции распределения выбирается число интервалов  $p$ , и вся область состояний для  $N_{nc}$ ,  $N_{nz}$ ,  $N_y$  и  $N_{\Sigma}$  разбивается на  $p$  интервалов. Размер каждого интервала составляет следующие величины:

$$\begin{aligned} \Delta_{1,N_{nc}} &= \Delta_{N_{nc}} / p; \quad \Delta_{2,N_{nz}} = \Delta_{N_{nz}} / p; \\ \Delta_{3,N_y} &= \Delta_{N_y} / p \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{и} \quad \Delta_{4,N_{\Sigma}} = \Delta_{N_{\Sigma}} / p,$$

$$\text{где} \quad \Delta_{N_{nc}} = N_{nc,max} - N_{nc,min};$$

$$\Delta_{N_{nz}} = N_{nz,max} - N_{nz,min};$$

$$\Delta_{N_y} = N_{y,max} - N_{y,min}$$

$$\text{и} \quad \Delta_{N_{\Sigma}} = N_{\Sigma,max} - N_{\Sigma,min}.$$

После этого устанавливаются относительные частоты попадания текущих случайных величин  $N_{nc,i}$ ,  $N_{nz,i}$ ,  $N_{y,i}$  и  $N_{\Sigma,i}$  в виде:

$$p_{1,j} = m_{1,j} / m; \quad p_{2,j} = m_{2,j} / m;$$

$$p_{3,j} = m_{3,j} / m \quad \text{и} \quad p_{4,j} = m_{4,j} / m,$$

где  $m_{1,j}$ ;  $m_{2,j}$ ;  $m_{3,j}$ ;  $m_{4,j}$  – частоты попадания текущих случайных величин  $N_{nc,i}$ ,  $N_{nz,i}$ ,  $N_{y,i}$  и  $N_{\Sigma,i}$  в соответствующие интервалы  $\Delta_{1,N_{nc}}$ ,  $\Delta_{2,N_{nz}}$ ,  $\Delta_{3,N_y}$  и  $\Delta_{4,N_{\Sigma}}$ ;  $j = 1 \div p$  – индекс каждого интервала.

Данный алгоритм был реализован программно. После этого был проведен вычислительный эксперимент, в ходе которого исследовались традиционные для статистических моделей положения:

1) влияние ширины диапазона неопределенности каждого из случайных параметров на характер функции распределения выходных случайных функций  $N_{nc}$ ,  $N_{nz}$ ,  $N_y$  и  $N_{\Sigma}$  и их область состояний;

2) влияние числа реализаций  $m$  на флуктуацию соответствующих числовых характеристик и вид функций распределения выходных случайных функций  $N_{nc}$ ,  $N_{nz}$ ,  $N_y$  и  $N_{\Sigma}$ ;

3) выбор рационального числа интервалов  $p$  для построения законов распределения случайных функций  $N_{nc}$ ,  $N_{nz}$ ,  $N_y$  и  $N_{\Sigma}$ .

Оказалось, что потери от трения в ненагруженной зоне для гидродинамического подшипника являются несущественными при реальных соотношениях радиуса расточки корпуса подшипника и шейки шпинделя. Хотя более значительные значения потерь на трение наблюдаются при стремлении разницы расточки корпуса и радиуса шейки шпинделя к нулю, но при реальных сочетаниях этих параметров в конструкциях подшипника этого не происходит. Максимальные значения потерь на трение в ненагруженной зоне для шейки шпинделя в  $60 \text{ мм}$  при температуре не ниже  $35^{\circ}\text{C}$  не превысили  $20 \text{ Вт}$ . Поэтому потери  $N_{nz}$  в дальнейшем подробно не исследовались, для них вычислялись лишь числовые характеристики.

Потери в щелевых уплотнениях подшипника вносят более значительный вклад в суммарные по-

тери на трение. При определенном сочетании геометрических параметров подшипника они могут стать сопоставимыми по величине с потерями в несущем слое. На рисунках 1 и 2 приведены кривые распределения для потерь на трение в несущих слоях сегментов подшипника и в уплотнениях соответственно. Кривые 1 получены при заданном уровне флуктуаций всех параметров  $\pm 0,1$ , кроме флуктуаций зазора  $\Delta h = \pm 0,5h$ . Кривые 2 получены при аналогичном сочетании параметров, только в данном случае  $\Delta D = \pm 0,5D$ . Для кривых 3 и 4 заданы условия:  $\Delta L = \pm 0,5L$  и  $\Delta l = \pm 0,5l$  соответственно. Сопоставление соответствующих кривых на рисунках 1 и 2 показывает, что плотности распределений  $g(N_{nc})$  и  $g(N_y)$  различаются в основном количественно – размером области состояний соответствующих случайных функций  $N_{nc}$  и  $N_y$ .

Учитывая, что на потери на трение в несущем слое и уплотнениях оказывают влияние только шесть параметров:  $D, L, \theta, h, l$  и  $\mu$ , то все последующие исследования выполнялись лишь относительно этих параметров. Так оказалось, что линейное вхождение параметров  $L$  и  $\theta$  в функции потерь на трение порождает практически одинаковый характер изменения функций распределения  $g(N_{\Sigma})$ . Величина области состояний суммарных потерь на трение при этом пропорциональна фактической ширине областей состояний этих параметров. Учитывая, что для длины вкладыша эта область в абсолютном измерении больше, поэтому и ширина области состояний суммарных потерь на трение также несколько больше, хотя и не очень значительно. При этом флуктуации этих двух параметров воздействуют на суммарные потери на трение лишь через потери в несущем слое подшипника. Напротив, флуктуации длины уплотнения  $l$

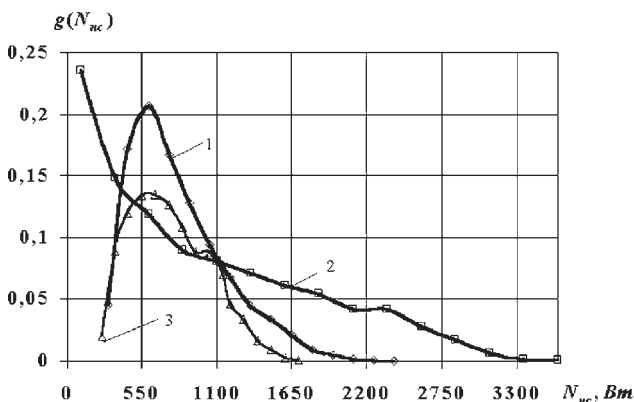


Рисунок 1. – Кривые распределения потерь на трение в несущих слоях подшипника при флуктуациях отдельных модельных параметров.

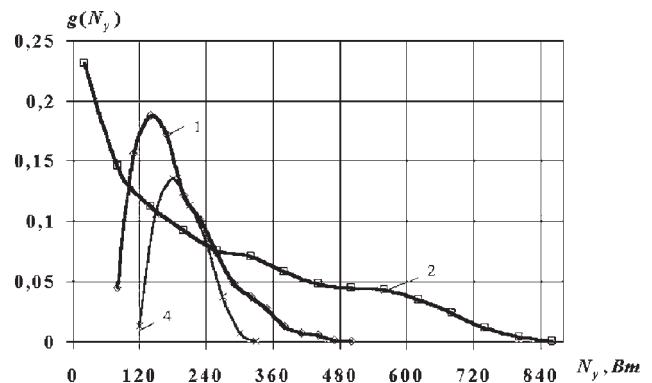


Рисунок 2. – Кривые распределения для потерь на трение в уплотнениях при флуктуациях модельных параметров.

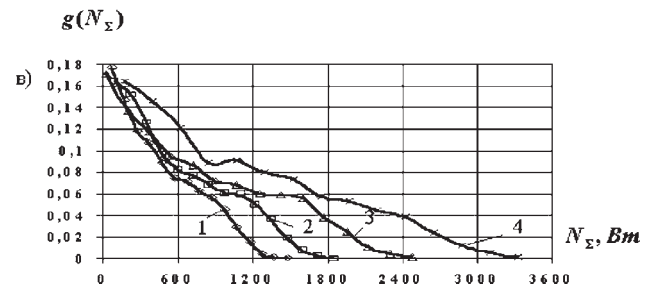
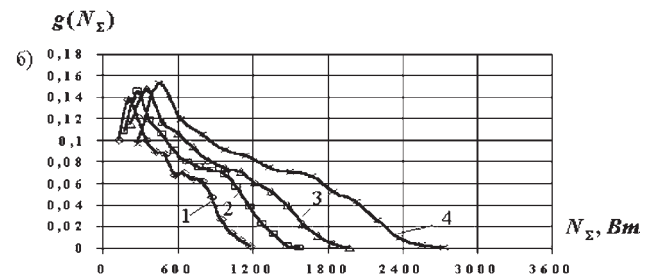
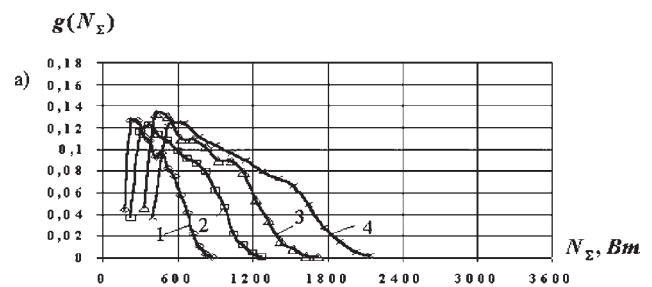


Рисунок 3. – Кривые распределения для суммарных потерь на трение при флуктуациях шейки шпинделя.

приводят к изменению области состояния лишь потерь в уплотнениях. Учитывая, что потери в уплотнениях существенно меньше, чем потери в несущем слое, поэтому и изменение области состояний суммарных потерь при флуктуациях параметра  $l$  незначительно. Так, изменение максимальной величины потерь в уплотнениях при следующем сочетании геометрических параметров:  $D = 60 \text{ мм}$ ;  $L = 45 \text{ мм}$ ;  $\theta = 1 \text{ рад}$ ;  $z = 3$ ;  $h = 20 \text{ мкм}$  – составило не более  $30 \text{ Вт}$  при  $\Delta l = \pm 0,5l$ . При оценке влияния неопределенности величины зазора  $h$  на характер кривой распределения потерь  $N_{\Sigma}$  следует отметить, что параметр  $h$  определяет как потери  $N_{nc}$ , так и  $N_y$ , поэтому изменение области состояния  $N_{\Sigma}$

более существенно, чем в предыдущем случае. Так, при тех же геометрических параметрах подшипника, изменение максимальных потерь  $N_{\Sigma}$  при  $\Delta h = \pm 0,5h$  составило более  $900 \text{ Вт}$ . Флуктуации динамической вязкости масла с  $\Delta \mu = \pm 0,5\mu$  вызвали максимальные изменения потерь на трения  $N_{\Sigma}$  около  $300 \text{ Вт}$ .

Таким образом, проведенные исследования показали возможности упрощения моделирования теплового источника в радиальном подшипнике. Полученные законы распределения для тепловых потерь в подшипнике создают возможности последующего их использования в тепловой модели как подшипника, так и всего шпиндельного узла в целом.