Канюков В.Н., Мурашов А.Д.

О ГАУССОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЕЛИЧИНЫ ВОЗРАСТА ПАЦИЕНТА ПРИ ОФТАЛЬМОХИРУРГИЧЕСКОМ ВМЕШАТЕЛЬСТВЕ

Рассмотрено гауссово распределение величины возраста пациента на момент проведенной ему офтальмологической операции. Определена его роль, как показателя офтальмологического здоровья, так и здоровья вообще, определяемого социальными, наследственными, генетическими и прочими факторами.

Хорошо известна роль вероятностных и статистических методов в естествознании, в частности, в медицине и биологии. При этом одним из наиболее часто встречающихся распределений исследуемых случайных величин является гауссово, его синоним нормальное распределение. Кратко напомним его суть.

Пусть $\xi \in R^1$ – произвольная одномерная нормальная случайная величина, тогда ее функция распределения имеет вид:

$$P(\xi = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp[-\frac{1}{2}(\frac{t-M\xi}{\sigma})^2]dt \quad (1),$$

где: $P(\xi \le x)$ – вероятность, что $\xi \le x$;

$M\xi$ – математическое ожидание случайной величины ξ;

$\sigma = (D\xi)^{1/2}$ – среднее квадратическое отклонение ξ;

$D\xi$ – дисперсия ξ.

В этом случае математическое ожидание $M\xi$ и дисперсия $D\xi$ полностью определяют искомую функцию распределения $P(\xi \le x)$.

За 15 лет своего существования врачи Оренбургского филиала ГУ МНТК «Микрохирургия глаза» провели более 125000 операций. Имея такой богатый материал мы поставили цель найти вероятностное распределение случайной величины – возраст пациента при условии его оперирования по поводу какого – либо офтальмологического заболевания.

Для анализа нами были отобраны 107124 операции по состоянию на 30.09.2004 год. Для корректности исследования были исключены повторные и комбинированные операции, проводимые больному на один глаз, то есть исключены случаи, когда в ходе лечения на один глаз требуется проводить несколько операций, в зачет идет одна.

Пусть V – случайная величина – возраст пациента на момент даты операции. Возраст пациента вычислялся как количество суток, прожитых пациентом от момента рождения до момента операции. Средняя продолжительность года, как обычно, принимается равной 365,25 суток. Проведя необходимые, весьма объемные, вычисления, были найдены все вероятности P_i – операции пациенту при каждом данном фиксированном возрасте, с точностью не хуже 10^{-12}, что было достигнуто перенормировкой искомых вероятностей на 10^9.

Найденное математическое ожидание составило: MV = 16804,7284 суток = 46,0088 лет.

Дисперсия составила DV = 86555626,3728 и следовательно среднее квадратичное отклонение $\sigma = (DV)^{1/2}$ = 9303,5276 суток = 25,4717 лет.

Учитывая, что все события ω_i = «Операция для данного пациента» независимы и образуют полную группу Ω, в табличном виде была построена искомая функция распределения. У нас нет никакой возможности в этой статье привести эту таблицу, ввиду ее колоссального размера. Исходная таблица содержит 107124 строки, таблица с вычисленными вероятностями P_i и значениями $P(V_i = x)$ содержит 28221 строку. Внимательный анализ полученной нами, назовем ее экспериментальной, функции распределения $P(V_i = x)$ показал, что наилучшим образом она аппроксимируется гауссовской функцией распределения, интегралом вероятностей, также называемой и функцией Лапласа (1). Эта функция относится к классу так называемых специальных функций, в курсе математического анализа хорошо изучена и протабулирована с высокой точностью.

Мы сравнили нашу экспериментальную функцию распределения с теоретической при известном нам математическом ожидании MV = 16804,7284 и среднем квадратичном отклонении $\sigma = (DV)^{1/2}$ = 9303,5276 по данным фундаментальной монографии [1] в 190 точках (именно столько значений приведено в монографии). Относительные отклонения экспериментальных значений вероятностей вида $P(V_i = x)$ от теоретических не превышали ε = 0,03 ч 0,07, что для исследования такого рода следует признать очень хорошим результатом. С еще большей точностью ε = 0,001 ч 0,010 получены значения вида $P(V_{1i} = V = V_{2i})$, когда определялась вероятность попадания в заданный интервал возрастов.

В рамках нашей экспериментальной модели полностью подтвердился предсказываемый теорией результат о вероятности P(MV-σ? V =