Полищук В.Ю., Василевская С.П.

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА В КАНАЛЕ ШНЕКА ПРИ НАЛИЧИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ДНЕ КАНАЛА

На плоской модели проанализировано движение материала в канале шнека при наличии пограничного слоя на дне канала, по которому происходит проскальзывание материала. Получено условие, определяющее характер движения материала в зависимости от относительной скорости движения рабочих органов и градиента давления в канале. Предложен параметр – эффективное давление, позволяющий характеризовать обрабатывающее воздействие на экструдат.

В настоящее время происходит интенсивное развитие экструзионных технологий переработки сырья растительного и животного происхождения. В связи с этим повышенные требования предъявляются к теоретическому описанию процесса экструдирования материалов шнековыми прессующими механизмами. Наибольшее распространение получили одношнековые экструдеры с постоянными геометрическими параметрами по длине шнека и мелкими шнековыми каналами, то есть такими, ширина которых превышает глубину более чем в два раза. Обычно влиянием лопастей в таком канале пренебрегают и движение материала рассматривают между двумя параллельными плоскостями. При этом задача движения становится одномерной.

Решение задачи движения материала в канале шнека осложнено большим количеством граничных условий, связанных между собой.

В случае экструдирования материала со свойствами псевдопластической жидкости вид решения определяется положением точки, в которой напряжения сдвига в материале равны нулю. Эта точка может быть расположена как внутри канала, так и вне его. Если она расположена внутри канала, то определяет положение слоя с максимальной скоростью материала.

С.А. Бостанджиян и А.М. Столин [1] показали, что существует возможность движения материала как с прилипанием к плоскости, замещающей дно канала шнека, так и с проскальзыванием по ней. Там же они вывели условие для относительной скорости движения плоскостей, при выполнении которого равенство нулю напряжений сдвига имеет место в полости канала в случае прилипания материала к обеим плоскостям. Проведенные исследования [2] дают основание утверждать, что при экструдировании материалов растительного происхождения материал движется с проскальзыванием по дну канала шнека. Для этого случая было [3] получено условие для объемного расхода материала на единичной ширине канала, при выполнении которого равенство нулю напряжений сдвига имеет место в полости канала шнека. Однако необходимость использования выходной величины для вычисления исходного граничного условия математической модели делает это условие неудобным для практического применения. Впоследствии было предложено рассматривать движение с проскальзыванием по плоскости, замещающей дно шнекового канала, как движение материала со свойствами, отличающимися от свойств основного материала, в тонком пограничном слое [4]. При этом материал в пограничном слое прилипает к плоскости, замещающей дно канала шнека. Такой режим движения материала реализуется, например, при экструдировании материалов растительного происхождения.

Проведем анализ характера движения материала в канале шнека.

В соответствии с изложенным заменим канал шнека моделью из двух неограниченных параллельных плоскостей, расположенных на расстоянии, равном глубине канала шнека $h_ш$. В расчетах будем полагать $h_ш$=0,0075 м. Расположим систему координат xOy как показано на рисунке 1.

Верхняя плоскость 1 движется со скоростью v_c относительно нижней 2. Напряжения сжатия, которым припишем положительные значе-

Рисунок 1. Схема модели шнекового канала:
1 – плоскость, замещающая шнековый цилиндр;
2 – плоскость, замещающая дно шнекового канала

ния, возрастают в направлении вектора скорости v_c. На плоскостях проскальзывание материала отсутствует. Будем придерживаться гипотезы, высказанной ранее [4], что вблизи плоскости 2 имеется пограничный слой с реологическими свойствами, отличными от свойств остального материала в канале шнека. Граница этого слоя толщиной h_n обозначена на рисунке 1 пунктирной линией. В приближенных расчетах можно принять h_n=0,00007 м (по результатам исследований аспиранта кафедры МАХПП ОГУ А.Ш. Насырова). Поскольку мы описываем поведение при экструдировании влажного материала, будем считать, что реологические свойства этого слоя не существенно отличаются от свойств воды или водных растворов крахмала. Примем для дальнейших вычислений абсолютную вязкость материала в пограничном слое μ=0,0001 МПа•с (по результатам исследований аспиранта кафедры МАХПП ОГУ Р.Н. Абдрафикова)

Уравнение равновесия для данного случая имеет вид [1]

$$\tau=\frac{d\sigma}{dx}(y-y_0), \qquad (1)$$

где τ – напряжение сдвига в прессуемом материале;

$\frac{d\sigma}{dx}$ – градиент нормальных напряжений в прессуемом материале;

y_0 – координата плоскости, на которой касательные напряжения $\tau=0$.

Будем считать, что зависимость напряжения сдвига τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ (градиента скорости $\frac{dv}{dy}$) в пограничном слое удовлетворительно описывается уравнением идеальной жидкости

$$\tau=\mu\dot{\gamma}=\mu\frac{dv}{dy}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1) и после интегрирования, приняв граничное условие $v=0$ при $y=0$, получим скорость материала на границе пограничного слоя, обозначенной пунктиром на рисунке 1,

$$v_n=\frac{1}{2\mu}\frac{d\sigma}{dx}\left[\left(h_n-y_0\right)^2-y_0^2\right]. \qquad (3)$$

Возведя скобки в квадрат, приведя подобные члены и пренебрегая величиной h_n^2 ввиду ее малости, получим

$$v_n=-\frac{1}{\mu}\frac{d\sigma}{dx}h_n y_0. \qquad (4)$$

Упрощение уравнения (2.4) уменьшит величину v_n не более, чем на 0,25 миллиметра в секунду.

Из (4) следует, направление скорости проскальзывания в ту же сторону, что и v_c, если $y_0<0$, и в сторону, противоположную v_c, если $y_0>0$.

Будем полагать, что вне пограничного слоя в канале шнека, а также в других полостях рабочего пространства реологическое уравнение течения псевдопластической жидкости удовлетворительно описывается уравнением Оствальда - де Виля [2]

$$\tau=\mu'\dot{\gamma}^n, \qquad (5)$$

где μ' – коэффициент консистенции материала;

n – индекс течения, характеризующий отклонение свойств данного материала от свойств ньютоновской жидкости.

В расчетах примем их равными μ'=0,052 МПа•с^n, n=0,25.

Подставив значение напряжения сдвига из (5) в (1), получают распределение скорости между плоскостями 1 и 2 (рисунок 1).

Анализ, проведенный С.А. Бостанджияном и А.М. Столиным [1], показал, что вид решения уравнения (1) при использовании уравнения Оствальда - де Виля зависит от величины y_0. Если $0<y_0<h_ш$, направление касательных напряжений изменяется в канале шнека (рисунок 1) и решение уравнения (1) имеет вид

$$v_1=v_n+\frac{a_ш}{m+1}[(y_0-h_n)^{m+1}-(y_0-y)^{m+1}];$$
$$h_n\le y\le y_0; \qquad (6)$$

$$v_2=v_c+\frac{a_ш}{m+1}[(h_ш-y_0)^{m+1}-(y-y_0)^{m+1}];$$
$$h_ш\ge y\ge y_0, \qquad (7)$$

где $a_ш=\left(\frac{1}{\mu'}\right)^m\left|\frac{d\sigma}{dx}\right|^m$, $m=\frac{1}{n}$.

Если $y_0<0$, касательные напряжения не изменяют направления в канале шнека (рисунок 1) и для описания распределения скоростей достаточно уравнения (7), которое в этом случае справедливо при $h_ш\ge y\ge h_n$.

Ввиду малой толщины слоя h_n по сравнению с величиной $h_ш$ распределение скорости движения материала в пограничном слое интереса не представляет.

Если $h_n \le y_0 \le h_ш$, используя условие непрерывности скорости в канале шнека $v_1=v_2$ при $y=y_0$, можно определить из уравнений (6) и (7) величину y_0, задавшись скоростью v_c плоскости 2 и градиентом нормальных напряжений $\frac{d\sigma}{dx}$, получим

$$\frac{a_ш}{m+1}[(h_ш-y_0)^{m+1}-(y_0-h_n)^{m+1}]+v_c-v_n=0. \qquad (8)$$

Можно получить условие «квазиприлипания» материала к плоскости 2 при $v_n=0$. Из уравнений (3) имеем $y_0=\frac{h_n}{2}$, а из (4) $y_0=0$. Подставив эти значения y_0 в (7), получим отношение скоростей

$$\frac{v_c(0)}{v_c\left(\frac{h_n}{2}\right)}=\frac{h_n^{m+1}-h_ш^{m+1}}{\left(\frac{h_n}{2}\right)^{m+1}-\left(h_ш-\frac{h_n}{2}\right)^{m+1}}. \qquad (9)$$

Это отношение при принятых нами параметрах равно 1,024. Близость отношения к единице показывает достаточную точность описания скорости проскальзывания в пограничном слое уравнением (4), что дает возможность использовать его при математическом моделировании процесса экструдирования.

Представляет интерес максимально возможное значение y_0, которое возникает при $v_c=0$. Если пограничный слой у плоскости 2 отсутствует, $y_{0max}=\frac{h_ш}{2}$ независимо от градиента давления и реологических свойств экструдируемого материала [1]. В случае наличия пограничного слоя y_0 находится из трансцендентного уравнения (8) с учетом (4). Результаты вычислений приведены на рисунке 2. Пограничный слой на рисунке 2 отделен пунктиром.

Из диаграммы, приведенной на рисунке 2, следует, что при изменении величины градиента нормальных напряжений от 0 до 4,3 МПа/м максимальная скорость движения материала имеет место в пограничном слое. При дальнейшем увеличении градиента нормальных напряжений сопротивление пограничного слоя превосходит сопротивление основного потока, и максимальная скорость переходит в основной поток материала. Однако, несмотря на увеличение градиента нормальных напряжений до практически максимально возможной в шнековом прессующем механизме – 10 МПа/м, координата точки максимальной скорости на порядок меньше высоты канала. Таким образом, характер движения материала в случае проскальзывания по дну канала шнека сильно отличается от движения без проскальзывания, а режимы экструдирования с условием $0 \le y_0 \le h_n$ могут часто встречаться при экструдировании растительного сырья.

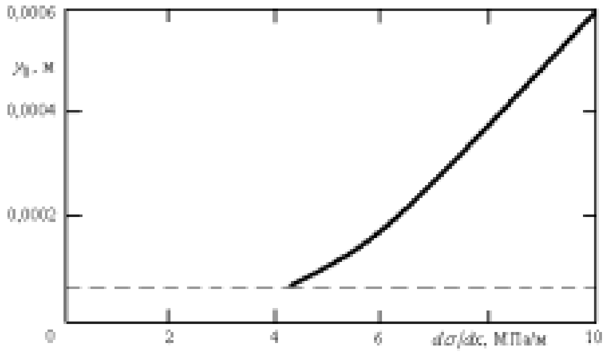

Рисунок 2. Изменение положения точки максимальной скорости в модели канала шнека

Исследуя область определения функции (8) с учетом (4), можно получить условие попадания координаты y_0 на отрезок $h_n \le y_0 \le h_ш$. Дополнительно будем учитывать, что, как видно из рисунка 1, практический смысл имеет только скорость $v_c<0$. Пренебрегая, как и ранее, членом, содержащим h_n^2, получим

$$v_c \ge -\frac{a_ш}{m+1}(h_ш-h_n)^{m+1}. \qquad (10)$$

Принято считать, что экструдирование происходит эффективно, если в канале отсутствует участок с направлением скорости движения материала, противоположным v_c (противоток). Наличие противотока уменьшает транспортирующую способность прессующего механизма. Таким образом, выражение (10) можно считать приближенным условием, ограничивающим неэффективные режимы.

Однако для более полного определения эффективности экструдирования следует дать энергетическую оценку режимов движения материала в канале шнека, которую определим через энергоемкость.

Объемный расход прессуемого материала на единичной ширине пространства между плоскостями определим без учета влияния пограничного слоя. Будем полагать, что проскальзывание со скоростью v_n осуществляется непосредственно по плоскости 2. Кроме того, для обеспечения положительного значения расхода преобразуем (6) и (7) так, чтобы приписать скорости v_c положительное значение.

Тогда для $y_0 < 0$ объемный расход на единичной ширине пространства между плоскостями примет известный вид в случае проскальзывания по плоскости 2 [2]

$$Q=\int_0^{h_ш} v_2 dy = v_c h_ш + a_ш \times$$

$$\times \left[\frac{(h_ш - y_0)^{m+2} - (-y_0)^{m+2}}{(m+1)(m+2)} - \frac{h_ш (h_ш - y_0)^{m+1}}{m+1}\right]. \quad (11)$$

Для случая $0 \le y_0 \le h_ш$ уравнение, определяющее v_1, с указанными выше допущениями примет вид

$$v_1 = v_n + \frac{a_ш}{m+1}[(y_0 - y)^{m+1} - y_0^{m+1}]. \quad (12)$$

С учетом (12) объемный расход на единичной ширине пространства между пластинами

$$Q=\int_0^{y_0} v_1 dy + \int_{y_0}^{h_ш} v_2 dy =$$

$$= v_c (h_ш - y_0) + v_n y_0 - a_ш \frac{(h_ш - y_0)^{m+2} + y_0^{m+2}}{m+2}. \quad (13)$$

Мощность N, передаваемая материалу на единичной ширине канала шнека плоскостью 1 (рисунок 1), с учетом (1) равна

$$N = v_c \frac{d\sigma}{dx}(h_ш - y_0) x_ш, \quad (14)$$

где $x_ш$ – рабочая длина развертки канала шнека на диаметре D_c.

В расчетах примем $x_ш = 2{,}1$ м.

Величина N/Q, определяемая выражением (14) и выражениями (11) или (13), имеет размерность давления, поэтому назовем ее эффективным давлением шнекового прессующего механизма. Она характеризует количество механической энергии, получаемой единицей объема экструдируемого материала в канале шнека.

На рисунке 3 представлены диаграммы зависимости эффективного давления от градиента напряжений в канале шнека при различных скоростях плоскости 1. Расчетные параметры приведены в тексте ранее.

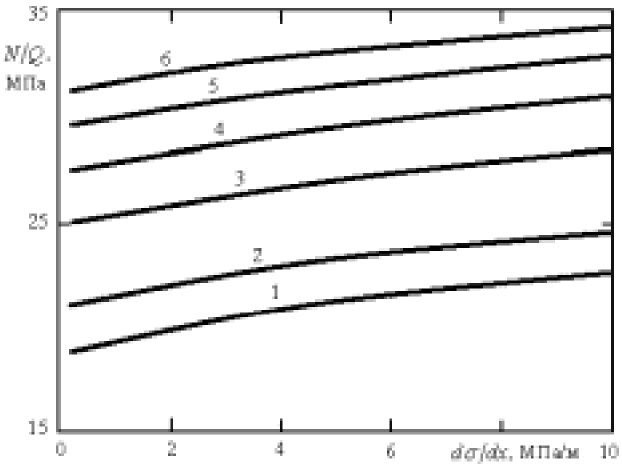

Рисунок 3. Зависимость эффективного давления от градиента напряжений в канале шнека при скоростях $|v_c|$:
1 – 0,10 м/с; 2 – 0,15 м/с; 3 – 0,30 м/с;
4 – 0,45 м/с; 5 – 0,60 м/с; 6 – 0,75 м/с.

Область, где выполняется условие (10), на рисунке отсутствует, так как для ее появления необходимы градиенты нормальных напряжений в 2…3 раза больше, чем показаны на рисунке. Это обусловлено влиянием пограничного слоя. В одношнековых экструдерах градиенты нормальных напряжений 20…30 МПа/м на практике не могут быть созданы.

Эффективное давление слабо зависит от градиента нормальных напряжений, причем с ростом скорости эта зависимость ослабевает. Прирост эффективного давления с увеличением скорости $|v_c|$ также ослабевает.

Наименее энергоемкими являются режимы с минимальным градиентом нормальных напряжений и минимальной скоростью $|v_c|$.

Таким образом, движение материала в канале шнека при наличии пограничного слоя существенно отличается от движения с прилипанием к контактным поверхностям. Движение с проскальзыванием по пограничному слою может быть описано в том же объеме, что и движение с прилипанием.

Список использованной литературы:

1. Бостанджиян С.А., Столин А.М. Течение неньютоновской жидкости между двумя параллельными плоскостями // Известия АН СССР, Механика, 1965, №1. – С. 185-188.
2. Полищук В.Ю., Коротков В.Г., Зубкова Т.М. Проектирование экструдеров для отраслей АПК. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 201 с.
3. Зубкова Т.М., Насыров А.Ш. Учет характера движения материала в канале шнека при математическом моделировании экструдирования растительного сырья // Вестник ОГУ, 2003, №1. – С. 147-151.
4. Зубкова Т.М., Абдрафиков Р.Н., Мусиенко Д.А. Определение скорости проскальзывания экструдируемого материала по дну шнекового канала // Вестник ОГУ, 2002, №5. – С. 195-197.