

## СПИН-ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ВТСП МАГНИТОКЕРАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Методом скобок Пуассона исследовался эффект обменного усиления электрон-фононного взаимодействия в сложных соединениях редкоземельных металлов и керамических металло-оксидных систем со структурой перовскита. Было получено дисперсионное уравнение и найден эффективный параметр спин-фононной связи. Определены условия усиления электрон-фононного взаимодействия и повышения критической температуры сверхпроводящего перехода.

Для того чтобы рассмотреть спин-волновую динамику ВТСП в различных областях фазовой диаграммы ВТСП, надо записать эффективный спиновый, а затем и спин-фононный гамильтониан, так как из экспериментальных данных известно, что спиновая система имеет тенденцию к установлению антиферромагнитного дальнего порядка. С другой стороны, эксперимент показывает, что в парамагнитной фазе ВТСП существуют сильные парамагнитные флуктуации [1, 2, 3]. Кроме того, процесс разрушения антиферромагнитного дальнего порядка происходит не только благодаря усилению флуктуаций и увеличению кинетической энергии носителей, но и вследствие фрустрационного механизма [4]. Поэтому спиновая система должна иметь две компоненты: быстро осциллирующую в пространстве с волновым вектором магнитной структуры  $k_s$  (антиферромагнитную), который в области установления антиферромагнитного дальнего порядка является волновым вектором антиферромагнитной структуры, и компоненту, осциллирующую в пространстве с волновым вектором  $k_c$  (парамагнитную, флуктуационный аналог вектора ферромагнетизма). Отсюда вектор намагниченности ВТСП  $\Omega$  можно представить в виде суммы двух векторов:

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2, \quad (1)$$

где  $\Omega_2$  – комплексный вектор следующего вида:

$$\Omega_2 = \Omega_{20} \exp(ik_s r). \quad (2)$$

Тогда можем записать эффективный спиновый гамильтониан системы в следующем виде [4]:

$$H_s^{\text{эфф}} = \frac{1}{2} \int dx \left[ \frac{1}{\chi_{ij}} (m_i m_j^*) + \frac{1}{k_c^2} J_{0s} (A_{vi} A_{vj}^*) - J_{0s} (\Omega_i \Omega_j^*) - \mu (H, \Omega_i + \Omega_j^* + m_i + m_j^*) \right]. \quad (3)$$

Учитывая формулы (1) и (2), гамильтониан (3) можно преобразовать к виду:

$$H_s^{\text{эфф}} = \int dr \left[ \frac{1}{2\chi_{ij}} m_i^f m_j^f + \frac{s}{2k_c^2} J_{0ij} (A_{vi}^f, A_{vj}^f) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} J_{0ij} s \left( \delta^{1f} + \left( 1 - \frac{k_s^2}{k_c^2} \right) \delta^{2f} \right) \Omega_i^f \Omega_j^f - \mu (H, m^f + \Omega^f) \delta^{1f} \right], \quad (4)$$

где  $i, j = x, y, z$ ,  $\chi_{ij}$  – эффективная парамагнитная восприимчивость,  $m$  – парамагнитный момент,  $k_c$  – волновой вектор корреляционной длины,  $k_s$  – волновой вектор антиферромагнитной структуры,  $\Omega$  – намагниченность,  $J_{0ij}$  – тензор обменного взаимодействия между электронами,  $s$  – спин электрона,  $f = 1, 2$  (антиферромагнитная и парамагнитная компоненты системы).

Для того чтобы рассмотреть такую особенность спин-фононной динамики ВТСП, записываем в скобках Пуассона уравнения движения для операторов  $m, A_v, \Omega$  [4]:

$$\dot{m}_i^f = J_{0ij} \frac{s}{k_c^2} \nabla_v A_{vj}^f \delta^{ij} + J_{0ij} s \left( \delta^{1f} + \delta^{2f} \left( 1 - \frac{k_s^2}{k_c^2} \right) \right) \Omega_j^f \delta^{ij} + \mu H_j \delta^{ij} \delta^{1f} + \mu e^{i\mathbf{h} \cdot \mathbf{r}} H_j m_h \delta^{1f}, \quad (5)$$

$$\dot{A}_{vi}^f = \chi_{ij} (\delta^{ij} \nabla_v m_j^f - e^{i\mathbf{h} \cdot \mathbf{r}} A_{vh}^f m_j^f) - \mu \delta^{ij} \nabla_v H_j \delta^{1f} - \mu e^{i\mathbf{h} \cdot \mathbf{r}} H_j A_{vh}^f \delta^{1f}, \quad (6)$$

$$\dot{\Omega}_i^f = \chi_{ij} \delta^{ij} m_j^f - \mu H_j \delta^{ij} \delta^{1f} + \mu e^{i\mathbf{h} \cdot \mathbf{r}} H_j \Omega_{jh}^f \delta^{1f}. \quad (7)$$

Статические уравнения:  $m_i = 0, A_{vi} = 0, \dot{\Omega}_i = 0$  будут иметь следующие решения:

$$m^f = \mu H \chi \delta^{1f}, \quad (8)$$

$$A_v^f = \nabla_v \Omega^f, \quad (9)$$

$$\Omega^f = -\mu H \chi \delta^{1f} + A_0^f \cos(nx) k_c \sqrt{\delta^{1f} + \delta^{2f} (1 - k_s/k_c)} + B_0^f \sin(nx) k_c \sqrt{\delta^{1f} + \delta^{2f} (1 - k_s/k_c)}, \quad (10)$$

где амплитуды  $A_0^f, B_0^f$  можно выбрать в виде:

$$A_0^f = (\delta^{1f} + \mu H \chi \delta^{1f}) + \delta^{2f}, \quad B_0^f = A_0^f. \quad (11)$$

Линеаризовав уравнения (5)-(7), можно рассмотреть спин-волновую динамику сверхпроводящей фазы при низких температурах. Спектр спиновых волн имеет шесть ветвей, три из которых соответствуют парамагнитной компоненте намагниченности, а три – антиферромагнитной. Две из них являются продольными и четыре – поперечными. Кроме того, в присут-

ствии внешнего магнитного поля в спектре, соответствующего парамагнитной компоненте, возникает однородная парамагнитная мода.

Итак, спектр спиновых возбуждений имеет вид:

$$\omega_{fjk} = \sqrt{\frac{J_0 S}{\chi} \left\{ \frac{k^2}{k_c^2} - [\delta^{1f} + \delta^{2f} (1 - k_s^2/k_c^2)] \right\}}, \quad (12)$$

$$\omega_{f0k} = \mu H \delta^{1f}, \quad (13)$$

$$\omega_{f\perp 1} = \mu H \delta^{1f} + \omega_{f\perp 1k}, \quad (14)$$

$$\omega_{f\perp 2} = \mu H \delta^{1f} + \omega_{f\perp 2k}, \quad (15)$$

$$\omega_{f\perp 1,2k} = \sqrt{\omega_{fjk}^2 \pm \frac{J_0 S}{\chi} (k A_{v0}^f) / k_c^2}. \quad (16)$$

Из формул (12), (14)-(16) следует, что вид спектра антиферромагнитной компоненты сильно зависит от соотношения между волновыми векторами  $k_s$  и  $k_c$ . Если  $k_s < k_c$ , то он при  $H = 0$  почти ничем не отличается от спектра парамагнитной компоненты. С другой стороны, при  $k_c \rightarrow k_s$  спектр антиферромагнитной компоненты становится линейным, аналогично тому, как это имеет место для голдстоуновских мод, что указывает на возможность спонтанного нарушения симметрии и фазового перехода в антиферромагнитное состояние.

Далее рассмотрим спин-фононное взаимодействие в сверхпроводящей фазе ВТСП. Для этого необходимо записать эффективный спин-фононный гамильтониан в виде:

$$H_{s-ph}^{eff} = \int dr \left[ \frac{1}{2\chi_{ij}^f} m_i^f m_j^f + \frac{s}{2k_c^2} J_{0ij} (A_{vi}^f, A_{vj}^f) - \frac{1}{2} J_{0ij} s \left( \delta^{1f} + \left(1 - \frac{k_s^2}{k_c^2}\right) \delta^{2f} \right) \Omega_i^f \Omega_j^f - \mu (H, m^f + \Omega^f) + \frac{P_v P_{v'}}{2M} + \frac{1}{2} \lambda_{vv''\mu\mu'} U_{v,v'} U_{\mu,\mu'} + g_{ij} \frac{P_{vi}}{2M} [(A_{vj}^f, m^f) + (m^f, A_{vj}^f)] + g_{ij} g_{kl} \chi_{ij}^f \frac{P_{vi} P_{vk}}{2M^2} (A_{vj}^f, A_{v1}^f) - g_{ij} \chi_{kj}^f \frac{P_{vi}}{M} \mu (H_k, A_{vj}^f) \delta^{1f} \right], \quad (17)$$

где  $i, j=x, y, z, \chi_{ij}^f = \frac{1}{J_{0ij} S} (\delta^{1f} + \delta^{2f})$  – эффективный

парамагнитный восприимчивость,  $m$  – парамагнитный момент,  $k_c$  – волновой вектор корреляционной длины,  $\Omega$  – намагниченность,  $k_s$  – волновой вектор антиферромагнитной структуры,  $pv$  – импульс фонона,  $U_{vv'}$  – тензор деформации,  $g_{ij} = U/J_{0ij}$ ,  $U$  – электрон-ионный потенциал,  $\lambda_{vv''\mu\mu'}$  – тензор модуля упругости,  $J_{0ij}$  – тензор обменного взаимодействия между электронами,  $M$  – приведенная масса иона в элементарной ячейке,  $s$  – спин электрона,  $f = 1, 2$  (ан-

тиферромагнитная и парамагнитная компоненты системы).

Вновь используя метод скобок Пуассона, запишем уравнения движения для переменных:

$$\frac{\partial m^f}{\partial t} = \{H_{s-ph}^{eff}, m^f\}, \quad \frac{\partial A_v^f}{\partial t} = \{H_{s-ph}^{eff}, A_v^f\}$$

$$\frac{\partial \Omega^f}{\partial t} = \{H_{s-ph}^{eff}, \Omega^f\}, \quad \frac{\partial P_v}{\partial t} = \{H_{s-ph}^{eff}, P_v\}$$

$$\frac{\partial U_v}{\partial t} = \{H_{s-ph}^{eff}, U_v\}. \quad (18)$$

Они имеют вид:

$$\dot{m}_i^f = \frac{s}{k_{ci}^2} J_{0ii} \nabla_{vi} A_{vi}^f + s J_{0ii} \left( \delta^{1f} + \left(1 - \frac{k_s^2}{k_c^2}\right) \delta^{2f} \right) \Omega_i^f - \frac{g_{ii}}{M} \nabla_v (p_{vii} m_i^f) + 2 \frac{g_{ij}}{M} p_{vj} [m_i^f A_{vj}^f] - \frac{1}{M^2} g_{ii} g_{ii} \chi_{ii}^f \nabla_v (p_{vi} p_{vi} A_{vi}^f) - \frac{1}{M^2} g_{ik} g_{jl} \chi_{kl}^f p_{vi} p_{vj} [A_{vk}^f A_{v1}^f] + \frac{1}{M} g_{ii} \chi_{ii}^f \mu H_i (\nabla_{vi} p_{vi}) \delta^{1f} - \frac{1}{M} g_{ij} \chi_{kj}^f p_{vi} \mu [H_k A_{vj}^f] \delta^{1f} + \mu H \delta^{1f} + \mu [H m_i^f] \delta^{1f}, \quad (19)$$

$$\dot{A}_{vi}^f = \frac{1}{\chi_{ii}^f} \nabla_v m_i^f - \frac{1}{\chi_{ij}^f} [A_{vj}^f m_j^f] - \nabla_v H \delta^{1f} - [H A_v^f] \delta^{1f} + \frac{1}{M} g_{ii} \nabla_v (p_{vi} A_{vi}^f) - \frac{1}{M} g_{ii} p_{vi} [A_{vi}^f A_{vi}^f], \quad (20)$$

$$\dot{\Omega}_i^f = \frac{1}{\chi_{ii}^f} m_i^f - \mu H \delta^{1f} + [\mu H \Omega^f] \delta^{1f} + \frac{1}{M} g_{ii} p_{vi} A_{vi}^f, \quad (21)$$

$$\dot{p}_{vi} = \lambda_{iiii} \Delta_v U_{vii}, \quad (22)$$

$$\dot{U}_v = \frac{1}{M} p_v + \frac{g_{ij}}{M} (A_{vj}^f m_i^f) + \frac{g_{ik} g_{jl} \chi_{kl}^f}{M^2} p_{vj} (A_{vk}^f A_{v1}^f) - \frac{g_{ij} \chi_{kj}^f}{M} \mu (H_k A_{vj}^f) \delta^{1f}. \quad (23)$$

Уравнения (19)–(23) можно линеаризовать после нахождения стационарных решений. Линеаризованные уравнения после несложных преобразований запишутся в виде:

$$\ddot{\delta m}^f = \frac{J_0 S}{\chi^f} \frac{1}{k_c^2} \Delta \delta m^f + \frac{J_0 S}{\chi^f} \left[ \delta^{1f} + \delta^{2f} \left(1 - \frac{k_s^2}{k_c^2}\right) \right] \delta m^f + \frac{J_0 S}{\chi^f} \frac{(\zeta^f)^2}{g B_0^f \left[ \delta^{1f} + \delta^{2f} \left(1 - \frac{k_s^2}{k_c^2}\right) \right]^{\frac{1}{2}}} n_v^f \left\{ \frac{1}{k_c^2} \Delta q_v + \left[ \delta^{1f} + \delta^{2f} \left(1 - \frac{k_s^2}{k_c^2}\right) \right] q_v \right\}, \quad (24)$$

$$\ddot{q}_v = \frac{\hbar^2 \lambda}{M} \Delta q_v + \frac{\hbar^2 \lambda}{M} (\zeta^f)^2 n_v^f n_v^f \Delta q_v + \frac{\hbar^2 \lambda}{M} g n_v^f B_0^f \left[ \delta^{1f} + \delta^{2f} \left( 1 - \frac{k_s^2}{k_c^2} \right) \right] \Delta \delta m^f. \quad (25)$$

В выражениях (24), (25)  $\zeta^f$  – эффективный параметр спин-фононной связи:

$$\zeta^f = g \hbar B_0^f \sqrt{\frac{\chi^f}{M}} k_c \left[ \delta^{1f} + \delta^{2f} \left( 1 - \frac{k_s^2}{k_c^2} \right) \right], \quad (26)$$

$q_v = \frac{P_v}{\hbar k_c}$  – безразмерный импульс фонона,

$n_v^f = \frac{A_{v0}^f}{B_0^f k_{ci}}$  – вектор, ориентированный вдоль

волнового вектора  $k_c = k_{ci} \left[ \delta^{1f} + \delta^{2f} \left( 1 - \frac{k_s^2}{k_c^2} \right) \right]$ . Теперь, имея уравнения (24), (25), нетрудно записать дисперсионное уравнение связанных спин-фононных колебаний:

$$(\omega_{1jk}^2 - \omega^2)(\omega_{2jk}^2 - \omega^2)(\omega_{ck}^2 - \omega^2) - z_1^2 \omega_{1jk}^2 \omega_{ck}^2 (\omega_{2jk}^2 - \omega^2) - z_2^2 \omega_{2jk}^2 \omega_{ck}^2 (\omega_{1jk}^2 - \omega^2) = 0, \quad (27)$$

$$\omega_{ck} = \hbar k_c \sqrt{1 + (\zeta^1)^2 + (\zeta^2)^2}. \quad (28)$$

Здесь  $z_f$  – приведенный параметр спин-фононного взаимодействия:

$$z_f = \frac{\zeta^f}{\sqrt{1 + (\zeta^1)^2 + (\zeta^2)^2}}. \quad (29)$$

В отличие от случая одной спиновой моды дисперсионное уравнение (27) имеет достаточно сложный вид, и его точное решение не выглядит достаточно просто и наглядно. Поэтому мы ограничимся следующими частными случаями.

1) Первым рассмотрим случай, когда  $k_c \rightarrow k_s$ . При этом  $z_2 \ll z_1$ . Тогда это означает, что область резонансного взаимодействия спиновых флуктуаций с фононами для первой и для второй ветвей сильно разнесены в  $k$ -пространстве. Действительно, резонансное значение волнового вектора для каждой из ветвей равно:

$$k_{rf} = \frac{k_c \sqrt{\delta^{1f} + \delta^{2f} \left( 1 - \frac{k_s^2}{k_c^2} \right)}}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{ck}^2 \chi^f}{J_0 s}}}, \quad (30)$$

то есть при  $k_c \rightarrow k_s$   $k_{r2}$  заведомо меньше, чем  $k_{r1}$ . Таким образом, дисперсионное уравнение (27) можно аппроксимировать двумя независимыми дисперсионными уравнениями для обеих ветвей. Спектр каждой из ветвей в окрестности резонансного взаимодействия с фононами будет выгля-

деть так же, как и для случая одной спиновой моды [5]:

$$\epsilon_{f|k,ck}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\omega_{f|k}^2 + \omega_{ck}^2) \pm \sqrt{(\omega_{f|k}^2 - \omega_{ck}^2)^2 + 4z_f^2 \omega_{f|k}^2 \omega_{ck}^2} \right]. \quad (31)$$

Вид спектра связанных спин-фононных колебаний приведен на рис. 1. Мы видим, что спин-фононное взаимодействие при наличии двух спиновых продольных мод сильно изменяет фононный спектр, частота которого в области больших  $k$  асимптотически стремится к антиферромагнитной моде  $\epsilon_{2jk}$ . Таким образом, в системе сохраняются условия для усиления электрон-фононного взаимодействия, которое компенсируется уменьшением плотности носителей электрического тока и, соответственно, уменьшением плотности состояний на уровне Ферми. А связанная квазифононная мода  $\epsilon_{2ck}$ , обусловленная резонансным взаимодействием фононов с антиферромагнитной ветвью, переходит в квазифононную моду  $\epsilon_{1ck}$  в области значений волнового вектора, приближающихся к величине  $k_c$ . Характерное значение волнового вектора, при котором вторая квазифононная мода переходит в первую, равно:

$$k_0 = \left[ 1 - \frac{\omega_{ck}^2 (z_2^2 / z_1^2)}{(J_0 s / \chi_2) - \omega_{ck}^2} \right] \cdot k_c$$

Отсюда видно, что при  $z_2/z_1 \ll 1$   $k_0 \rightarrow k_c$ , то есть обе квазифононные моды фактически становятся независимыми и, следовательно, усиление электрон-фононного взаимодействия при приближении к точке фазового перехода в антиферромагнитное состояние осуществляется благодаря резонансному взаимодействию фононов с парамагнитной спиновой модой  $\omega_{1jk}$ .

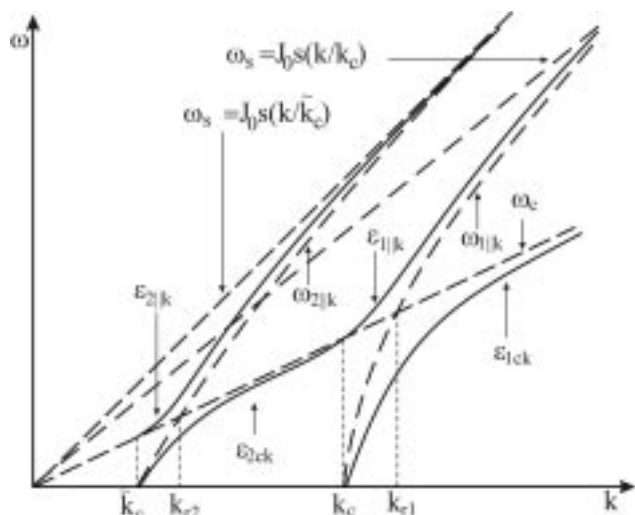


Рисунок 1. Дисперсионные кривые связанных спин-фононных колебаний ВТСП керамики при  $z_2/z_1 \ll 1$ .

2) Более интересен случай, когда  $(k_s/k_c)^2 \ll 1$ , то есть когда параметр  $z_2 \rightarrow z_1$ . Тогда мы приходим к ситуации, когда спектр продольных спиновых флуктуаций стремится стать двукратно вырожденным. Следовательно, систему можно характеризовать одним параметром спин-фононной связи  $\zeta$ , который в 2 раза выше, чем параметр спин-фононной связи для случая одной спиновой моды.

$$\varepsilon_{||k,ck}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\omega_{||k}^2 + \omega_{ck}^2) \pm \sqrt{(\omega_{||k}^2 - \omega_{ck}^2)^2 + 2 \cdot 4z^2 \omega_{||k}^2 \omega_{ck}^2} \right], \quad (32)$$

$$\varepsilon_{2||k,ck}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\omega_{2||k}^2 + \omega_{ck}^2) \pm \sqrt{(\omega_{2||k}^2 - \omega_{ck}^2)^2 + 2 \cdot 4z^2 \omega_{2||k}^2 \omega_{ck}^2} \right], \quad (33)$$

$$\omega_{||k} = \omega_{2||k} = \omega_{s||k}. \quad (34)$$

Теперь условия для усиления электрон-фононного взаимодействия и повышения критической температуры ВТСП  $T_c$  оказываются наиболее благоприятными, так как параметр спин-фононной связи  $\zeta$  не только в 2 раза выше за счет двукратного вырождения спектра спиновых флуктуаций (см. рис. 2), но он оказывается максимальным еще и потому, что  $k_c \rightarrow k_F \rightarrow |g|$ , то есть обменная корреляционная длина в спиновой системе стремится к своему минимальному значению порядка постоянной кристаллической решетки [6], в частности для сильно анизотропных кристаллов – к постоянной решетки в базисной плоскости орторомбической (тетрагональной) элементарной ячейки (см. рис. 3), а это ведет к повышению критической температуры  $T_c$  [7, 8]:

$$T_c = \left( \frac{2\gamma}{\pi} \right) < \omega_D > \exp \left[ - \frac{1}{K_y(\zeta)(\lambda_{e-ph} - \tilde{\mu}^*)} \right]. \quad (35)$$

$< \omega_D >$  – средняя энергия Дебая,  $\gamma = e^c$ ,  $c = 0,577$  – постоянная Эйлера,  $\lambda_{e-ph}$  – константа электрон-фононного усиления,  $\tilde{\mu}^*$  – параметр кулоновского отталкивания электронов,  $K_y(\zeta)$  – коэффициент усиления, который является монотонно возрастающей функцией  $\zeta$ .

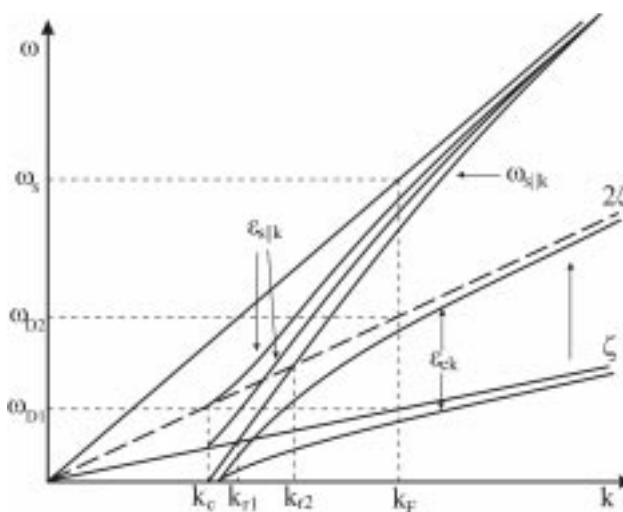


Рисунок 2. При повышении  $\zeta$  в 2 раза область спин-фононного резонанса смещается в сторону больших  $k$ , близких к области Ферми  $k_F$ , где происходит сильное притяжение электронов, образующих пары.

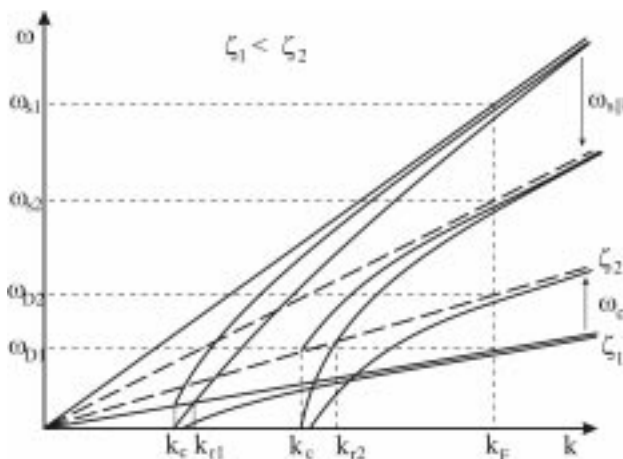


Рисунок 3. Большое значение  $\zeta$  обеспечивается малым радиусом атомов и приведенной (средней) массой сильно анизотропной (орторомбической или тетрагональной) элементарной ячейки.

**Список использованной литературы:**

1. Савченко М.А., Стефанович А.В. Флуктуационная сверхпроводимость магнитных систем. М.: Наука, 1986. 144 с.
2. Харрасов М.Х. Обменное усиление магнитоупругой связи в антиферромагнетиках // ДАН. 1994. Т. 335. С. 175-177.
3. Savchenko M.A., Stefanovich A.V. The microscopic theory of the superconductive phase in rare earth metal compounds // Solid State Commun. 1981. Vol. 37. P. 725.
4. Савченко М.А., Стефанович А.В. Флуктуационная теория сверхпроводящих соединений редкоземельных металлов // Физика металлов и металловедение. 1980. Т. 50. С. 471-483.
5. Ф.А. Исхаков, И.Р. Кызыргулов, М.Х. Харрасов. Связанные магнитоупругие волны и эффективный параметр спин-фононной связи в высокотемпературных сверхпроводниках // Известия вузов. 2003. №3. С. 37-40.
6. Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников // Сб. статей. Под ред. Гинзберга Д.М. М.: Мир. 1990. 543 с.
7. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости // Под ред. Гинзбурга В.Л. и Киржница Д.А. М.: Наука, 1977. 400 с.
8. Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Из-во АН СССР. 1958. 128 с.