Красовский В.Н.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЛЕКСОВ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА РАЗЛИЧНЫХ СТАДИЯХ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ИХ РЕМОНТЕ

Идея применения в моделировании теории распознавания образов состоит в том, чтобы найти такую систему признаков или такой язык описания образов, которые сами по себе обеспечивали бы независимость от сложных аналоговых преобразований [1]. В простейшем случае эта идея преобразуется следующим образом: каждая ситуация характеризуется набором из N признаков, допускающих количественное представление, т. е. признак определяется действительным числом

$$X_i^{min} \le X_i \le X_i^{max} \ (i = 1, 2,..., N).$$

Тогда каждой ситуации отвечает N-мерный вектор X, определяющий точку в соответствующем векторном пространстве. Будем считать, что распознаванию подлежат всего два понятия (при любом другом числе понятий распознавание строится по принципу: сначала отделить первое понятие от всех остальных, затем – второе от остальных и т. д.). Тогда на множестве векторов X нужно задать правило, согласно которому точки пространства X будут относиться к одному из понятий. Правило может иметь вид уравнения F(X) = 0 поверхности, разделяющей пространство X на два полупространства. Если точка X_j, соответствующая некоторой ситуации, расположена по одну сторону от поверхности, то она относится к первому понятию, а если по другую, то – ко второму. Математически это означает, что в первом случае $F(X_j) > 0$, а во втором $F(X_j) < 0$. Теперь проблема распознавания сводится к нахождению функции F(X). В математическом анализе такой поиск, как правило, начинают с простейшей формы

$$F(X) = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + ... + \lambda_N x_N = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i x_i, \qquad (1)$$

т. е. с линейной формы, описывающей плоскость (точнее – гиперплоскость) в N-мерном пространстве X. Если же линейную форму использовать не удается, то ищут систему функций $y_i, = f_i(X)$, такую, что

$$F(X)=\lambda_1 f_1(X)+\lambda_2 f_2(X)+...+\lambda_N f_N(X)=F(Y) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i x_i, \quad (2)$$

т. е. вместо исходной нелинейной функции F(X) в пространстве X ищут линейную функцию F(Y) в преобразованном пространстве Y.

Общая идея поиска уравнений F(X) = 0 или F(Y) = 0 состоит в том, что программе, выполняющей функции распознавания, предъявляют последовательность векторов X или Y и сообщают, какой из векторов этой последовательности принадлежит первому понятию, а какой – второму. В копилку знаний о распознавании свой вклад внесли и статистики: появившееся в математической статистике направление, получило название кластерный анализ [3], т. е. совокупность средств, позволяющих классифицировать ситуации, разбивать множество событий или явлений на классы. Другое направление, решающее близкие по смыслу задачи, называется дискриминантным анализом [2]. Таким образом проблема распознавания образов в математике может быть сведена к задаче классификации.

Пусть каждая точка, характеризующая в пространстве X некоторый образ или ситуацию, есть «материальная» точка, обладающая «массой», условно равной единице. Тогда за центр группирования можно принять центр масс (центр тяжести) системы точек, относящихся к данному классу. Из раздела механики, именуемого статикой, известны формулы, определяющие координаты центра масс системы материальных точек:

$$x_i^{цт} = \frac{\sum_{j=1}^{Q} m_j x_{ji}}{\sum_{j=1}^{Q} m_j}, \ (i = 1, 2,\dots,N) \qquad (3)$$

где Q – число точек, входящих в данный класс, m_j – масса j-ой точки. Поскольку $m_j = 1$ при всех j, из (3) получим

$$x_i^{цт} = \frac{1}{Q} \sum_{j=1}^{Q} x_{ji}, \qquad (4)$$

т. е. координата центра группирования есть среднее арифметическое координат точек, относящихся к данному классу. Полагая, что число классов равно двум, и найдя координаты их центров группирования, соединим центры отрезком прямой, а затем, разделив этот отрезок пополам, построим плоскость, проходящую через точку деления и перпендикулярную отрезку. Уравнение этой плоскости и будет искомым разделяющим правилом типа (1), если построение выполнено в исходном пространстве признаков X, или типа (2), если оно проведено в спрямленном пространстве Y.

Выше предполагалось, что пространство X – евклидово, т. е. расстояние между точками X_1 и X_2 с координатами (x_{11}, x_{12}, …, x_{1n}) и (x_{21}, x_{22}, …, x_{2n}) определяется евклидовой метрикой

$$\|(x_1, x_2)\| = \sqrt{(x_{11} - x_{21})^2 + (x_{12} - x_{22})^2 + ... + (x_{1n} - x_{2n})^2}, \quad (5)$$

частный случай которой – известная всем со школьной скамьи теорема Пифагора. Однако иногда в задачах распознавания и классификации удобно использовать другие метрики, т. е. иначе определять расстояние между точками пространства X. Например, используют так называемую манхэттенскую метрику, определяя расстояния между точками по формуле

$$((X_{1,} X_2)) = \sum_{i=1}^{n} (x_{i2} - x_{i1}). \quad (6)$$

Теперь рассмотрим пример, в котором речь пойдет о классификации сочетаний параметров, определяющих техническое состояние механизма двигателя при централизованном ремонте по техническому состоянию (ЦРТС) (на примере цилиндро-поршневой группы) с применением описанной выше методики построения разделяющей поверхности. Для простоты и наглядности используем лишь два классификационных признака: значение компрессии в цилиндрах (параметр Z_2) и значение утечек воздуха в ВМТ (параметр Z_3). В сводке параметров по тридцати семи продиагностированным в процессе экспериментальных исследований двигателям ЯМЗ-238 наряду с абсолютными значениями показателей приведены и относительные (нормированные) значения, вычисленные по формуле

$$\tilde{x} = (x - \bar{x})/\sigma_x, \quad (7)$$

где $\tilde{x}$ – нормированное значение, x – абсолютное значение, $\bar{x}$ – среднее значение, σ_x – стандартное отклонение признака по выборке. Использовались также сведения о ресурсе двигателя в километрах пробега и мото-часах наработки.

Мастер-диагност (эксперт) разделил все двигатели на три класса, которым присвоил номера 1, 2, 3 (заметим, что эти номера не означают «сорт» двигателя, хотя те, что попали в 1-й класс, конечно же относятся к элите, но это – дело случая). В графе «Класс» дан первый вариант такой разбивки. В помощь эксперту привлечена манхэттенская метрика M – алгебраическая сумма данных. Те агрегаты, для которых $M < -0{,}95$, отнесены к 1-му классу; те, для которых $M > 0{,}95$, – к 3-му, остальные – ко 2-му. Теперь полученная совокупность данных может именоваться «Обучающая выборка», т. к. на основе ее данных мы будем «обучать» наш компьютер классификации двигателей. Заметим, что коэффициент корреляции между значениями M и наработкой равен -0,573, что свидетельствует о зависимости, близкой к обратной пропорциональности: чем больше M (т. е. чем ниже сумма значений параметров компрессии и утечки воздуха), тем меньше наработка двигателя, тем дешевле, вероятно, его ремонт.

Представим полученные данные в виде диаграммы, считая относительное значение компрессии координатой X, а относительное значение утечек сжатого воздуха в ВМТ – координатой Y. Поскольку пространство признаков в нашем примере двухмерно, разделяющая поверхность превращается в линию, уравнение которой и предстоит найти. Очевидно, что точки, обозначающие двигатели 1-го класса, расположены так, что среди них не просматриваются точки других классов. Поэтому в качестве первого шага построим прямую, отделяющую 1-й класс от двух других. Для этого выделим из первоначальной совокупности строки, содержащие данные двигателей 1-го класса, и сформируем из них отдельную совокупность, оставив в ней только относительные величины классификационных признаков.

Уравнение разделяющей прямой имеет вид

$$Ax + By + C = 0. \quad (8)$$

Здесь $A = x_2+x_1$, $B = y_2–y_1$,

$$C = -0{,}5(x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 - y_1^2), \quad (9)$$

где x_1, y_1, x_2, y_2 – координаты центров группирования разделяемых классов.

Если подставить в уравнение (8) с коэффициентами A1, B1 и C1 координаты точек 1-го класса, то результаты вычислений будут отрицательными. При подстановке координат точек 2-го и 3-го классов результаты положительны. Это свидетельствует о правильности уравнения (8).

Теперь разделим классы 2 и 3. Проделав вычисления с координатами центров по формулам (9), найдем коэффициенты А2, В2 и С2. Результаты проверки свидетельствуют о том, что три двигателя классифицированы неверно: двигатель №14, включенный экспертом во 2-й класс, решающее правило (8) относит к 3-му, а двигатели №28 и №9, которые эксперт приписал к 3-му классу, принадлежат ко 2-му. Процент ошибочной классификации оказывается равным $(3/17) * 100 = 17,65$ и вряд ли может быть признан удовлетворительным. Каков же выход из создавшейся ситуации? Таких выходов три.

Во-первых, можно заняться подгонкой, пытаясь провести разделяющую прямую так, чтобы добиться правильной классификации. При этом утрачивается формализм метода, который становится похож на гадание на кофейной гуще. Во-вторых, можно поискать разделяющее правило в каком-нибудь нелинейном классе функций, но это не так просто. Наконец, в-третьих, можно предложить эксперту пересмотреть мнение относительно принадлежности двигателей к тому или иному классу. Этот подход вполне реален: мнение эксперта субъективно и может быть скорректировано. Так и поступим, «переведя» двигатель №14 из 2-го класса в 3-й, а двигатели №28 и №9 – из 3-го во 2-й. Результаты проверки теперь свидетельствуют о полном благополучии.

Если теперь мастеру-диагносту придется решать, к какому классу отнести новый двигатель, он легко сможет сделать это, уточнив на следующем этапе диагностирования значение компрессии по цилиндрам и значения утечек сжатого воздуха в ВМТ.

Далее определим по формуле (7) относительные значения этих показателей и подставим их в левую часть уравнения (8). Если, подставив в уравнение значения коэффициентов А1, В1 и С1, получим отрицательный результат, двигатель можно отнести к 1-му классу. Если же результат положительный, следует в формуле (8) использовать значения коэффициентов $A2_2$, $B2_2$ и $C2_2$ и повторить вычисления. При отрицательном результате двигатель можно отнести ко 2-му классу, а при положительном – к 3-му.

Содержание предыдущего абзаца можно представить в виде алгоритма, который можно преобразовать в работающую программу, написанную на любом доступном языке программирования, и использовать ее как рабочий инструмент.

В заключение одно очень важное замечание. Построенные нами границы или разделяющие поверхности (линии) следует трактовать так: в полуплоскости, расположенной левее и ниже разделительной линии, не могут находиться точки, соответствующие двигателям 2-го и 3-го классов. Однако это не означает, что любая точка этой полуплоскости соответствует двигателю 1-го класса. Вспомним предположение о компактности. Оно означает, что такие точки тяготеют к центру группирования, область их возможного существования ограничена, и каковы эти границы – предмет отдельного статистического исследования. Аналогичные соображения можно высказать и по поводу двух других классов.

Список использованной литературы:
1. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов. М., Наука, 1974. – 416 с.
2. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.О., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. Справочное издание. М., Финансы и статистика, 1989. – 608 с.
3. Классификация и кластер / Под ред. Дж. Вэн Райзина (Пер. с англ.). – М.: Мир, 1980. – 389 с.