

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ С ОДНОВРЕМЕННЫМ ИЗМЕЛЬЧЕНИЕМ КОРМОВЫХ СМЕСЕЙ

В статье рассматривается современное состояние приготовления кормов на малых и средних фермерских хозяйствах, тенденции развития машин для переработки зерновых продуктов, описывается кинетика процесса смешивания при сопутствующем измельчении зерновых компонентов и мощность, затрачиваемая на этот процесс, на основе полуэмпирической модели движения среды в мешалках химических производств.

Современная система приготовления кормов в мини-кормоцехах и в цехах фермерских хозяйств рассчитана на ручной труд и низкую механизацию и поэтому крайне неэффективна, однако для приготовления разнообразных по физико-механическим свойствам и сбалансированных кормов требуется значительное количество машин и оборудования.

В то же время значительное количество единиц оборудования в условиях небольшого производства удлинит технологический процесс приготовления кормов, а также не обеспечивает оптимальных условий использования кормовых ресурсов.

Решение данной проблемы, возникающей при получении кормов на малых фермах, арендных, семейных, фермерских (крестьянских) хозяйствах, где строительство кормоцехов нецелесообразно ни с технической, ни с технологической и экономической точек зрения, а доставка готовых кормосмесей затруднена или невыгодна, представляется в производстве универсальных машин для производства полнорационных, сбалансированных по питательным веществам кормовых смесей, применение которых сокращает технологическую схему.

При этом речь идет не только об увеличении производства кормов, но и о создании высокоэффективных машин для переработки зерновых продуктов, в особенности зерна на фуражные цели, и сельскохозяйственных отходов при одновременном снижении энергопотребления [1].

Наиболее важную роль в процессе приготовления кормовых смесей в мини-кормоцехах играют операции измельчения и смешивания зерновых компонентов, влияющие не только на качество изготавливаемого продукта, но и на продуктивность животных.

В настоящее время реализация процесса измельчения-смешивания, осуществляемого в одной машине, реализуется в измельчителях-смесителях кормов ИС-80, ИСК-30, ИСК-3, выпускаемых промышленностью для сельского хозяй-

ства, которые предназначены в основном для переработки сочных (силос, корнеклубнеплоды) и грубых (сенажа, сена и соломы) кормов и не могут быть использованы для измельчения и смешивания зерновых компонентов [1].

Аналогичные конструкции измельчителей-смесителей сыпучих материалов, предназначенных для химической промышленности, не обеспечивают высокой однородности продукта и качественного измельчения и не могут быть использованы при производстве кормов для нужд небольших производств.

Для эффективного проведения процесса смешивания при сопутствующем измельчении зерновых компонентов при производстве кормов необходимо изучить эти два процесса в совокупности для данной области, и разработать конструкцию машины, реализующей эти процессы.

Наиболее полно процесс смешивания с одновременным измельчением твердых кусковых и сыпучих материалов в химической промышленности исследовал академик Кафаров В.В. [2], а в пищевой промышленности – профессор Лисовенко А.Т.

Анализируя режимы работы центробежных смесителей и режимы работы молотковых дробилок применительно к комбикормовой промышленности, профессор Жевлаков П.К. сделал предположение об объединении процессов смешивания и дробления в одной машине – молотковой дробилке [3].

Из проведенных исследований было выявлено, что процессы измельчения и смешивания протекают одновременно с самого начала цикла работы смесителя и молотковой дробилки.

Ввиду несовершенства аппаратуры исследование было проведено в узких режимах работы дробилок и смесителей и не отражает реальную картину процесса.

Согласно данным исследователей процесс смешивания с одновременным измельчением твердых кусковых и сыпучих материалов в одной машине можно рассматривать как непре-

рывный во времени и дискретный в пространстве.

В связи со схожестью свойств зерновых продуктов и сыпучих материалов в основу построения математической модели может быть положена гипотеза Кафарова В.В. о том, что из двух эквивалентных объединений частиц *A* и *B* образуется наименьший возможный ассоциат смеси *AB* (рисунок 1). Наличие в схеме ветвей *B<sub>1</sub>*, *B<sub>2</sub>*, ..., *B<sub>i</sub>* и *A<sub>1</sub>*, *A<sub>2</sub>*, ..., *A<sub>i</sub>* указывает на то, что любая частица смеси одновременно подвергается измельчению.

Поэтому для математического описания процесса смешивания с одновременным измельчением кормовых смесей могут быть использованы дифференциальные уравнения, предложенные академиком Кафаровым В.В. [2]:

$$\frac{d(c_A - m_A)}{dt} = -ke^{\gamma t} [(c_A - m_A)^2 - D_A] \quad (1)$$

$$\frac{d(c_B - m_B)}{dt} = -ke^{\gamma t} [(c_B - m_B)^2 - D_B], \quad (2)$$

где *k* = константа изменения скорости процесса;

*c<sub>A</sub>*, *c<sub>B</sub>* – относительные концентрации компонентов *A* и *B*;

*m<sub>A</sub>*, *m<sub>B</sub>* – математические ожидания концентраций компонентов *A* и *B*, соответствующие рецептурному значению концентрации компонента в смеси;

*D<sub>A</sub>* и *D<sub>B</sub>* – дисперсии, характеризующие незавершенность процесса смешивания;

*γ* – коэффициент, характеризующий скорость измельчения частиц компонента.

Уравнения (1) и (2) характеризуют изменение концентраций компонентов *A* и *B* в рабочем объеме измельчителя-смесителя. Однако в промышленной практике оценка состояния смеси проводится по выборке из определенного числа проб, а смесь используется в виде отдельных порций для приготовления кормов. Поэтому запишем уравнение (3) для одного из компонентов при выборке из *nl* проб, взятых в *n* произвольно выбранных точках в объеме измельчителя-сме-

сителя при *l* параллельных испытаниях в каждой точке, и получим систему уравнений:

$$\frac{d(c_{ij} - m_{ij})}{dt} = -ke^{\gamma t} [(c_{ij} - m)^2 + D_{ij}]$$

$$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, l. \quad (3)$$

Перейдем от концентраций к выборочной дисперсии, через которую оцениваем качество смеси. Полагаем, что в каждой выделенной точке при ее движении внутри рабочей камеры процесс перераспределения осуществляется с одинаковой интенсивностью. Тогда просуммируем систему уравнений (3) по *n* точкам и *l* испытаниям и полученное уравнение разделим на *nl*, тогда:

$$\frac{1}{nl} \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l (c_{ij} - m) = -\frac{k}{nl} e^{\gamma t} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l [(c_{ij} - m)^2 - D_{ij}]. \quad (4)$$

Дисперсию *D<sub>ij</sub>*, замедляющую процесс смешения, назовем дисперсией сегрегации. Обозначим  $\frac{1}{nl} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l D_{ij} = \sigma_c^2$ , где  $\sigma_c^2$  – средняя дисперсия сегрегации процесса. В правой части урав-

нения (4) величина  $\frac{1}{nl} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l (c_{ij} - m)^2$  представляет собой осредненную по *n* и *l* испытаниям дисперсию концентрации контрольного компонента в смеси. Преобразуем в левой части урав-

нения величину  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l (c_{ij} - m)$ , для чего возведем ее в квадрат. При этом вследствие независимости наблюдаемых отклонений (*c<sub>ij</sub>* – *m*) в *n* точках при *l* испытаниях двойные суммы парных произведений центрированных случайных величин, являющиеся корреляционными моментами, будут равны нулю. Тогда

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l (c_{ij} - m) \right]^2 = -\frac{k}{nl} e^{\gamma t} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l [(c_{ij} - m)^2 - nl\sigma_c^2], \quad (5)$$

где  $\sigma^2$  – выборочная дисперсия концентрации компонента в смеси.

После преобразований уравнение (5) примет вид

$$\frac{d\sqrt{\sigma^2}}{dt} = -k\sqrt{nl}e^{\gamma t} (\sigma^2 - \sigma_c^2), \quad (6)$$

где *k* – коэффициент, определяющий константу скорости смешения.

На рисунке 2 приведена кинетическая кривая процесса смешения, характеризующая изменение дисперсии концентрации  $\sigma^2$  во времени. При достаточно больших значениях времени *t*

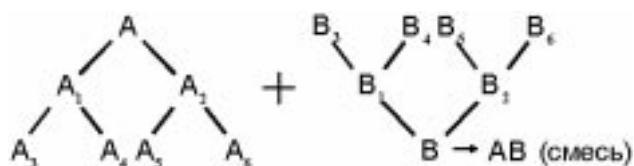


Рисунок 1. Схема процесса смешивания с одновременным измельчением компонентов смеси.

достигается предельное качество смеси  $\sigma_p^2$ . В таком состоянии число образующихся и распадающихся ассоциатов смеси АВ уравнивается и наступает динамическое равновесие.

Полагаем, что процессу сегрегации соответствует другая кривая и что между дисперсией процесса распределения и сегрегации имеется линейная связь, определяемая соотношением

$$\sigma_n^2 - \sigma^2 = \lambda(\sigma_c^2 - \sigma_{nc}^2), \quad (7)$$

где  $\sigma_n^2$  – начальная дисперсия концентрации компонента при  $t = 0$ ;

$\lambda$  – коэффициент пропорциональности;

$\sigma_{nc}^2$  – начальная дисперсия сегрегации.

В практике исследования процессов смешивания обычно используют дисперсии, промасштабированные через  $\sigma_n^2$ , которые в соответствии с /2/ в случае бинарной смеси рассчитываются по соотношению:

$$\sigma_n^2 = c \cdot (1 - c),$$

где  $c$  – концентрация компонента. В этом случае при  $t \rightarrow 0$   $\sigma_n^2 = 1$ ,  $\sigma_{nc}^2 = 0$ , а при  $t \rightarrow \infty$   $\sigma^2 = \sigma_c^2 = \sigma_p^2$ . Тогда из (7) найдем при  $t = 0$

$$\sigma_c^2 = (1 - \sigma^2) / \lambda, \quad (8)$$

а при  $t \rightarrow \infty$

$$\lambda = (1 - \sigma_p^2) / \sigma_p^2. \quad (9)$$

С учетом (8) уравнение (9) приводится к виду

$$\frac{d\sqrt{\sigma^2}}{dt} = k\sqrt{nl} \exp(\gamma t) \left( \frac{1 - (\lambda + 1) \cdot \sigma^2}{\lambda} \right). \quad (10)$$

После разделения переменных имеем

$$\frac{d\sigma^2}{\sqrt{\sigma^2} [1 - (\lambda + 1) \cdot \sigma^2]} = \frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \exp(\gamma t) dt. \quad (11)$$

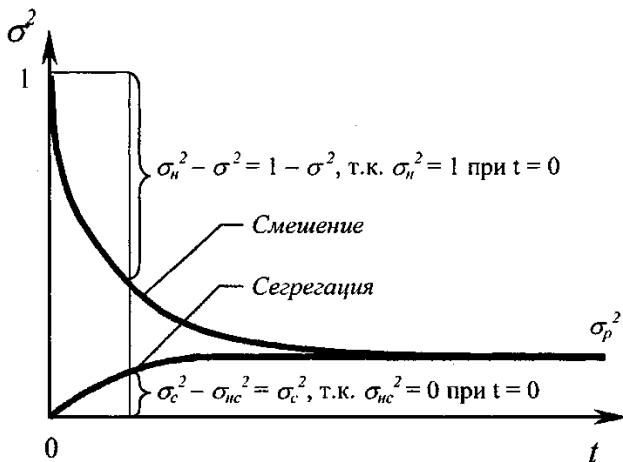


Рисунок 2. Кинетические кривые для процессов смешивания и сегрегации.

Интегрируя (2.14) получаем

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda + 1}} \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}}{1 - \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}} \right] = \frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma} \exp(\gamma t) + \ln C. \quad (12)$$

Определим постоянную интегрирования  $C$  из начального условия  $t = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$ :

$$\ln C = \frac{1}{\sqrt{\lambda + 1}} \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{\lambda + 1}}{1 - \sqrt{\lambda + 1}} \right] - \frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma}. \quad (13)$$

С учетом (13) уравнение (12) запишется в виде

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda + 1}} \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}}{1 - \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}} \right] - \frac{1}{\sqrt{\lambda + 1}} \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{\lambda + 1}}{1 - \sqrt{\lambda + 1}} \right] = \frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma} \exp(\gamma t) - \frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma},$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda + 1}} \ln \frac{1 - \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}}{1 + \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}} \frac{1 + \sqrt{\lambda + 1}}{1 - \sqrt{\lambda + 1}} = -\frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma} \exp(\gamma t) + \frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma}. \quad (14)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda + 1}} \ln \frac{1 - \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}}{1 + \sqrt{\lambda + 1} \sqrt{\sigma^2}} \frac{1 + \sqrt{\lambda + 1}}{1 - \sqrt{\lambda + 1}} = -\frac{2k\sqrt{nl}}{\lambda} \frac{1}{\gamma} (\exp(\gamma t) - 1). \quad (15)$$

После подстановки выражения (9) в (15) получим

$$\ln \left[ \frac{\sqrt{\sigma_p^2} - \sqrt{\sigma^2}}{\sqrt{\sigma_p^2} + \sqrt{\sigma^2}} \frac{\sqrt{\sigma_p^2} + 1}{\sqrt{\sigma_p^2} - 1} \right] = -\frac{2k\sqrt{nl}}{1 - \sigma_p^2} \frac{\sqrt{\sigma_p^2}}{\gamma} (\exp(\gamma t) - 1)$$

или

$$\exp \left[ -\frac{2k\sqrt{nl}}{1 - \sigma_p^2} \frac{\sqrt{\sigma_p^2}}{\gamma} (e^{\gamma t} - 1) \right] = \frac{\sqrt{\sigma_p^2} - \sqrt{\sigma^2}}{\sqrt{\sigma_p^2} + \sqrt{\sigma^2}} \frac{\sqrt{\sigma_p^2} + 1}{\sqrt{\sigma_p^2} - 1}. \quad (16)$$

Разрешим уравнение (16) относительно  $\sigma^2$  и получаем математическую модель процесса смешивания с одновременным измельчением кормовых смесей в измельчителе-смесителе в виде

$$\sigma^2 = \sigma_p^2.$$

$$\left( \frac{\left( \sqrt{\sigma_p^2} + 1 \right) - \left( \sqrt{\sigma_p^2} - 1 \right) \cdot \exp \left( -\frac{1}{\gamma} \frac{2k\sqrt{nl}}{1 - \sigma_p^2} \sqrt{\sigma_p^2} (e^{\gamma t} - 1) \right)}{\left( \sqrt{\sigma_p^2} + 1 \right) + \left( \sqrt{\sigma_p^2} - 1 \right) \cdot \exp \left( -\frac{1}{\gamma} \frac{2k\sqrt{nl}}{1 - \sigma_p^2} \sqrt{\sigma_p^2} (e^{\gamma t} - 1) \right)} \right)^2 \quad (17)$$

с начальными условиями  $t = 0, \sigma^2 = 1; t = \infty, \sigma^2 = \sigma_p^2$ ,

где  $\sigma^2$  – выборочная дисперсия;

$\sigma_p^2$  – равновесная дисперсия, при которой достигается предельное качество смеси;

$n$  – число точек отбора проб;

$l$  – количество проб в каждой из  $n$  точек;

$t$  – время смешивания;

$\gamma$  – коэффициент, характеризующий скорость измельчения частиц компонента;

$k$  – константа скорости смешения.

Уравнение (17) представляет собой математическую модель процесса смешивания с одновременным измельчением кормовых смесей в лопастном измельчителе-смесителе.

Параметры модели  $k, \gamma$  и  $\sigma_p^2$  зависят от режима работы и конструктивных особенностей измельчителя-смесителя и определяются экспериментально на этапе идентификации параметров и проверки адекватности математической модели.

При протекании любого процесса энергия расходуется не только на полезную работу, но и теряется на непроизводительную работу. Чем совершеннее конструкция и рабочий процесс измельчителя-смесителя, тем больше доля затрат на полезную работу процесса смешивания при сопутствующем измельчении. Энергетический анализ работы измельчителя-смесителя позволяет выявить причины непроизводительных потерь, снизить их величину и обосновать рациональные конструктивные решения и параметры.

Анализ энергозатрат процесса произведен на основании энергетического баланса измельчителя [4, 5].

Для облегчения и упрощения математических выражений запишем баланс энергии в единицу времени (баланс мощностей).

Основным уравнением внутренней характеристики подсистемы воздушно-продуктового слоя является уравнение баланса мощности сил, действующих в этом слое, которое, если пренебречь влиянием торцевых стенок рабочего пространства, имеет вид

$$N = N_2 + N_a - N_{cm} - N_{кас}, \quad (18)$$

где  $N_2$  – мощность, передаваемая ротором непосредственно воздушно-продуктовому слою;

$N_a$  – мощность, передаваемая через границу воздушно-продуктового слоя и воздушно-вихревой зоны;

$N_{cm}$  – мощность, выделяемая воздушно-

продуктовым слоем при трении о ситовую поверхность корпуса;

$N_{кас}$  – мощность, выделяемая силами касательных напряжений, возникающих при взаимодействии частиц между собой;

$N$  – мощность, затрачиваемая на измельчение и смешивание.

Мощность, передаваемая ротором непосредственно воздушно-продуктовому слою, определяется [4]:

$$N_2 = \xi \frac{\rho \omega^3 r^4}{2m p m} \left[ \frac{c_0 a}{8} \left[ \bar{r}^4 + 4K \left( K \ln \bar{r} + 1 \right) - 1 \right] \right]. \quad (19)$$

Мощность, передаваемая через границу воздушно-продуктового слоя и воздушно-вихревой зоны: [4]

$$N_a = 1,2\pi\mu\omega_0^2 H K r_a^2. \quad (20)$$

Мощность сил трения о ситовую поверхность корпуса определена выражением [4]

$$N_{cm} = \frac{\pi H \rho_c c_{2cm} K^3 \omega_0^3 r_a^6}{r^2}. \quad (21)$$

Мощность сил трения между соседними слоями воздушно-продуктового слоя можно выразить через касательные напряжения  $\tau$  [6]

$$dN_{кас} = 2\pi H \omega^2 d \left[ r^2 \tau(r) \right], \quad (22)$$

где  $\tau(r)$  – касательное напряжение на поверхности радиуса  $r$ .

Точное описание касательных напряжений в потоке сыпучей массы связано со значительными трудностями. При приближенном анализе выражение для  $\tau$  может быть найдено на основе полумпирических гипотез, широко применяемых в прикладных задачах гидромеханики.

Одной из таких гипотез является гипотеза «пути перемешивания» Прандтля, использование которой применительно к вращательному движению дает [7]

$$\tau(r) = \rho l^2 \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) \left| \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right|. \quad (23)$$

Длина пути перемешивания  $l$  принимается пропорциональной ширине зоны локального перемешивания  $L$ .

Подставив в (22) выражение (23), после преобразований получаем [6, 7]

$$N_{кас} = 2\pi H \rho_c \omega_0^2 \alpha^2 L^2 d \left[ r^2 \frac{dv(r)}{dr} \left| \frac{dv(r)}{dr} \right| \right] \quad (24)$$

После преобразований получим /6/

$$N_{кас} = \pi H \rho_c \omega_0^2 L^2 r_c K r_a^2, \quad (25)$$

где  $\omega_0$  – угловая скорость ротора измельчителя-смесителя;

$r_a$  – радиус внутренней границы воздушно-продуктового слоя;

$r_c$  – радиус обечайки;

$\bar{r}_M$  – приведенный радиус конца молотка;

$\rho_c$  – объемная плотность воздушно-продуктового слоя;

$K$  – константа, численно равная приведенной скорости воздушно-продуктового слоя  $\bar{v}_2(\bar{r})$  на его внутренней границе, то есть при значении приведенного радиуса  $\bar{r} = 1$ ;

$\xi_{2M}^c$  – коэффициент гидравлического сопротивления движению лопасти в воздушно-продуктовом слое;

$L$  – длина пути перемешивания;

$f^c$  – коэффициент гидравлического сопро-

тивления стенок измельчителя-смесителя для воздушно-продуктового слоя, определенный экспериментально;

$c_{2cm}$  – коэффициент гидравлического сопротивления обечайки измельчителя-смесителя вращению воздушно-продуктового слоя;

$\mu$  – абсолютная вязкость воздуха;

$H$  – осевая протяженность рабочей камеры;

$z_M$  – количество молотков на рабочем органе;

$z_p$  – количество рабочих органов.

Определение четырех слагаемых уравнения (18) позволяет вычислить пятое слагаемое – величину мощности, затрачиваемой непосредственно на процесс смешения при сопутствующем измельчении продукта  $N$ .

Эта мощность ограничена мощностью установленного на измельчителе-смесителе электродвигателя, которая определяет предельно допустимые режимы его работы.

#### Список использованной литературы:

1. Мельников С.В. Механизация и автоматизация животноводческих ферм. Учебн. пособие для вузов. – Л.: Колос. Ленинград. отделение, 1978.
2. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов. Кафаров В.В., Дорохов И.Н., Арутюнов С.Ю. – М.: Наука, 1985. – 440 с.
3. Желваков П.К. Исследования процессов смешивания кормов. Автореф. канд. техн. наук. Л., 1953. – 17 с.
4. Соловых С.Ю. Разработка и обоснование основных параметров ресурсосберегающих ситовых измельчителей. Автореф. канд. техн. наук. М.: МГУПП., 2002. – 21 с.
5. Коротков В.Г., Полищук В.Ю., Антимонов С.В. Математическая модель измельчителя зерна ударно-истирающего действия // Техника в сельском хозяйстве. – 2001. – №6. – С. 6-8.
6. Коротков В.Г., Ганин Е.В., Антимонов С.В., Соловых С.Ю. Расчет мощности процесса измельчения-смешения с учетом касательных напряжений. Оптимизация сложных биотехнологических систем. Всероссийская научно-практическая конференция / Сборник материалов. Оренбург 2003, – С94-97.
7. Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.М. Перемешивание в жидких средах (физические основы и инженерные методы расчета). – Л.: Химия, 1984.