

## МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАТИВНОЙ ЧАСТИ СПЕКТРА ЗАШУМЛЕННЫХ ДОПЛЕРОВСКИХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ВРЕМЕНИ

В статье приведено решение спектрального преобразования в нелинейной системе времени для сигналов, функции которых могут раскладываться в степенной ряд. На этой основе составлен метод по определению спектров сечений доплеровских зашумленных сигналов, аппроксимированных полиномом Ньютона.

В области измерения радиальных составляющих скоростей  $v_r(t)$ , производимых на основе преобразования излучаемого и отраженного от исследуемого объекта сигналов, существует проблема увеличения разрешающей способности реальных и проектируемых доплеровских информационно-измерительных систем (ИИС), граничащая с проблемой распознавания образа измерительного сигнала. Граница трансформации указанных проблем связана с динамикой соотношения уровня полезного сигнала с доплеровской частотой колебаний и уровня шумов.

Для более глубокого исследования в рамках обозначенной проблемы необходимы модели зашумленных сигналов с доплеровской частотой колебаний, содержащие динамику указанных соотношений сигнала и шума. Анализ реальных доплеровских ИИС в рассматриваемой области измерений показывает, что наиболее адекватная модель сигнала  $e(t)$  должна формироваться на основе выражения

$$e(t) = e_c(t) + e_{ш}(t),$$

где  $e_c(t) = \{E/[v_r(t) \cdot t]\} \cos[\Omega_d(t) \cdot t]$  – сигнал с частотой Доплера  $\Omega_d(t)$ ,  $E$  – коэффициент масштаба;  $e_{ш}(t)$  – сигнал шума со среднеквадратическим значением  $\sigma$ . Начало и завершение реальных процессов характеризуется соответственно соотношениями «сигнал/шум»:  $(100 \dots 30)/1$  и  $1/(30 \dots 50)$ . При этом следует заметить, что при разработке современных доплеровских ИИС реальные сигналы преобразуют, как правило, в последовательность (массив) выборки значений с равномерной дискретизацией аддитивной смеси колебания с доплеровской частотой и сигнала шума, причем последний по своим характеристикам является почти «белым» шумом, близким к стационарным эргодическим случайным процессам.

Задача формирования массива отсчетов разделяется на две составляющие: формирование с заданной погрешностью массива отсчетов временной функции информативного колебания и сигнала шума, с корректным учетом вероятност-

ных характеристик последнего как случайного процесса.

При равномерной дискретизации информативного колебания с уровнем квантования  $\Delta_q$  сигнал представлен массивом, содержащим квантованные значения сигнала, взятые через равно отстоящие моменты времени  $T_d = 1/f_d$ , где  $f_d$  – частота дискретизации. Для учета влияния паразитной модуляции, вызванной квантованием, на разрешающую способность разрабатываемого метода можно воспользоваться известными соотношениями, приведенными в [1]. Для грубой оценки «сигнал/шум квантования» достаточно воспользоваться выражением:

$$U_c / U_{ш.кв.} \approx 5,36 \pi \cdot f_d / \Omega_d, \quad (1)$$

где  $U_c$  и  $U_{ш.кв.}$  – эффективные значения напряжений соответственно доплеровского колебания и шума квантования.

Например, для обеспечения уровня шума квантования менее 1% частота дискретизации  $f_d$  должна выбираться в 19 раз больше максимального значения частоты сигнала  $f_c = 2\pi\Omega_d$ . При этом размер полученного массива легко размещается как на магнитных, так и на других носителях информации современных ЭВМ. Так, при частоте  $f_c = 210$  кГц, размере значения отсчета  $D = 1$  байт, интервале наблюдения  $T = 25$  секунд размер массива  $P$  будет составлять:  $P = T \cdot D \cdot f_c \approx 100$  Мб. Погрешность  $\Delta_{отсч}$  отсчетов при этом будет принадлежать интервалу  $[0, \Delta_{отсч}]$  с равномерным законом распределения.

Реализация модели сигнала шума  $e_{ш}(t)$ , близкого по спектральным характеристикам к «белому» шуму, возможна только с некоторыми допущениями. Для реализации модели сигнала шума в данной работе приняты псевдослучайные сигналы (ПСС), которые близки к случайным сигналам по параметрам и по их областям применения. Они, в строгом смысле, являются регулярными, но обладающими периодом, во много раз большим длительности реализации модели сигнала. В модели использованы следующие способы получения ПСС:

– линейная конгруэнтная последовательность

$$X_{n+1} = (a \cdot X_n + c) \bmod m, n \geq 0,$$

где  $a$  – множитель,  $c$  – приращение,  $m$  – модуль,  $X_0$  – начальное значение;

– последовательность чисел Фибоначчи с запаздываниями  $X_n = (X_{n-1} + X_{n-k}) \bmod m, n \geq k \geq 1$ ;

– последовательность чисел на выходе двоичного сдвигового регистра с обратными связями.

Предпочтение, которое отдано этим генераторам, обусловлено хорошей разработанностью их теории и их относительной простотой. Типичная реализация линейной конгруэнтной последовательности  $\{X_i\}$  представляет собой случайную последовательность точек, соответствующих значениям в интервале  $[0, 2^{32}]$ .

Для оценки качества генерации случайных чисел (ГСЧ) как выборок временной функции  $e_{ш}(e)$  важнейшее значение имеет теоретическое определение статистических характеристик ошибок ГСЧ по тем или иным критериям. Для практики наиболее важными характеристиками чисел являются плотность вероятностей и корреляционная функция. Проверка статистических характеристик ПСС проводится на основе пяти тестов, рекомендованных стандартом FIPS 140 национального института стандартов США:

1. Тест «однобитный» (monobit test). Оценивается наличие единичных бит ПСП. Тест считается пройденным, если их наличие составляет от 48% до 52%.

2. Тест «покер». Каждое число ПСП разбивается на множество 4-битных частей, каждая из которых согласно ее значению относится к одной из шестнадцати групп. После этого вычисляется оценка хи-квадрат согласно формуле:

$$V = \sum_{s=1}^k \frac{(Y_s - np_s)^2}{np_s},$$

где  $V$  – оценка хи-квадрат;  $Y_s$  – число частей, отнесенных к группе  $s$ ;  $np_s$  – ожидаемое количество частей в группе  $s$ ;  $k$  – число групп. Тест считается пройденным, если вероятность того, что оценка будет меньше полученной, будет меньше или равна 5%. Для этого должно выполняться условие  $V \leq 7,261$ .

3. Тест «цепочки» (run test). Производится поиск цепочек равной длины подряд стоящих бит или «0», или «1». Затем цепочки разделяются на 6 групп, в каждую из которых попадают цепочки одинаковой длины. Цепочки длиннее 5 бит записываются в отдельную группу. Затем производится оценка хи-квадрат.

4. Тест «длинные цепочки» (long runs). Данный тест проверяет наличие цепочек, длина кото-

рых превышает 33 бита. Присутствие таких цепочек в последовательности служит признаком неслучайности ПСП.

5. Тест «сплошная проверка» (continuous test). В этом тесте последовательность делится на блоки длиной в 16 чисел. При совпадении соответствующих членов подряд идущих блоков тест не считается пройденным.

Идеальное (базовое) доплеровское колебание в модели реализуется без учета динамики удаления исследуемого объекта от источника сигнала облучения и датчика информации – в отличие от реальных доплеровских ИИС. Поэтому выборки идеального доплеровского сигнала формируются по формуле (2):

$$e_{сн}(i) = \cos[2\pi \cdot (2f_0 \cdot v_r / c) \cdot i \cdot T / (N-1)], \quad (2)$$

где  $f_0$  – частота сигнала облучения;  $v_r$  – аппроксимированное значение скорости реального объекта;  $N$  – число выборок;  $i$  – номер выборки,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ . Поскольку представление сигналов является цифровым и дискретизированным, причем  $e_{сн}(i) \in [-1, 1]$ , то для эффективного использования разрядной сетки сигнал  $e_{сн}(i)$  умножается на число  $\max = 2^{31} - 2$ :  $e_c(i) = e_{сн}(i) \cdot \max$ , где  $e_{сн}(i) \in [-\max, \max]$ .

Как было указано выше, шум – процесс стационарный, следовательно, значение его дисперсии остается независимым. Для установки уровня шума  $e_{ш}(i)$  относительно уровня сигнала введен масштабирующий коэффициент  $1/n_1$ .

В реальных системах с увеличением расстояния до объекта амплитуда сигнала изменяется по обратному закону:  $e_c(i)/(a \cdot i + b)$ , где  $a$  и  $b$  – некоторые коэффициенты. Для определения уровня сигнала относительно уровня шума в конце наблюдаемого интервала времени ( $i = N$ ) введен коэффициент масштаба  $n_2$ , при котором выполняется  $a \cdot N + b = n_1 \cdot n_2$ . В начальный момент, когда  $i = 1$ , выполняется:  $a + b = n_1 \cdot n$ , откуда следует, что  $a = (n_1 \cdot n_2 - 1)/(N-1)$ ,  $b = 1 - a$ . Следовательно, суммарный ненормированный  $e_{\Sigma}(i)$  и нормированный  $e_{\Sigmaн}(i)$  сигналы будут определяться:

$$e_{\Sigma}(i) = \frac{e_c(i) \cdot \max}{a \cdot i + (1-a)} + \frac{e_{ш}(i)}{n_1}, \quad a = \frac{n_1 \cdot n_2 - 1}{N-1}, \quad (3)$$

$$e_{\Sigmaн}(i) = \frac{e_c(i) \cdot (a \cdot i + 1 - a) + e_{ш}(i) \cdot n_1}{n_1 + a \cdot i + (1-a)}. \quad (4)$$

Конечная погрешность модели будет складываться из следующих видов погрешностей:

- погрешности квантования;
- погрешности дискретизации;
- погрешности вычислительных методов.

Оценка этих погрешностей показала, что планируемая погрешность модели в целом определяется, главным образом, погрешностью квантования реальных АЦП. Принимая во внимание процесс формирования измерительного сигнала в реальных доплеровских ИИС, погрешность модели корректно оценивать только по составляющей информативного сигнала в конце процесса. При этом предлагается погрешность воспроизведения частоты Доплера оценивать по величине  $\Delta\Omega_d = 2\pi/\Delta T$ ,  $\Delta T = t_{ii} - t_{io}$  – максимальная разность между точками перехода через «0»  $t_{ii}$  и  $t_{io}$  соответственно для идеального и оцифрованного сигналов, где значения  $t_{ii}$  и  $t_{io}$  находятся простейшими методами, например, методом, секущих.

Данная модель позволяет без особых затруднений адаптироваться к конкретным доплеровским ИИС и исследуемым объектам, в лабораторных условиях производить исследования по увеличению разрешающей способности реальных и проектируемых доплеровских ИИС, составлять новые методики их аттестации, не требуя для этого дорогостоящих, затратных по времени натурных испытаний.

Предлагаемый метод выделения информативной части спектра зашумленных доплеровских сигналов стал возможен благодаря представленной выше модели. Более того, основные элементы данной модели являются его составной частью. Суть метода заключается в следующем. Предварительные исследования спектра сигнала, представленного (2), позволили установить, что существует следующая зависимость между значением его спектральной составляющей  $|S(\omega_n)|$  с центральной частотой  $\omega_n$  главного лепестка спектра и величинами  $\nu_r$  и  $\omega_d$ :

$$|S(\omega_n)|^2 = k_1 / 4\pi \cdot f_0 \nu_r / c = k_1 / \Omega_d, \quad (5)$$

где  $k_1$  – коэффициент масштаба, учитывающий значение  $T$ . Из (5) следует, что, уменьшая величину  $\Omega_d$ , можно увеличить энергию информативного колебания над шумом в рамках установленной интервальной выборки (сечения)  $T$  сигнала  $e(t)$ . Но поскольку функция  $\Omega_d(t)$  является информативным параметром, то для достижения указанной цели – увеличения разрешающей способности метода фильтрации доплеровских сигналов в частотной области – необходимо переместиться в нелинейное время, зависимость которого может быть представлена как

$$t_H(t) = (\omega_d(t) \cdot t) / \omega_0, \quad (6)$$

где  $\omega_0$  – ожидаемое значение частоты Доплера в начале сечения сигнала,  $\omega_d(t)$  – ожидаемая в ре-

зультате предсказания (экстраполяции) на основе информации предыдущего сечения функция частоты Доплера.

Далее необходимо заметить, что эффективное использование встроенных в программное обеспечение (ПО) ЭВМ функций преобразования Фурье, в том числе и быстрого преобразования Фурье (БПФ), возможно только в случаях получения массива выборок значений сигнала  $e(t)$  с равномерной дискретизацией  $T_d$ . В данном случае при введении зависимости (6) их использование становится невозможным.

Для решения этой проблемы предлагается, минуя прямое преобразование Фурье по выборкам сигнала  $e(t_H)$ , формировать массив значений спектральной функции сигнала  $e(t_H)$  на основе приведенного в [2] выражения спектральной функции выровненного сечения сигнала длительностью  $\tau$ , удовлетворяющего условиям разложения в степенной ряд:

$$S(\omega) = \frac{2}{\omega} \left\{ \left[ A(\omega) \sin \frac{\omega\tau}{2} + B(\omega) \cos \frac{\omega\tau}{2} + j \left[ C(\omega) \sin \frac{\omega\tau}{2} + D(\omega) \cos \frac{\omega\tau}{2} \right] \right] \right\}, \quad (7)$$

где коэффициенты  $A(\omega)$ ,  $B(\omega)$ ,  $C(\omega)$ ,  $D(\omega)$  определяются формой сигнала. Если выровненный сигнал  $e_B(t_H)$  представлен полиномом третьего порядка, то для определения  $A(\omega)$ ,  $B(\omega)$ ,  $C(\omega)$ ,  $D(\omega)$  потребуются результаты, приведенные в [2], которые с учетом поставленной задачи можно систематизировать в виде таблицы 1.

Методика вычисления массива спектра зашумленного доплеровского колебания в нелинейной системе времени заключается в следующем.

Пусть сигнал  $e(t)$  на интервале  $kT_d$ ,  $k \in Z_p$  ( $Z_p$  – множество целых положительных чисел) зафиксирован выборками  $e_i$ .

Таблица 1

$e_B(t_H)$ при $ t  < \tau/2$ (при $ t  > \tau/2$ $e_B(t_H) = 0$ )	A(ω)	B(ω)	C(ω)	D(ω)
E	E	0	0	0
$\frac{E}{\tau} t$	0	0	$-\frac{E}{\omega\tau}$	$\frac{E}{2}$
$\frac{4E}{\tau^2} t^2$	$E(1 - \frac{8}{\omega^2\tau^2})$	$\frac{4E}{\omega\tau}$	0	0
$\frac{8E}{\tau^3} t^3$	0	0	$-E(\frac{6}{\omega\tau} - \frac{48}{\omega^3\tau^3})$	$E(1 - \frac{24}{\omega^2\tau^2})$

**Этап 1.** Для каждого значения выборки  $e_i$  определяется значение нелинейного времени  $t_{Hi}(t) = (\omega_d(i \cdot t) \cdot i \cdot T_d) / \omega_0$  и формируется двухмерный массив элементов  $t_{Hi,p}$ , где  $j = \text{mod}_4(i)$  – остаток от деления на 4 числа  $i$ , как это показано в таблице 2.

**Этап 2.** Для того, чтобы воспользоваться выражением спектров, приведенным в [2], для перехода от функции  $e(t_H)$  к выровненной функции  $e_B(t_H)$  формируются три одномерных массива  $t_{cm}$ ,  $t$ ,  $\tau$  с элементами соответственно:

$$t_{cm,p} = (T_{3,p} + T_{0,p}) / 2 \text{ размером } k/4;$$

$$t_{k,p} = (T_{i,p} - t_{cm,p}) / 2 \text{ размером } k;$$

$$\tau_p = T_{3,p} - T_{0,p} \text{ размером } k/4.$$

**Этап 3.** С целью использования аппроксимации сигнала по интерполяционной формуле Ньютона [3] (кубическая интерполяция) с произвольной дискретизацией для каждого  $p$ -го элемента определяются разделенные разности:

$$\Delta_{11} = \frac{e_1 - e_0}{t_1 - t_0}, \quad \Delta_{12} = \frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1}, \quad \Delta_{13} = \frac{e_3 - e_2}{t_3 - t_2},$$

$$\Delta_{21} = \frac{\Delta_{12} - \Delta_{11}}{t_2 - t_0}, \quad \Delta_{22} = \frac{\Delta_{13} - \Delta_{12}}{t_3 - t_1}, \quad \Delta_{31} = \frac{\Delta_{22} - \Delta_{21}}{t_3 - t_0},$$

и коэффициенты  $a_s$  для степенного полинома  $e_B(t_H) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ :

$$\left[ \begin{array}{l} a_3 = \Delta_{31}, \\ a_2 = \Delta_{21} - \Delta_{31}(t_0 + t_1 + t_2), \\ a_1 = \Delta_{11} - \Delta_{21}(t_0 + t_1) + \Delta_{31}(t_0 t_1 + t_1 t_2 + t_2 t_0), \\ a_0 = e_0 - \Delta_{11} t_0 + \Delta_{21} t_0 t_1 + \Delta_{31} t_0 t_1 t_2. \end{array} \right]. \quad (8)$$

**Этап 4.** Подставляя значения (8) в соответствующие табличные выражения (таблица 1):  $a_0 = E$ ,  $a_1 = E/\tau$ ,  $a_2 = 4E/\tau^2$ ,  $a_3 = 8E/\tau^3$  – для коэффициентов  $A(\omega)$ ,  $B(\omega)$ ,  $C(\omega)$ ,  $D(\omega)$  спектральной плотности (7), формируется выражение спектральной плотности  $S_B(\omega)$  для выровненного фрагмента сигнала  $p$ -го элемента:

$$S_B(\omega) = \frac{2}{\omega} \left\{ \left[ a_0 + a_2 \left( \frac{\tau^2}{4} - \frac{2}{\omega^2} \right) \right] \sin \frac{\omega\tau}{2} + \frac{a_2 \tau}{\omega} \cos \frac{\omega\tau}{2} \right\} + j \frac{2}{\omega} \left\{ \left[ \frac{-a_1}{\omega} - a_3 \times \left( \frac{3\tau^2}{4\omega} - \frac{6}{\omega^3} \right) \right] \sin \frac{\omega\tau}{2} + \left[ \frac{a_1 \tau}{2} + a_3 \left( \frac{\tau^3}{8} - \frac{3\tau}{\omega^2} \right) \right] \cos \frac{\omega\tau}{2} \right\}. \quad (9)$$

**Этап 5.** На основе (9) формируется выражение спектральной плотности для анализируемого сечения сигнала исходного фрагмента сигнала  $p$ -го элемента:

$$S(\omega) = S_B(\omega) \cdot \exp(-j\omega t_{cm}). \quad (10)$$

Выражение (10) позволяет определять спектр  $p$ -го элемента сигнала по его временным выборкам в нелинейной системе времени. На их основе можно формировать массив значений спектральной функции сигнала  $e(t_H)$ , в том числе для обратного БПФ, сделав замену  $\omega = n \cdot \Delta\omega$ , где  $\Delta\omega$  – установленный шаг дискретизации спектра,  $n = 0, 1, 2, \dots, 2^m$ ,  $m \in Z_p$ , где  $2^m$  – граничный коэффициент.

**Этап 6.** Вычисляется массив значений итогового спектра  $S_\Sigma(n)$  по блок-схеме алгоритма, представленного на рисунке 1.

Полученный таким образом массив значений  $S_\Sigma(n)$  позволяет в несколько раз сузить главный лепесток амплитудного спектра доплеровского колебания анализируемого сечения  $T$  и, как следствие, в соответствии с (5) в несколько раз увеличить амплитудный спектр информативного колебания в области частоты  $\omega_0$ .

На рисунке 2 представлен спектр зашумленного доплеровского колебания с параметрами: соотношение «сигнал/шум» в начале и конце процесса соответственно: 30/1 и 1/30;  $f_0 = 1$  ГГц; значение начальной и конечной скорости  $v_r$  соответственно 1000 м/с и 500 м/с; число отсчетов  $N=262144$ . Главный лепесток спектра информатив-

Таблица 2.

Номер тетрады, $p$	1			$i/4$				$k/4$				
Номер выборки	0	1	2	3	$i-2$	$i-1$	$i$	$i+1$	$k-3$	$k-2$	$k-1$	$k$
Величина выборки	$e_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_{i-2}$	$e_{i-1}$	$e_i$	$e_{i+1}$	$e_{k-3}$	$e_{k-2}$	$e_{k-1}$	$e_k$
Момент выборки $t_{Hi}$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$

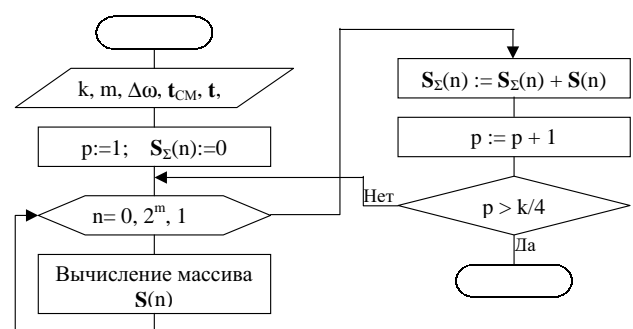


Рисунок 1.

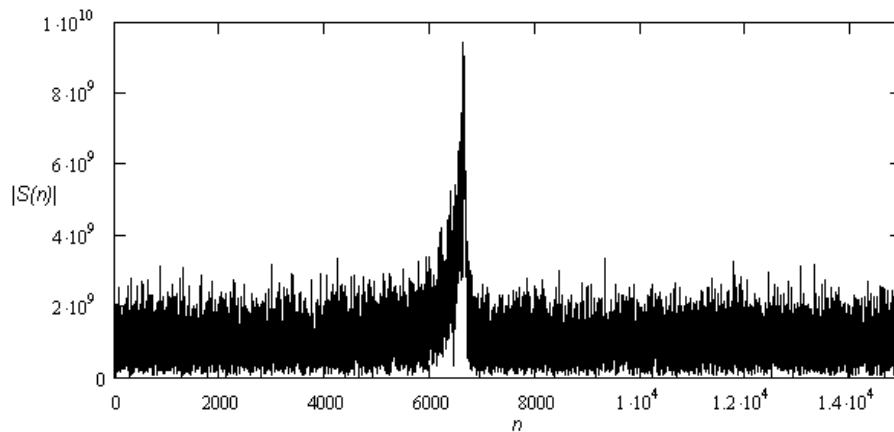


Рисунок 2.

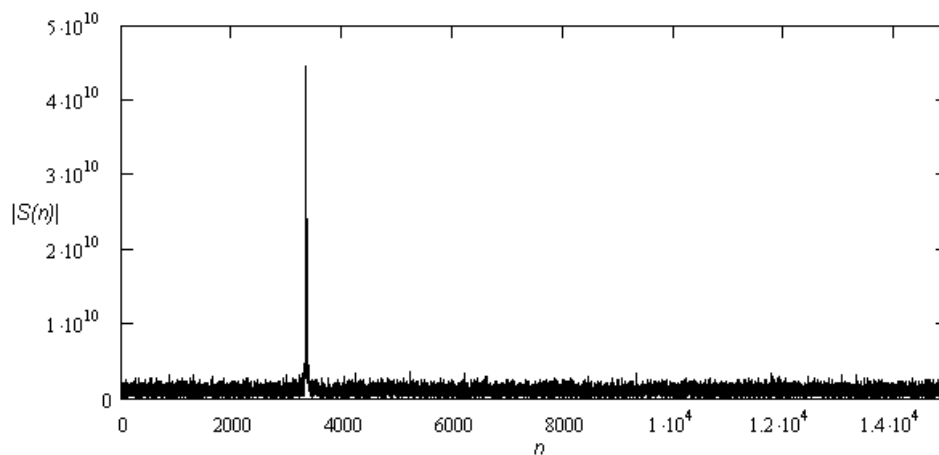


Рисунок 3.

ного колебания для данного примера располагается на интервале отсчетов  $n \in [3300, 6700]$ . Из рисунка видно, что подавляющая часть информативного спектра «задавлена» шумом и невозможно определить его левую границу.

На рисунке 3 представлен спектр того же сигнала, но в нелинейной системе времени, которая сформирована в соответствии с уравнением (6).

Из рисунка 3 следует, что информативная часть спектра в несколько раз выросла по сравнению с рисунком 2, и обнаружить эту составляющую и определить диапазон частот, к которому она относится, не представляет трудностей.

Этот эффект позволяет, используя известные приемы сортировки относительно установленной

нормы амплитудного спектра, сформировать новый массив значений спектра, не содержащий спектр шума.

Результирующая зависимость  $\Omega_d(t)$  определяется как массив  $h$  выборок  $\Omega_d(h \cdot t)$  по началам сечений  $T$ .

Доплеровская ИИС, разработанная на основе метода выделения информативной части спектра зашумленных доплеровских сигналов с использованием нелинейной системы времени, по сравнению с аналогичными существующими системами позволяет в несколько раз увеличить разрешающую способность как по обнаружению доплеровского сигнала, так и по измерению радиальных составляющих скоростей исследуемых объектов.

#### Список использованной литературы:

1. Баранов Л.А. Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 304 с.: ил.
2. Булатов В.Н. Спектрально-импульсные методы воспроизведения и трансформации фазовых спектров. – Оренбург: ИПК ОГУ, 2001. – 290 с., ил.
3. Волков Е.А. Численные методы: Учебн. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1987. – 248 с.