

## ПРОБЛЕМА СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В статье математическое моделирование рассматривается как средство системного анализа сложных систем. Дана классификация методов и моделей, используемых при моделировании, а так же указаны место и роль разработанной авторами системы вероятностного моделирования в данной классификации.

### 1. Роль моделирования в проектировании сложных систем

**Моделирование** является одним из наиболее распространенных способов изучения различных процессов и явлений и широко используется в научных исследованиях и инженерной практике. Различают физическое и математическое моделирование. При **физическом** моделировании модель воспроизводит изучаемый процесс с сохранением его физической природы. Под **математическим** моделированием понимают способ исследования различных процессов путем изучения явлений, имеющих различное физическое содержание, но описываемых одинаковыми математическими соотношениями. Например, детерминистические объекты могут быть описаны конечными автоматами, дифференциальными уравнениями, а стохастические объекты, учитывающие случайные факторы, – вероятностными автоматами, системами массового обслуживания и марковскими процессами.

Построение математической модели сложной системы в целом часто оказывается практически невозможным из-за сложности процессов ее функционирования. В этих случаях систему декомпозируют на отдельные подсистемы вплоть до элементов, сохраняя связи между подсистемами. Тогда сложную систему можно определить как многоуровневую конструкцию из взаимодействующих элементов, объединяемых в подсистемы различных уровней. В качестве такой системы можно рассматривать автоматизированные системы управления различного назначения, построенные по иерархическому принципу.

Любую сложную систему будем рассматривать как совокупность элементов и подсистем, предназначенную для решения определенного класса задач или же подчиненную единой цели. Если цели и задачи системы определены, то ставится вопрос об оценке качества ее функционирования с помощью **показателей эффективности**. В зависимости от назначения системы показатели эффективности могут быть различными, но чаще всего в качестве основного показателя эффективности выступает **производительность** системы, которая в свою очередь включает различные классы индексов. В таблице 1 приведены основные классы количественных индексов производительности вычислительных систем.

Таблица 1. Основные классы количественных индексов производительности вычислительных систем

Класс индекса	Примеры индексов	Общее определение
Продуктивность	Пропускная способность Скорость выработки Максимальная выработка (максимум пропускной способности) Скорость выполнения команд Скорость обработки данных	Объем информации, обрабатываемой системой в единицу времени
Реактивность	Время ответа Время прохождения Время реакции	Время между предъявлением системе входных данных и появлением соответствующей выходной информации
Использование	Коэффициенты использования оборудования (центральный процессор, канал ввода-вывода, устройство ввода-вывода) Коэффициент использования операционной системы Коэффициент использования общего модуля программного обеспечения (например, компилятора) Коэффициент использования базы данных	Отношение времени использования указанной части системы (или ее использования для заданной цели) в течение заданного интервала времени к длительности этого интервала

Расчет показателей эффективности сложных систем, т. е. задача анализа производительности, представляет собой весьма сложную задачу, которая требует привлечения специальных математических методов и, как правило, решается с помощью ЭВМ. Показатели эффективности зависят от структуры системы, значений ее параметров, характера воздействия внешней среды, внешних и внутренних случайных факторов, поэтому их можно считать функционалами, заданными на множестве процессов функционирования системы. Такие функционалы широко используются в теории сложных систем и системном анализе.

В связи с тем, что сложные системы функционируют в условиях действия случайных факторов, значения функционалов являются случайными величинами, и поэтому в задачах анализа производительности пользуются средними значениями функционалов. Например, **среднее количество** изделий, выпускаемых за смену, **средняя прибыль** (для производственных процессов), **средняя стоимость** перевозки (для транспорта), **среднее время ожидания** в очереди (для систем массового обслуживания) и другие.

Таким же путем можно характеризовать и другие свойства сложных систем: надежность, помехозащищенность, качество управления и другие.

Для того чтобы получить ответы на вопросы о производительности данной системы, разработчик системы на ранних этапах проектирования (системном проектировании) должен получить информацию об индексах производительности при определенных значениях параметров системы. Эту необходимую для исследования информацию можно получить посредством методов оценки производительности как от самой системы (методы измерения), если она существует, так и от модели системы (методы моделирования).

В настоящее время существует целый арсенал измерительных средств, как аппаратных, так и программных и микропрограммных. Под моделью системы будем понимать такое ее представление, которое состоит из определенного объема организованной информации о ней и построено с целью ее изучения. Для одной и той же системы может быть построен ряд различных моделей в зависимости от точек зрения и степени детализации системы (расчленения на компоненты).

**Место и роль концептуальных** (мыслимых) моделей при проектировании сложных систем определим следующим образом. Во-первых, концептуальные (математические) модели играют **фундаментальную** роль в оценке производительности и надежности сложных систем. Во-вторых, математическое моделирование является современным средством оценки качества проектных решений по сложным системам, в том числе и уже существующих систем в процессе их эксплуатации.

Концептуальные модели являются основой методов измерения, а также двух классов методов моделирования: **имитационного** и **аналитического**.

Очень распространенное и удобное описание поведения системы основывается на концепциях **состояния** и **перехода между состояниями**. Состояние системы в момент времени определяется как множество значений интересующих нас параметров системы в момент времени. Любое изменение этих значений параметров означает переход системы в другое состояние. Если поведение модели во времени в основном воспроизводит поведение системы и прослеживается эволюция решений уравнений модели на заданном интервале времени с сохранением хронологической последовательности изменения переменных состояния модели и системы, то мы имеем имитационную модель.

**В аналитическом моделировании** уравнения модели решаются чаще всего путем эквивалентных формульных преобразований, которые не отражают хронологию функционирования самой системы. Однако и здесь существуют численные методы (типа решения задачи Коши для дифференциальных уравнений), которые представляют собой последователь-

ную процедуру, в чем-то копирующую эволюцию реальной системы.

Существенным условием применимости любой модели является ее **адекватность** реальной системе и при оценке производительности системы **точность** модели должна быть определена к индексам производительности, выбранным для этой цели. Значения этих индексов, полученные в эксперименте на модели, должны быть достаточно близки к значениям моделируемой системы при тех же входных воздействиях.

На рисунке 1 показана иллюстрация этого определения для простого случая системы обработки данных из  $N$  заданий, где в качестве индекса производительности взято общее время  $t_{общ}$  обработки  $N$  заданий. Модель считается точной, если  $|t_{общ} - t'_{общ}| < \epsilon$ , где  $\epsilon$  – заданная максимальная ошибка, а  $t'_{общ}$  – результат моделирования.

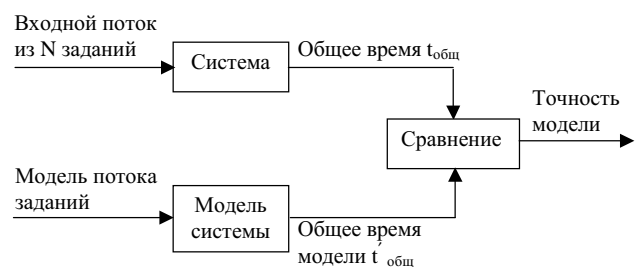


Рисунок 1. Иллюстрация понятия точности модели

При проектировании, когда моделируемая система не существует физически или недоступна для эксперимента, моделируемую систему представляют в виде концептуальной модели в действительности. Тогда точность модели можно оценить по схеме, представленной на рисунке 2.

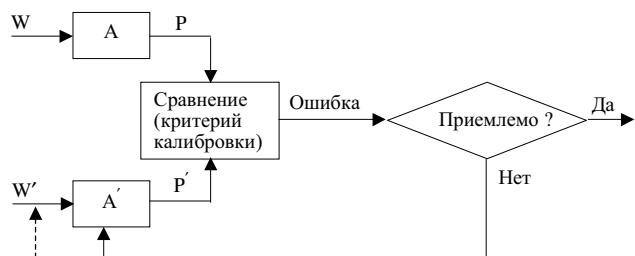


Рисунок 2. Схема итеративной процедуры калибровки

Система  $A$  при рабочей нагрузке  $W$  имеет производительность  $P$ , где  $P$  – совокупность индексов производительности (скаляры, средние и дисперсии функционалов). Модель системы  $A'$  при нагрузке  $W'$  имеет производительность  $P'$ . Сравнение значений одноименных индексов производительности дает меру точности  $P'$  и  $W'$ . Если точность модели неудовлетворительна, то в модель необходимо внести изменения, а процесс проверки повторить. Эта операция называется **калибровкой** (верификацией) модели. Критерии калибровки и меры точности для вычислительных систем приведены в таблице 2.

Таблица 2. Критерии калибровки модели (индекс производительности: время прохождения задания)

Основание критерия		Ошибка $E$
Среднее время прохождения задания		$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (t_j - t'_j)$
Время прохождения отдельного задания		$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (t_j - t'_j)^2$
Продолжительность отдельного шага задания		$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} (t_{ji} - t'_{ji})^2$
Символ	Определение	
$t_j$	Время прохождения задания $j$ в системе	
$t'_j$	Время прохождения задания $j$ в модели	
$t_{ji}$	Время выполнения шага $i$ задания $j$ в системе	
$t'_{ji}$	Время выполнения шага $i$ задания $j$ в модели	
$N$	Общее число заданий	
$n_j$	Число шагов в задании $j$	

Далее будем рассматривать примеры сложных систем, требующих моделирования при анализе их производительности, как при проектировании, так и в ходе их эксплуатации.

Во всех примерах будут выделены как основные следующие моменты: действие **случайных факторов** (стохастические объекты), сложное переплетение **информационных потоков**, наличие **очереди к ресурсам** системы. Это позволит при моделировании таких систем использовать аппарат **теории массового обслуживания**.

## 2. Примеры сложных систем, требующих моделирования

### 2.1 Сети ЭВМ: анализ производительности и проектирование

Сеть ЭВМ определим как множество узлов, в которых располагаются вычислительные ресурсы (соединенные в свою очередь в сеть с помощью узловых коммутационных ЭВМ), связанные друг с другом множеством линий передачи (каналов передачи данных). Через эту сеть по линиям передачи данных передаются сообщения в виде команд, запросов, файлов и другие. В узловых коммутационных ЭВМ выполняются задачи, связанные с передачей сообщений (выбор маршрутов, передача квитанций, контроль ошибок и управление потоками, формирование очередей), вводом-выводом сообщений, которые возникают и адресуются терминалам и основным процессорам данного узла. Эти задачи отделены от основных вычислительных функций, требуемых от узлов (процессоры HOST), и переданы коммутационным ЭВМ (процессоры IMP в сети ARPANET, NSFNET, INTERNET).

Таким образом, сети ЭВМ для анализа удобно разбить на две подсети: **подсеть связи**, осуществляющую передачу сообщений, и совокупность вычислительных и терминальных средств, которые составляют **подсеть ресурсов и пользователей** (рисунок 3).

На подсеть связи возложены следующие функции: принятие сообщений от любого источника (ЭВМ, терминалы данных), выбор маршрута следо-

вания сообщений, быстрая и надежная доставка сообщений в место назначения. Здесь могут быть выделены сети связи с коммутацией **каналов, сообщений и пакетов**. При цифровой передаче данных более предпочтительна коммутация сообщений и пакетов, что обеспечивает наименьшую задержку в сети.

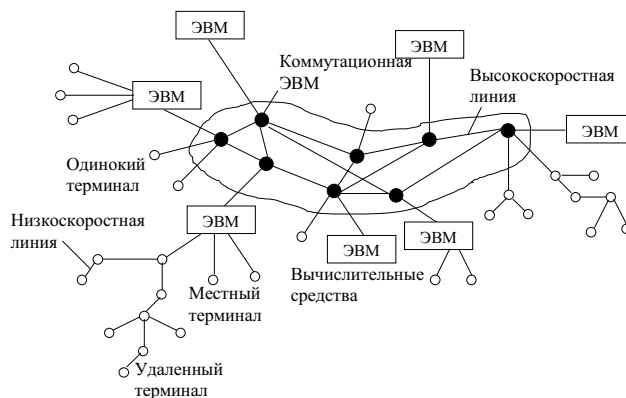


Рисунок 3. Структура сети ЭВМ

Сети ЭВМ рассматриваются как системы коллективного использования ресурсов, основные их характеристики следующие:

- 1) время ответа системы или задержка;
- 2) производительность системы;
- 3) пропускная способность ресурса;
- 4) показатель использования ресурса или загрузка.

Предположим, что имеется поток заявок (требований) к ресурсу на выполнение работы с интенсивностью  $\lambda$  заявок в секунду. Пусть  $C$  – **пропускная способность** ресурса в операциях на секунду, а  $1/\mu$  – среднее число операций, необходимых для выполнения задания. Тогда среднее число секунд, требуемых заданием от ресурса, равно  $1/\mu \cdot C$ , время ответа системы  $T = W + 1/\mu \cdot C$ , где  $W$  – **время ожидания** в очереди, а **загрузка** ресурса  $\rho = \lambda/\mu \cdot C$ .

При анализе такой системы важны соотношения между временем ответа  $T$ , производительностью  $\lambda$ , показателем использования ресурса  $\rho$  и пропускной способностью системы  $C$ . На эти соотношения существенное влияние оказывает структура системы. Для этого рассмотрим некоторые возможные структуры распределения ресурса и его коллективного использования. Рассмотрим сначала  $m$  ресурсов, каждый с пропускной способностью, равной  $C/m$  и на каждый из  $m$  ресурсов поступает поток заданий с интенсивностью потока  $\lambda/m$  (рисунок 4а). Эта структура представляет набор  $m$  систем массового обслуживания (СМО) типа  $G/G/1$  (произвольное распределение) входного потока и времени обслуживания и один обслуживающий прибор с суммарной пропускной способностью  $C$ . Эта система неэффективна, т. к. задания могут выстраиваться в очередь перед одним из ресурсов, в то время как какой-то другой ресурс будет простаивать. На рисунке 4б показана одна очередь ко всему набору  $m$  ресурсов с суммарной интенсивностью  $\lambda$  – это система  $G/G/$

$m$  ( $m$  – число обслуживаемых приборов). Эта структура эффективнее, т. к. задание не будет находиться в состоянии ожидания, если свободен какой-либо ресурс. Обе структуры обладают одним и тем же показателем использования  $\rho = \lambda \mu \cdot C$ , однако остается некоторая нерациональность, заключающаяся в том, что некоторые ресурсы, оставаясь свободными, не используются для ускорения работы остальных занятых ресурсов. На рисунке 4в объединен как поток заданий, так и ресурсы – это система G/G/1 с интенсивностью потока на входе  $\lambda$  и пропускной способностью ресурса  $C$ . Рассуждая аналогично, приходим к структуре, представленной на рисунке 4е, где показана лучшая система с объединенной очередью и объединенными ресурсами. Все шесть показанных систем имеют один и тот же показатель использования  $\rho$ , но последняя система часто оказывается лучше, чем остальные (потому что она имеет меньшее время ответа  $T$ ). Путем анализа СМО можно показать, что если продолжить увеличение входной интенсивности и пропускной способности, то можно добиться еще большей эффективности.

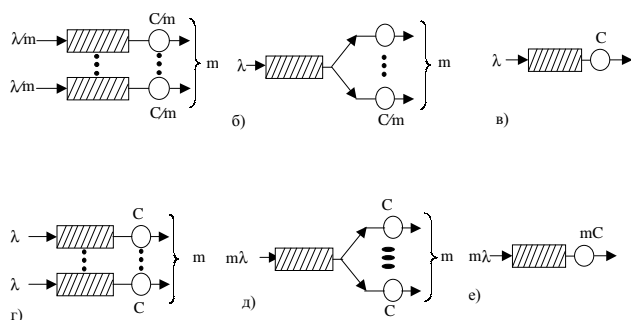


Рисунок 4. Эволюция структур СМО

Необходимо заметить, что для моделирования ситуации, рассмотренной выше, т. е. когда распределения **времени между заявками** во входном потоке и **времени обслуживания** являются **общими** (произвольными), не существует точных методов, а имеющиеся приближенные методы дают слишком грубые результаты. Кроме этого, существующими методами не может быть учтена **ограниченность** емкостей буферных накопителей в сетях ЭВМ.

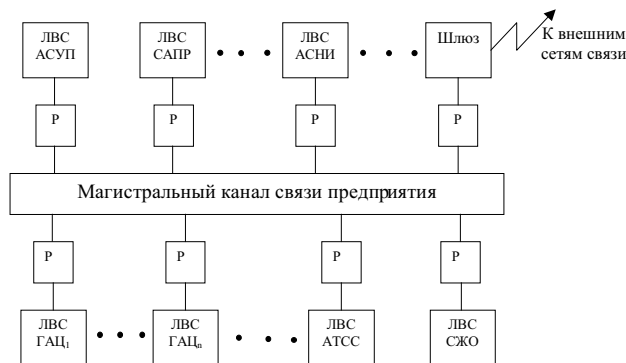
## 2.2 Автоматизированная система управления производством

В автоматизированном производстве используется многоуровневое управление с помощью ЛВС на каждом уровне, причем с ограничениями на время реакции и вплоть до работы в режиме реального времени. Объединение отдельных ЛВС уровней управления осуществляется через ретрансляторы с помощью магистрального канала связи предприятия (рисунок 5).

Аналогично выглядят структуры нижних уровней вплоть до сети АРМ и терминалов.

Системный подход к проектированию сложных систем, таких как ГПС, ГАП и др., предполагает от-

ношение к ним как единому целому. Но наличие в них вычислительно-управляющей и технологических подсистем или же наличие информационных и материальных потоков не позволяет формировать единый язык для проектирования таких систем. Однако существующие аналоги в структуре и функционировании технологического оборудования и ЭВМ позволяют применять некоторый общий подход при описании сложных систем.



ГАЦ - гибкий автоматизированный цех;  
АТСС – автоматизированная транспортно-складская система;  
СЖО – система жизнеобеспечения предприятия.

Рисунок 5. Схема ЛВС уровня предприятия

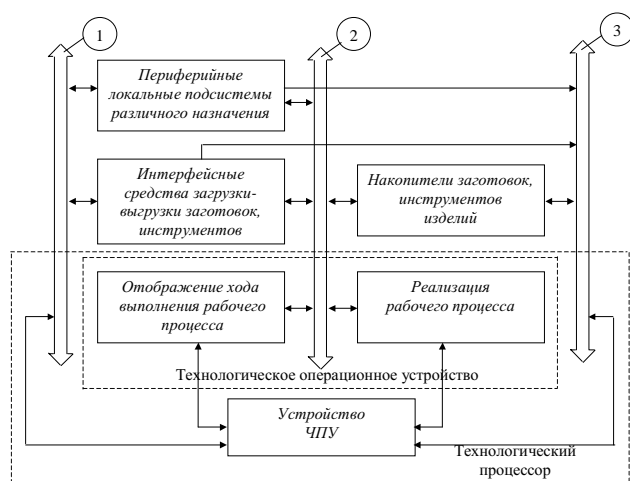
Например, способы обращения к накопителям инструментов и заготовок к деталям, используемые в гибких производственных ячейках или модулях (ГПЯ, ГПМ), схожи с методами доступа к памяти ЭВМ. Комплексирование ГПЯ в гибкую систему организовано по принципу мультипроцессора. При этом транспортная подсистема, подключенная к отдельным ГПЯ и автоматизированному складу как транспортный канал, есть аналог канала типа «общая шина». Комплексирование технологических объектов с помощью такого канала осуществляется по принципу «общая память», в качестве которой выступают автоматизированные склады заготовок, инструментов, готовых изделий. Далее перейдем к рассмотрению организации управления в ГПЯ.

В силу приведенных выше аналогий структурную схему ГПЯ, как и структурную схему ЭВМ, можно представить классической моделью фон Неймана (рисунок 6).

Здесь выделено операционное устройство (технологическое), устройство управления (устройство ЧПУ), память (накопители деталей и инструментов), интерфейс ввода – вывода (устройства загрузки и выгрузки заготовок и инструментов), периферийные локальные подсистемы, например устройство чтения штрихового кода палеты для ее идентификации. Перечисленные устройства объединены между собой с помощью шин-аналог с объединенной шиной адресов и данных, с шиной данных, с шиной управления.

Ядром ГПЯ служит технологический процессор, состоящий из операционного устройства и устрой-

ства управления. В состав технологического операционного устройства входят приводы и исполнительные узлы ГПЯ, осуществляющие основной рабочий процесс, и информационно-измерительная подсистема, отображающая ход выполнения рабочего процесса (информация, поступающая в ЧПУ по различным каналам обратной связи). При этом для координации совместной работы подсистем и устройств они обмениваются и получают диспетчерские указания по соответствующим шинам.



1-шина потока запросов, ответов и сообщений;  
2-транспортная шина потока заготовок, инструментов, изделий;  
3-шина потока диспетчерских команд

Рисунок 6. Структурное описание ГПЯ моделью фон Неймана

По аналогии с мультипроцессорными структурами ЭВМ от понятия о технологическом процессе можно перейти к понятию о технологической мультипроцессорной среде в ГПС. Для этого экстраполируются организационные основы, заложенные в ГПЯ.

Сказанное выше позволяет утверждать, что функционирование такой сложной системы, как ГПС и ей аналогичные, можно рассматривать с точки зрения функционирования вычислительных систем с той разницей, что ГПС представляет сложное переплетение информационных и материальных потоков. В этом смысле при проектировании и анализе производительности автоматизированных систем управления производственными процессами при их моделировании широко используется аппарат **теории вычислительных систем, теории массового обслуживания и марковских процессов.**

Здесь также ощущается ограниченность методов аналитического вероятностного моделирования при учете произвольности законов распределений времен между заявками во входном потоке и обслуживания. Кроме этого реальные потоки чаще всего являются **неоднородными**, что обусловлено разнородностью используемых средств вычислительной техники и различием классов решаемых задач. Эти фак-

торы не могут быть учтены имеющимися методами аналитического вероятностного моделирования.

### 2.3 Поточное производство изделий

Рассмотрим пример построения модели для одного варианта процесса поточного производства штучных изделий. В производственном процессе выделим три основные операции (абстрактные): обработки, сборки и управления. Пусть линия сборки состоит из  $l$  устройств, где каждое устройство выполняет одну определенную операцию сборки.

Важнейшей характеристикой **операции обработки** является ее длительность  $\tau_{обр}$ , зависящая от свойств станка и параметров заготовок. На практике считается достаточным описать случайную величину  $\tau_{обр}$  с точностью до двух **первых моментов распределений.**

Абстрактную **операцию сборки** можно представить как переработку информации о состоянии заготовок, участвующих в сборке. Пусть в сборке участвует узел (ведущий полуфабрикат) и  $m$  деталей (ведомых полуфабрикатов). Координаты их состояний до начала операции обозначим  $\alpha_{ky}, \alpha_{k1}, \dots, \alpha_{km}$ . В результате операции сборки получают сборный узел с новыми значениями координат  $\alpha_{ky}^*$ . Тогда математическое описание операции сборки задается соотношением

$$\alpha_{ky}^* = \alpha_{ky}^*(\alpha_{ky}, \alpha_{k1}, \dots, \alpha_{km}, \beta_1, \dots, \beta_l),$$

где  $\beta_i$  – параметры сборочного оборудования.

Величины  $\alpha_{ky}^*$  в общем случае являются **случайными**. Для их определения необходимо задавать соответствующие **законы распределения** или же другие **вероятностные характеристики.**

Операции обработки заготовок и сборки изделий являются основными производственными операциями, составляющими фундамент любого производственного процесса. В отличие от этого **операции управления** не имеют непосредственного отношения к обработке и сборке. В качестве примеров операций управления можно назвать регулирование скорости производственного процесса, регулирование режимов работы станков, выработка признаков прекращения или возобновления подачи заготовок к станку или линии в зависимости от длины **очереди** и другие. Выполнение операций управления обеспечивает управляющее устройство.

Комбинация операций обработки со сборкой изделия и с операциями управления и дает абстрактный процесс поточного производства штучных изделий. Для моделирования широкого круга реальных производственных процессов такого вида, с учетом отклонения течения производственного процесса от нормального, используется аппарат **теории массового обслуживания.**

При этом к замечаниям, сделанным в предыдущем примере, необходимо добавить следующие. Во многих случаях в системе поточного производства

следует учитывать тот факт, что в системе массового обслуживания **время обслуживания** зависит от **характеристик входного потока** (от свойств заготовок, отклонения их размеров от номинальных, температуры и других). Кроме этого необходимо учитывать **ограниченность накопителей** заготовок, деталей, инструментов и местных складских ячеек. Все эти и другие особенности поточного производства в полной мере не могут быть проанализированы существующими методами аналитического вероятностного моделирования.

В качестве других примеров сложных систем, где используются идеи и методы систем массового обслуживания, можно привести телефонную сеть, таксомоторное хозяйство крупного города, городской пассажирский транспорт, машинно-тракторные парки в сельском хозяйстве и многое другое. Все рассмотренные выше примеры объединяет одно общее свойство – они являются **стохастическими объектами** вследствие действия случайных факторов. **Информационные и материальные потоки** в этих системах образуют **случайные потоки**. Для моделирования таких систем с учетом всех перечисленных выше их особенностей существующих методов и моделей аналитического вероятностного моделирования в силу их ограниченности недостаточно, а метод имитационного моделирования еще является дорогим и трудоемким. Далее будут рассмотрены стохастические сетевые модели систем, представляющие

собой совокупность взаимосвязанных систем массового обслуживания (СМО).

### 3. Существующие методы и модели сложных систем

Существующие методы и модели систем представлены следующей структурной схемой (рисунок 7).

Здесь **алгебраические и аппроксимационные** методы образуют класс методов и моделей аналитического **вероятностного моделирования**. Алгебраические методы в теории массового обслуживания ограничены предположением о **пуассоновости** входных потоков и **экспоненциальности** времени обслуживания (когда известны точные результаты для вероятности состояния сетевой модели в виде произведения), что далеко не всегда имеет место при исследовании реальных процессов.

Следующий момент связан с неоднородностью реальных потоков. **Неоднородность** потоков случайных событий прежде всего обусловлена зависимостью времени обслуживания от параметров входного потока, а также разнородностью используемых в сложных системах управления средств вычислительной техники и разнотипностью классов решаемых задач. Неоднородность потоков в экспоненциальных и сепарабельных сетевых моделях также не может быть учтена. Игнорирование же этих двух важных факторов при использовании экспоненциальных се-

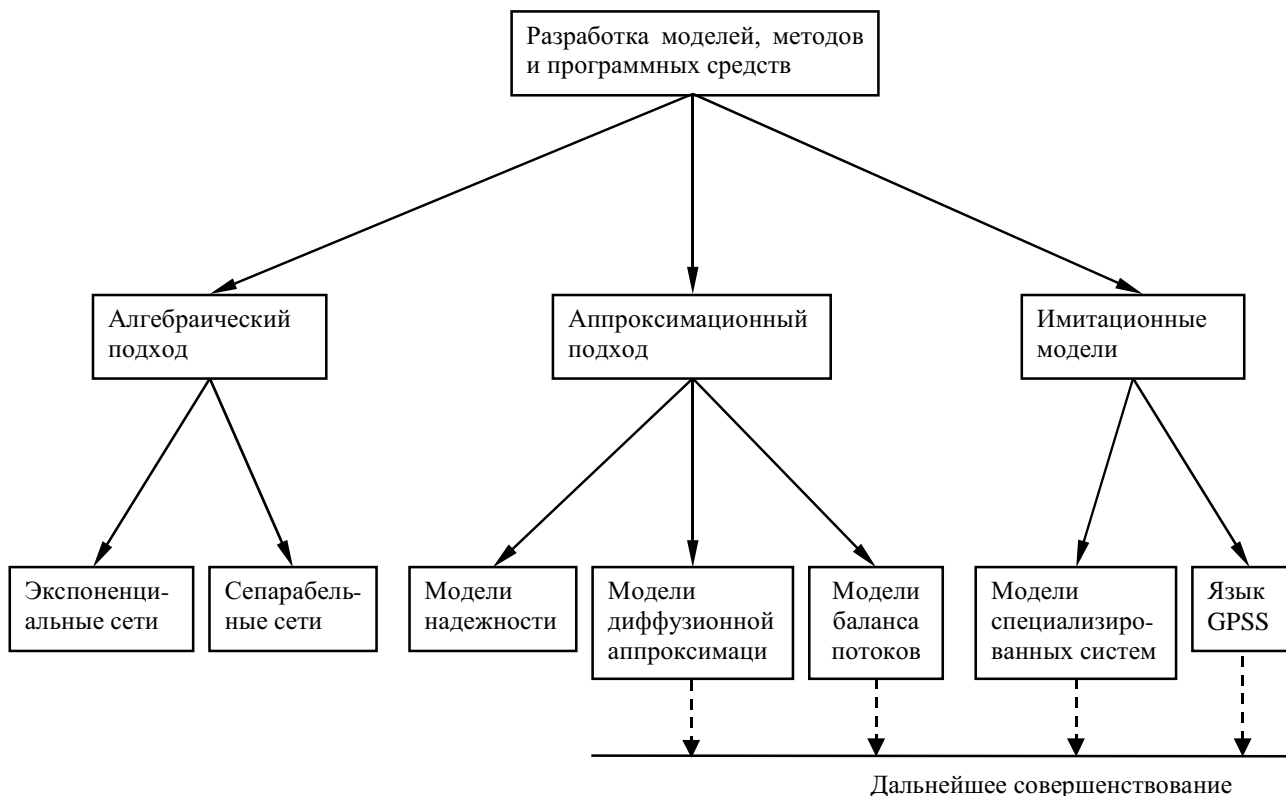


Рисунок 7. Существующие методы и модели анализа производительности сложных систем

тей для решения задачи анализа производительности сложных систем может внести **существенную погрешность** в результаты моделирования.

Это и послужило основанием для появления аппроксимационных методов.

Под методом **имитационного моделирования** будем понимать **способ вычисления статистических** характеристик интересующих нас случайных величин посредством воспроизведения реализаций соответствующего случайного процесса с помощью его математической модели. В области управления экономикой, планировании, исследовании операций, проектировании термин «имитационный эксперимент» обозначает **способ выбора рационального управления** сложным процессом (рационального плана, рациональной конструкции проектируемого изделия) путем сравнения различных вариантов.

В дальнейшем будем различать аналитическое вероятностное моделирование от имитационного моделирования в том смысле, как различаются **теория вероятностей и математическая статистика**.

В настоящее время существует несколько десятков специализированных имитационных систем моделирования или же проблемно ориентированных систем, и их число растет.

Применение их отличает большая трудоемкость (время составления модели плюс время расчета на ЭВМ), а также ограниченная эффективность (произведение дисперсии ошибки на время моделирования). С другой стороны, с ростом быстродействия современных ЭВМ, развитием информационных технологий и созданием интерактивных систем моделирования **трудоемкость** процесса моделирования будет уменьшаться, но все же трудоемкость имитационного моделирования останется выше, чем аналитического.

Перспективно объединение возможностей всех видов интерактивных систем – экспертных, оптимизационных, имитационных и аналитических вероятностных в одну общую – интегрированную интерактивную систему моделирования (рисунок 8).

На этом рисунке место и роль разработанной авторами системы моделирования обведены рамкой.

Тогда для разработчиков, проектировщиков и конструкторов различных систем автоматизации такая система моделирования может выглядеть как «черный ящик» и им не нужно будет вникать в суть

протекающих в них вычислительных процессов. Примерное влияние роста мощности средств вычислительной техники на затраты по моделированию показано на рисунке 9.

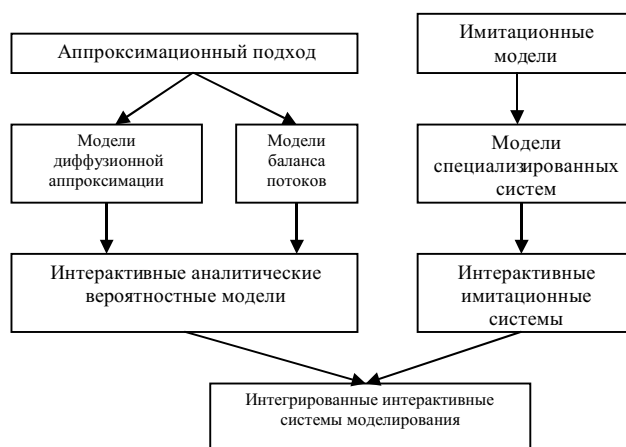


Рисунок 8. Эволюция систем моделирования

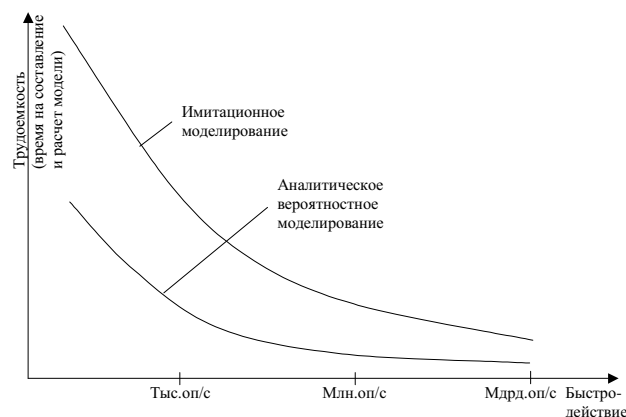


Рисунок 9. Влияние развития вычислительной техники и информационных технологий на стоимость моделирования

В работе метод имитационного моделирования использован для аттестации разработанных алгоритмов и программ, а также для оценки точности разработанных методов и моделей двумерной диффузионной аппроксимации систем массового обслуживания в тех случаях, когда точные результаты для этих моделей неизвестны.

**Список использованной литературы:**

1. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 356с.
2. Павловский Ю.Н. Имитационные модели и системы. – М.: Фазис: ВЦ РАН, 2000. – 134 с.
3. Гибкие производственные комплексы. /Под ред. П.Н.Белянина и В.А.Лещенко. – М.: Машиностроение. 1984. – 384 с.
4. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Непрерывные марковские модели систем массового обслуживания и расчет их характеристик // Вестник ОГУ, №2, 2002.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Программно-реализованная марковская модель массового обслуживания с переменными параметрами поступления и обслуживания для анализа сложных систем // Вестник ОГУ, №3, 2002.
6. Тарасов В.Н., Афанасьев А.А. Алгоритмические аспекты и априорные оценки длительности имитационных экспериментов // Вестник ОГУ, №4, 2002.