

## КВАНТОВЫЙ ВЫХОД ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ МОЛЕКУЛЯРНЫХ СИСТЕМ: ПРИМЕСНОЕ ТУШЕНИЕ И ВЗАИМНАЯ ДЕЗАКТИВАЦИЯ ВОЗБУЖДЕНИЙ

**Рассмотрена проблема определения микропараметров процесса переноса энергии электронного возбуждения в конденсированных системах из результатов измерения относительного квантового выхода люминесценции. Анализируются случаи использования импульсного и стационарного источников оптического излучения. Получены выражения, определяющие квантовые выходы люминесценции систем, в которых получают развитие нелинейные процессы аннигиляции возбуждений. Произведены численные оценки характерных параметров для индуктивно-резонансных и обменных реакций.**

Измерение квантового выхода люминесценции, возбуждаемой фотоисточником постоянной интенсивности, представляет собой достаточно простую экспериментальную процедуру. В то же время существует мнение, что результат такого измерения малоинформативен из-за интегрального характера регистрируемой величины. Конечно, разрешенные во времени сигналы люминесцентного отклика системы на импульсное фото воздействие позволяют произвести непосредственное сравнение экспериментального кинетического профиля интенсивности с расчетной временной зависимостью теоретической модели [1]. И тем не менее в ряде случаев усилия, затрачиваемые на организацию и проведение кинетического эксперимента, не оправданы, и более предпочтительными представляются измерения стационарного свечения с тщательной их обработкой на базе достаточно детальной теории.

В данной работе мы покажем, каким образом относительный квантовый выход люминесценции – результат измерений сигналов свечения при использовании импульсных излучателей и световых источников постоянной интенсивности – связан с времязависящей парной функцией распределения реагентов по расстояниям и скоростью передачи энергии возбуждения в элементарном акте. Во второй части статьи рассмотренный формализм расчета квантового выхода будет распространен на кинетически нелинейные системы, в которых получают развитие процессы взаимной дезактивации (аннигиляции) возбуждений. Будет рассмотрен случай аннигиляции синглетных центров, приводящий к уменьшению выхода флуоресценции, а также случай триплет-триплетной аннигиляции, в котором происходит уменьшение интенсивности фосфоресценции, но *возрастание* квантового выхода *замедленной* флуоресценции.

*Квантовый выход люминесценции в системе с ненасыщаемыми стоками*

Мгновенная интенсивность  $I(t)$  одноцентровой люминесценции в момент времени  $t$  пропор-

циональна числу возбужденных молекул  $N(t)$  в этот же момент  $t$ , или среднеобъемной концентрации  $n(t)$ , если речь вести об интенсивности свечения единицы объема квазиоднородной среды. Если возбуждение люминофора осуществляется источником переменной во времени интенсивности  $\tilde{Q}(t)$ , а эффективное время жизни возбужденных центров не зависит от  $t$ , мгновенная интенсивность  $I(t)$  свечения определяется тогда следующим соотношением свертки [1]

$$I(t) \propto \int_0^t \tilde{Q}(t') G(t-t') dt', \quad (1)$$

где  $G(t-t')$  – плотность активированных молекул в момент времени  $t$ , при возбуждении системы люминофоров  $\delta$ -импульсным источником в момент  $t'$ .

Соотношение (1) может быть записано на основе простых физических соображений, учитывающих конечность времени жизни  $\tau_D$  возбужденного состояния люминофора, а также как результат решения кинетического уравнения с *постоянными коэффициентами* для среднеобъемной плотности  $n(t)$ .

Однако в более общей ситуации, при развитии в системе процессов миграции энергии электронного возбуждения с ускоренной релаксацией на стоках [1-2], в кинетическом уравнении для концентрации возбужденных молекул  $n(t)$  появляются *времязависящие коэффициенты* [2-3]. При этом уравнение остается линейным, если стоки энергии – тушители возбуждений – являются идеальными ненасыщаемыми (и неисчезающими) ловушками

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{\tau_D} n(t) - K(t) n_A n(t) + Q(t). \quad (2)$$

В уравнении (2) величина  $n_A$  представляет собой концентрацию молекул акцептора (тушилья люминесценции), которая в данном случае считается постоянной. Неоднородный член  $Q(t)$  определяет число возбуждений, возникающих в единице времени в момент  $t$ , в единице объема среды. Очевидно, что мощность накачки и ско-

рость генерации возбуждений изменяются синхронно и связаны между собой соотношением пропорциональности  $\tilde{Q}(t) \sim Q(t)$ . Функция  $K(t)$  является удельной скоростью донор-акцепторного переноса энергии, в общем случае – время-зависящей, и отражающей все особенности кинематики транспорта реагентов, а также их бимолекулярного взаимодействия. Таким образом, именно величина  $K(t)$  является наиболее емкой в информационном плане и потому представляющей наибольший интерес физической характеристикой. Вводя дистанционно-зависящую скорость  $U(r)$  элементарного акта переноса энергии в донор-акцепторной паре (вероятность перехода в единицу времени), а также парную функцию относительного донор-акцепторного распределения  $f(r,t)$ , определим функцию  $K(t)$  интегральным соотношением [2-3]:

$$K(t) = \int_{r_0}^{\infty} U(r) f(r,t) d^3 r. \quad (3)$$

Радиус  $r_0$  – расстояние максимального сближения между молекулами донора и акцептора. Корреляционная функция  $f(r,t)$  является решением более сложного, чем (2), дифференциального (или интегро-дифференциального) уравнения в частных производных [1-4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(r,t) &= \hat{L}(r) f(r,t) - \\ &- U(r) f(r,t) + \frac{Q(t)}{n(t)} [1 - f(r,t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\hat{L}(r)$  – транспортный оператор, отражающий особенности относительного перемещения реагентов в системе, которые могут носить характер случайных блужданий, диффузионных [1,5] или не сводящихся к таковым крупномасштабных прыжков [3-4]. Миграция молекул может осуществляться подобно свободным броуновским частицам или происходить как стохастические блуждания в потенциальном поле элементов структуры матрицы или частицы – партнера по реакции [6]. Все детали обрисованной физической картины содержатся в операторе  $\hat{L}(r)$ , поэтому он может иметь достаточно сложную в математическом отношении структуру. Достаточно часто  $\hat{L}(r)$  представляется оператором Фоккера-Планка в конфигурационном пространстве (оператором Смолуховского) [6], но в моделях с недиффузионным механизмом перемещений частиц (прыжковым, например) он может являться и интегральным оператором [3-4].

С другой стороны, когда кинетическое уравнение (2) является уравнением с переменны-

ми коэффициентами, справедливость простого соотношения (1) нарушается. Плотность возбуждений  $G(t-t')$  при активации системы люминофоров  $\delta$ -импульсным источником зависит теперь не только от разности  $t-t'$ , но и от самого момента  $t$ . Сигнал люминесценции  $I(t)$  в момент  $t$  пропорционален концентрации  $n(t)$  возбуждений, изменяющейся со временем в соответствии с уравнением (2)

$$I(t) \propto n(t) \propto \int_0^t Q(\tau) G(t;\tau) d\tau, \quad (5)$$

где  $G(t;\tau)$  – функция Грина уравнения (2), то есть решение (2), полученное для случая  $Q(t)=\delta(t-t')$ :

$$G(t;\tau) = \exp \left[ -\frac{(t-\tau)}{\tau_D} - n_A \int_{\tau}^t K(t') dt' \right]. \quad (6)$$

Тогда общее решение уравнения (2) может быть представлено в виде

$$n(t) = n_0 G(t;0) + \int_0^t Q(\tau) G(t;\tau) d\tau. \quad (7)$$

Таким образом, из (5)-(7) следует невозможность представления сигнала свечения  $I(t)$  в виде свертки (1).

Вводя понятие относительного квантового выхода  $\eta$  люминесценции при возбуждении системы импульсом произвольной формы  $\tilde{Q}(t)$  как отношения светосумм (полного числа излученных фотонов) при наличии тушителя и в его отсутствие можем записать ( $n_0=0$ ) [1-2]

$$\eta = \frac{\int_0^{\infty} n(t | n_A) dt}{\int_0^{\infty} n(t | n_A = 0) dt} = \frac{\int_0^t \int_0^{\infty} Q(\tau) G(t;\tau) d\tau dt}{\int_0^t \int_0^{\infty} Q(\tau) \exp \left[ -\frac{(t-\tau)}{\tau_D} \right] d\tau dt}. \quad (8)$$

При использовании  $\delta$ -импульсного светового источника для скорости генерации возбуждений можем записать  $Q(t)=n_0\delta(t)$ . Тогда внутренние интегралы в (8) исчезают и вычисления квантового выхода  $\eta$  упрощаются.

В другом важном случае система люминофоров подвергается воздействию стационарного светового источника  $\tilde{Q}(t)=\text{const}$ . При таком режиме возбуждения естественно ожидать упрощения выражения для квантового выхода  $\eta$  свечения. Стационарное облучение формирует соответствующий постоянный уровень населенности возбужденных состояний  $n(\infty)$ . Тогда вместе соотношения светосумм (8) для  $\eta$  удобнее использовать эквивалентное определение

$$\eta = \frac{n(\infty | n_A)}{n(\infty | 0)}. \quad (9)$$

К сожалению, прямо осуществить предельный переход  $t \rightarrow \infty$  в (7) и (9) проблематично, так как это приводит к неопределенности (вычисление предела в несобственном интеграле). Для получения пригодного для расчетов и удобного в обращении выражения осуществим вначале замену переменной в (7):  $t - \tau = \tau'$ . Тогда выражение (7) при  $n_0 = 0$  принимает вид

$$n(t) = \int_0^t Q(t - \tau) G(t; t - \tau) d\tau = \\ = \int_0^t Q(t - \tau) \exp \left[ -\frac{\tau}{\tau_D} - n_A \int_{t-\tau}^t K(t') dt' \right] d\tau. \quad (10)$$

Вынося  $Q(t) = \text{const}$  за знак интеграла и подставляя (10) в (9) получаем

$$\eta = \frac{1}{\tau_D} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \exp \left[ -\frac{\tau}{\tau_D} - n_A \int_{t-\tau}^t K(t') dt' \right] d\tau. \quad (11)$$

Численные расчеты на основе (11) уже вполне осуществимы с заданной точностью. Однако учитывая, что на практике часто приходится иметь дело с ситуацией достаточно малых концентраций тушителей  $n_A$  или даже специально создавать такие условия эксперимента, рассмотрим трансформацию (11) в случае низкой плотности акцептора (интеграл в показателе экспоненты мал по сравнению с первым членом). Разложение функции (11) в ряд по степеням  $n_A$  и пренебрежение членами высокого порядка малости после интегрирования по частям приводит к простому выражению

$$\eta = 1 - n_A \int_0^\infty K(t) \exp(-t/\tau_D) dt. \quad (12)$$

Линейная зависимость  $\eta(n_A)$  может быть проверена в ходе проводимого эксперимента – для обоснования использования линейной аппроксимации. Комбинируя подинтегральные факторы, можем переписать (12) в виде

$$\eta = 1 - n_A \int_{r_0}^\infty U(r) d^3 r \int_0^\infty f(r, t) \exp(-t/\tau_D) dt. \quad (13)$$

В таком формате выражение для  $\eta(n_A)$  часто использовалось в работах А.И. Бурштейна и его сотрудников [3-5]. Как отмечено в [5], в формуле (13) фигурирует Лаплас-образ функции  $f(r, t)$ , вычисленный в точке  $1/\tau_D$ . По этой причине вместо кинетического уравнения для парной корреляционной функции  $f(r, t)$  можно использовать более простое, стационарное уравнение для ее Лаплас-образа.

При современном развитии вычислительной техники и программных приложений не вы-

зывает больших затруднений прямой расчет величины  $\eta$  на основе (11) или (12)-(13). При этом промежуточные расчеты кинетической части задачи (времязависящий коррелятор  $f(r, t)$ ) представляют самостоятельный интерес, тем более существенный в отсутствии реального кинетического эксперимента.

### Статическое и диффузионно-ускоренное тушение

При статическом тушении транспортный оператор  $\hat{L}(r) \equiv 0$ . Тогда из уравнения (4) для парного распределения  $f(r, t)$  получаем

$$f(r, t) = \exp[-U(r)t], \quad (14)$$

$$\text{и } K(t) = \int_{r_0}^\infty U(r) \exp[-U(r)t] 4\pi r^2 dr. \quad (15)$$

Производя интегрирование по времени в (13), получаем

$$\eta = 1 - 4\pi n_A \int_{r_0}^\infty \frac{U(r)\tau_D}{1+U(r)\tau_D} r^2 dr. \quad (16)$$

При переносе энергии с донора на акцептор по диполь-дипольному (индуктивному-резонансному) механизму

$$U(r) = U_{dd}(r) = \frac{1}{\tau_D} \left( \frac{R_F}{r} \right)^6, \quad (17)$$

где  $R_F$  – ферстеровский радиус переноса, т. е. характерное расстояние между реагентами, при котором  $U_{dd}(R_F) = 1/\tau_D$ .

Подставляя (17) в (16) и вычисляя интеграл, получаем выражение для квантового выхода при статическом тушении по диполь-дипольному механизму

$$\eta = 1 - \frac{4}{3}\pi R_F^3 n_A \operatorname{arctg} \left( \frac{R_F}{r_0} \right)^3. \quad (18)$$

При  $r_0 \rightarrow 0$  (пренебрежение собственными размерами молекулы) формула (18) переходит в известный результат Ферстера [2]:

$$\eta = 1 - (2/3)\pi^2 R_F^3 n_A.$$

Характерные значения  $R_F$  при индуктивно-резонансном переносе энергии составляют 4-5 нм [1]. Учитывая, что типичные значения  $r_0$  многих молекул – 0,5-0,7 нм, получаем, что  $\operatorname{arctg}(R_F/r_0)^3 \approx \pi/2$ . Для ферстеровского объема тушения тогда справедлива оценка  $V(R_F) \approx (3 \div 7) \cdot 10^{-19} \text{ см}^3$ . Тогда очевидно, что формулу (18) можно использовать, когда концентрация акцепторов  $n_A \leq 10^8 \text{ см}^{-3}$  ( $\sim 10^3 \text{ моль/дм}^3$ ). В то же время при организации экспериментов плотность тушителей не должна быть существенно меньше приведенного значения –

при этом будет снижаться точность измерений. Расчет величины  $\eta(n_A)$  при высоких значениях  $n_A$  необходимо осуществлять, используя формулу (11).

Обычно время жизни синглетных возбуждений  $\tau_s \sim 1 \div 10$  нс, но этот параметр сильно зависит от типа растворителя и температуры [1-2,8]. В ряде ситуаций возможны существенные отклонения  $\tau_s$  от типичных значений в обе стороны.

В другом типичном случае триплет-возбужденных молекул тушение фосфоресценции осуществляется по обменному механизму [1-3, 6-7, 9]. Тогда

$$U(r) = U_{exc}(r) = U_0 \exp[-2(r - r_0)/L], \quad (19)$$

и выражение (15) допускает приближенное представление в аналитическом виде [3, 7, 9]

$$\begin{aligned} K(t) &= \frac{U_0}{U_0 t + 1} 4\pi R^2(t)(L/2); \\ R(t) &= r_0 + (L/2) \ln(U_0 t + 1). \end{aligned} \quad (20)$$

Параметр  $L$  в (19)-(20) представляет собой характерный масштаб перекрытия электронных оболочек взаимодействующих молекул и имеет величину  $\sim 0.1$  нм. Рядом авторов приводились данные для параметра  $U_0$ , полученные при обработке результатов эксперимента. Так, обычно величина  $U_0 \sim 10^6 \div 10^9$  с<sup>-1</sup>, хотя в [3-4] используются значения  $U_0 \sim 10^{10} \div 10^{11}$  с<sup>-1</sup> и выше. Свое максимальное значение удельная скорость  $K(t)$  из (20) принимает в начале процесса, поэтому в качестве оценки можем записать  $K(0) = U_0 4\pi r_0^2 (L/2) \sim 10^{-16} \div 10^{-13}$  см<sup>3</sup>/с.

Подставляя (19) в (12) и учитывая логарифмически медленное изменение радиуса  $R(t)$  со временем (функцию  $R(t)$ , можно заменить ее значением  $R(\tau_D)$ ), для квантового выхода  $\eta$  люминесценции при статическом обменном тушении получаем [7]

$$\eta = 1 - n_A 4\pi R^2(\tau_D)(L/2) \exp[(U_0 \tau_D)^{-1}] E_1[(U_0 \tau_D)^{-1}], \quad (21)$$

$$\text{где } E_1(x) = -C - \ln x - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^k}{k \cdot k!} -$$

интегральная показательная функция;  
 $C = 0.577215665$  – постоянная Эйлера. Таким образом, в (20) фигурирует объем тушащего сферического слоя  $V = 4\pi R^2(\tau_D) \delta$ , толщиной  $\delta \sim L$  и радиусом  $R(\tau_D)$ .

Типичное время жизни триплетных возбуждений  $\tau_T \sim 1 \div 10$  мс, но для молекул некоторых соединений этот параметр может достигать значения 1 с или даже превышать его. Поскольку в (21) фигурирует произведение  $U_0 \tau_D$ , примем для него оценку  $U_0 \tau_T \sim 10^3 \div 10^4$ , не конкретизируя значений факторов порознь. Тогда для радиуса

$R(\tau_D)$  получаем значение около 1 нм, при начальном значении  $r_0 \sim 0.5 \div 0.7$  нм. Таким образом, увеличение радиуса обменного тушения за все время процесса немногим превышает 50%. Значение фактора  $E_1$  в (21) имеет приближенную оценку  $E_1[(U_0 \tau_T)^{-1}] \approx 6.3 \div 8.6$ . Тогда объем тушащего сферического слоя в обменной реакции  $V = 4\pi R^2(\tau_D) \delta \sim 5 \cdot 10^{-21}$  см<sup>3</sup>, что на два порядка меньше ферстеровского объема тушения по диполь-дипольному механизму. Полный объем тушения  $V = (4/3)\pi R^3(\tau_D) \sim 10^{-20}$  см<sup>3</sup>. Соответственно для правомерности использования (21) концентрация акцептора не должна превышать критического значения

$$n_A \approx 10^{19} \text{ см}^{-3} (\sim 10^{-2} \text{ моль/дм}^3).$$

При свободном изотропном диффузионном перемещении молекул (донора, акцептора или того и другого вместе) транспортный оператор  $\hat{L}(r)$  в (4) представляет собой оператор лапласова типа:

$$\hat{L}(r) = D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r},$$

где  $D$  – коэффициент взаимной диффузии реагентов.

В модели контактного реагирования на расстоянии  $r_0$  для  $K(t)$  приходим к известному результату Смолуховского [6] в задаче диффузионно-контролируемого тушения

$$K(t) = 4\pi r_0 D \left[ 1 + \frac{r_0}{\sqrt{\pi D t}} \right]. \quad (22)$$

Интегрирование в (12) с  $K(t)$  из (22) приводит к следующему результату

$$\eta = 1 - n_A 4\pi r_0 D \tau_D \left[ 1 + \frac{r_0}{\sqrt{D \tau_D}} \right]. \quad (23)$$

Характерный диапазон изменения  $D$  жидких растворах  $10^{-5} \div 10^{-8}$  см<sup>2</sup>/с. При  $r_0 \sim 0.7 \div 1$  нм получаем  $K(\infty) = 4\pi r_0 D \sim 10^{-14} \div 10^{-11}$  см<sup>3</sup>/с. Объемы тушения при диффузионно-контролируемых процессах переноса энергии пропорциональны времени жизни возбужденных состояний донора:  $V(\tau_D) = 4\pi r_0 D \tau_D$ . Поэтому в рассматриваемом диапазоне скорости миграции, для синглетных состояний  $V(\tau_s | r_0 \sim R_F) \sim 10^{-21} \div 10^{-20}$  см<sup>3</sup>, а это означает, что диффузия практически не ускоряет статического ферстеровского индуктивно-резонансного тушения. Для долгоживущих триплетных состояний  $V(\tau_s | r_0) \sim 10^{-17} \div 10^{-14}$  см<sup>3</sup>, и наоборот, диффузия очень существенно влияет на эффективность обменно-резонансного переноса энергии.

В более общей ситуации изменение относительного расстояния между донором и акцептором за время дезактивации возбуждения может происходить в условиях режима, отличающегося от свободной диффузии. Так, при размещении молекул люминофора и тушителя на полимерных цепях в растворах динамика их относительного перемещения будет определяться конформационными изменениями макроцепи. В этом случае транспортный оператор  $\hat{L}(r)$  может быть представлен как оператор диффузии в эффективном силовом поле  $V(r)$ , определяющем динамику полимерных звеньев

$$\hat{L}(r) = D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \left[ \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{k_B T} \frac{dV}{dr} \right]. \quad (24)$$

Аналогичная ситуация возникает при рассмотрении донорно-акцепторных взаимодействий вnanoструктурах, адсорбирующих фотактивные молекулы, но представляющих собой динамичные образования, элементы структуры которых могут участвовать в стохастических перемещениях, модулируя, тем самым, кинетику переноса энергии возбуждения к акцепторам.

#### *Квантовый выход люминесценции при развитии процессов взаимной дезактивации возбужденных состояний*

При увеличении интенсивности накачки получают развитие процессы аннигиляции возбуждений (взаимной дезактивации), что приводит к необходимости дополнения кинетического уравнения (2) соответствующим нелинейным слагаемым. В однокомпонентной системе, т. е. в отсутствие акцептора, и при  $\delta$ -импульсной активации люминофора в начальный момент  $t=0$  уравнение для среднеобъемной плотности  $n(t)$  синглетных (S) возбуждений записывается в виде

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{\tau_s} n(t) - K_{ss}(t) n^2(t). \quad (25)$$

Теперь  $K_{ss}(t)$  в (25) – это удельная скорость парной аннигиляции синглетных возбуждений, а  $\tau_s$  – их собственное время жизни, без учета взаимного влияния. Уравнение (25) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение типа Бернулли. Его решение в квадратурах имеет вид

$$n(t) = n_0 \frac{\exp(-t/\tau_s)}{1 + n_0 V(t)}; \\ V(t) = \int_0^t K_{ss}(\tau) \exp(-\tau/\tau_s) d\tau, \quad (26)$$

где  $V(t)$  – растущий со временем «аннигиляционный объем». Отметим, что величина, анало-

гичная  $V(\infty)$  по виду и по смыслу, фигурирует в (12). Этому соответству можно дать дальнейшее развитие, разлагая решение (26) в ряд по степеням малых начальных концентраций  $n_0$

$$n(t) = n_0 \exp(-t/\tau_s) \left[ 1 - n_0 \int_0^t K_{ss}(\tau) \exp(-\tau/\tau_s) d\tau \right]. \quad (27)$$

При нестационарном возбуждении системы для квантового выхода свечения справедливо выражение (8), в котором для данного случая интеграл в знаменателе дроби следует понимать в смысле

$$\int_0^\infty n(t | n_0 \rightarrow 0) dt = n_0 \int_0^\infty \exp(-t/\tau_s) dt = n_0 \tau_s. \quad (28)$$

После подстановки (27) в (8) и интегрирования по частям, с учетом (28) получаем

$$\eta = 1 - n_0 \int_0^\infty K_{ss}(t) \exp(-2t/\tau_s) dt. \quad (29)$$

Таким образом, формула (12), справедливая для расчета относительного квантового выхода люминесценции при малых концентрациях тушителей, практически не изменяется в случае аннигиляционной дезактивации при малых интенсивностях накачки. Отличие заключается лишь в замене времени жизни донора  $\tau_D$  на половинное время жизни синглетного возбуждения  $\tau_s/2$ , что вполне объяснимо, т. к. S-возбуждение одновременно выполняет функцию и донора и акцептора. Кроме того, следует помнить, что (29) выведено при условии  $\delta$ -импульсного возбуждения системы, а не стационарного, как (12). С учетом сделанных замечаний можно констатировать высокую схожесть выражений (29) и (12), однако существует еще одно важное отличие ситуации самодезактивации возбуждений от тушения их инородными акцепторами. В случае аннигиляции квазичастиц по-прежнему остается справедливым выражение для удельной скорости реагирования (3), однако уравнение для парной корреляционной функции  $f(r,t)$  уже не совпадает с уравнением (4), а становится нелинейным и интегро-дифференциальным [7]

$$\frac{\partial}{\partial t} f(r,t) = \hat{L}(r) f(r,t) - U(r) f(r,t) + \\ + 2n(t) f(r,t) [K_{ss}(t) - \\ - \int U(r') f(r',t) f(r'',t) d^2 r']. \quad (30)$$

Очевидно, что уравнение (30) значительно сложнее (4), даже когда транспортный оператор  $\hat{L}(r)$  в (30) отвечает простому типу миграции частиц (свободная диффузия) или вообще отсутствует (статическая аннигиляция,  $\hat{L}(r) \equiv 0$ )<sup>1</sup>. Из (30) следует зависимость функции  $f(r,t)$ , а значит

и скорости  $K_{ss}(t)$ , от плотности возбуждений  $n$ . Это означает, что порядок нелинейности уравнения (25) выше, чем второй, и оно, в свою очередь, является интегро-дифференциальным. В настоящее время большинство работ данного направления посвящено случаю малых интенсивностей возбуждения. Это избавляет от учета нелинейностей высокого порядка и дает основания для использования теории возмущений. Кроме соображений низких плотностей квазичастиц, снижает роль нелинейных слагаемых в (30) и член с транспортным оператором – в случае, когда он отвечает достаточно эффективной миграции возбуждений, «размешивающей» образовывающиеся пространственные корреляции.

Если для реакций тушения возбуждений ненасыщаемыми стоками уравнение (4) является *точным*, то для аннигиляционных процессов пренебрежение нелинейными членами в (30) соответствует *двухчастичному приближению*.

В случае статической аннигиляции по диполь-дипольному механизму для квантового выхода люминесценции получаем выражение, аналогичное (18)

$$\eta = 1 - \frac{4\pi R_F^3}{3\sqrt{2}} n_0 \operatorname{arctg} \left( \frac{2^{\frac{1}{6}} R_F}{r_0} \right)^3. \quad (18')$$

Поскольку различие между (18) и (18') невелико, для (18') остаются справедливыми проведенные ранее оценки.

При наличии продолжительно действующего источника возбуждений в правой части (30) появляется дополнительное слагаемое, схожее по виду с аналогичным членом в (4):  $2Q(t)/n(t)[1 - f(r, t)]$ . Его учет носит принципиальный характер, поскольку по величине это слагаемое *не мало* даже при использовании источника малой мощности. В этом случае, по порядку величины  $Q(t)/n(t) \sim 1/\tau_s$ . Продолжительно действующий источник порождает коррелированное распределение возбуждений в системе, что должно найти проявление в кинетике процесса, и как следствие того – в наблюдаемой величине квантового выхода свечения. Эффекты такого рода достаточно интенсивно изучаются в последние годы, но эти исследования нельзя пока считать завершенными. Наш анализ квантового выхода люминесценции в данной работе не будет касаться данной проблемы, оставляя ее для будущих сообщений.

При возбуждении системы источником, интенсивность которого изменяется со временем

по произвольному закону  $\tilde{Q}(t)$ , кинетическое уравнение для плотности возбуждений становится неоднородным

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{\tau_s} n(t) - K_{ss}(t)n^2(t) + Q(t). \quad (31)$$

Аналитическое решение (31) в общем виде проблематично, поскольку уравнения Рикатти (тип уравнения (31)) не позволяют записывать решения в квадратурах для произвольных зависимостей коэффициентов. Можно построить алгоритм пошагового расчета концентрации  $n(t)$ , разбивая весь рассматриваемый интервал времени на отрезки, в пределах которых функция  $n(t)$  изменяется незначительно. Это дает возможность линеаризации (31) в пределах такого отрезка, а значит использования формул (6)-(7) для построения решения, справедливого внутри отрезка. Соответствующие выражения для пошагового представления общего решения приведены в Приложении. Однако такая схема неудобна для расчетов – из-за ее громоздкости. Поэтому дальнейший анализ проблемы расчета квантового выхода свечения системы аннигилирующих центров сосредоточим на случае использования источника  $\tilde{Q}(t)$  постоянной интенсивности. Даже в этом случае проблема имеет простое решение лишь при  $K_{ss}(t) = K_0 = \text{const}$ . Это может выполняться при диффузионно-контролируемой аннигиляции возбуждений, с малым временем выхода на стационарный режим. Другими словами, формула (22) при  $Dt \gg r_0^2$  определяет константу скорости  $K_0 = 4\pi r_0 D$  бимолекулярной реакции  $S+S \Rightarrow 0$ . В рассматриваемых условиях уравнение Рикатти (31) подстановкой

$$u(t) = \exp(\int K_{ss}(t)n(t)dt)$$

сводится к однородному линейному дифференциальному уравнению второго порядка для новой переменной  $u(t)$ , причем уравнению с *постоянными коэффициентами*

$$\ddot{u}(t) + \frac{1}{\tau_s} \dot{u}(t) - K_0 Qu(t) = 0. \quad (32)$$

Решение (32) получается элементарно, и проводя обратное преобразование к старой переменной  $n(t)$ , можем записать

$$n(t) = \left( \frac{1}{K_0} \right) \frac{\lambda_1 C \exp(\lambda_1 t) - |\lambda_2| \exp(-|\lambda_2| t)}{C \exp(\lambda_1 t) + \exp(-|\lambda_2| t)}; \quad (33)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2\tau_s} \left( \pm \sqrt{1 + 4\tau_s^2 K_0 Q} - 1 \right); \quad C = \text{const}.$$

Причем характеристические числа  $\lambda_1, \lambda_2$  такие, что  $\lambda_1 > 0$ , а  $\lambda_2 < 0$  и  $|\lambda_2| > \lambda_1$ . Тогда ста-

<sup>1</sup> Анализ результатов исследования кинетики для последнего случая будет опубликован нами в ближайшее время.

ционарное решение при  $t \rightarrow \infty$ , то есть величина  $n_{st} = n(\infty)$  будет определять растущая экспонента с показателем  $\lambda_1$ :

$$n(\infty) = \lambda_1 / K_0 = \frac{1}{2\tau_s K_0} \left( \sqrt{1 + 4\tau_s^2 K_0 Q} - 1 \right), \quad (34)$$

причем время установления стационарного значения  $n(\infty)$  определяется соотношением  $t \sim 1/|\lambda_2|$ , а зависимость от постоянной  $C$  в (34) утрачивается.

При низкой интенсивности источника  $Q$  из (34) следует прямая пропорциональность  $n(\infty) \approx Q\tau_s$  и отсутствие влияния на процесс константы скорости аннигиляции  $K_0$ . Строгое равенство  $n(\infty) = Q\tau_s$  справедливо в случае исключительно мономолекулярной дезактивации возбужденных состояний. Заметим, что к тому же результату (34) можно прийти, решая стационарное (алгебраическое) уравнение (31) с постоянными коэффициентами.

Для квантового выхода  $\eta(Q)$  получаем

$$\eta(Q) = \frac{n(\infty)}{\tau_s Q} = \frac{1}{2\tau_s^2 Q K_0} \left( \sqrt{1 + 4\tau_s^2 K_0 Q} - 1 \right).$$

При использовании источника малой мощности и/или малой величине  $K_0$  из последнего выражения следует  $\eta(Q) = 1 - \tau_s^2 K_0 Q$ .

Однако в более общей ситуации произвольной времязависящей величины  $K_{ss}(t)$  (но, по-прежнему,  $Q = \text{const}$ ) рассмотренные подходы определения  $n(\infty)$  утрачивают силу. С целью развития приближенного метода в этом случае линеаризуем уравнение (31), заменяя аннигиляционное слагаемое  $K_{ss}(t)n^2(t)$  членом  $K_{ss}(t)n_{st}n(t)$ . Эта процедура представляется оправданной, поскольку при приближении к стационарному значению  $n(t) \rightarrow n(\infty)$  разность  $\delta n(t) = n(t) - n(\infty)$  становится малой. Тогда линейное уравнение

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{\tau_s} n(t) - K_{ss}(t)n_{st}n(t) + Q \quad (35)$$

совпадает с рассмотренным ранее уравнением (2), отвечающим случаю тушения возбуждений ненасыщаемыми акцепторами. Решение уравнения (35) определяется формулами (6)-(7) с заменой в них  $n_A, \tau_D$  соответственно на  $n_{st}, \tau_s$ . При высоких мощностях источника накачки квантовый выход люминесценции  $\eta$  может быть определен на основе равенства, получаемого из предельного выражения (11)

$$\eta(Q) = \frac{1}{\tau_s Q} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \exp \left[ -\frac{\tau}{\tau_s} - \right]$$

$$- \eta(Q) \tau_s Q \int_{t-\tau}^t K_{ss}(t') dt' \right] d\tau. \quad (36)$$

Зависимость  $\eta(Q)$  носит принципиальный характер, в отличие от (11). Равенство (36) представляет собой нелинейное уравнение для  $\eta(Q)$ . Возможность его практического использования может показаться сомнительной из-за обилия расчетных процедур, хотя, с другой стороны, препятствия принципиального характера здесь также отсутствуют.

Тем не менее перейдем теперь к анализу наиболее употребительного случая малых концентраций тушителей, когда в силу вступает выражение (12). Применим к рассматриваемой проблеме аннигилирующих возбуждений из (12) получаем линейное уравнение для  $\eta(Q)$ . Разрешая его относительно  $\eta(Q)$  и учитывая малость интегрального слагаемого по сравнению с единицей, можем записать

$$\eta(Q) = 1 - \tau_s Q \int_0^\infty K_{ss}(t) \exp(-t/\tau_s) dt. \quad (37)$$

Таким образом, в пределе маломощной накачки имеет место линейная зависимость  $\eta(Q)$ . В то же время зависимость интенсивности стационарной флуоресценции  $I(Q)$  отклоняется от прямой пропорциональности и становится квадратичной:  $I(Q) = \tau_s Q \eta(Q)$  (рис. 1). Экспериментальное измерение зависимости  $I(Q)$  дает возможность определения  $\eta(Q)$ , а с ней и верификацию используемой модельной зависимости  $K_{ss}(t)$ . В настоящее время принято считать, что S-S-аннигиляция протекает исключительно по индуктивно-резонансному (диполь-дипольному) механизму [2].

#### Квантовый выход аннигиляционной замедленной флуоресценции

В случае, когда аннигилируют два триплетных (T) возбуждения и в элементарном акте такой реакции с вероятностью  $p_s$  образуется локализованное на одной из молекул возбужденное  $S_1$ -состояние, возникает вторичная флуоресценция в полосе перехода  $S_1 \rightarrow S_0$ . Кинетическое уравнение для вторично заселяемых  $S_1$ -состояний может быть записано в виде ( $\delta$ -импульсная накачка в основной полосе поглощения  $S_0 \rightarrow S_1$ )

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{\tau_s} n(t) + \frac{1}{2} K_{TT}(t) n_T^2(t) \quad (38)$$

Удельная скорость T-T-аннигиляции  $K_{TT}(t)$  формируется на основе обменного ме-

ханизма. Исключение из рассмотрения стационарного источника накачки или испускающего импульсы большой продолжительности  $Q(t)$  позволяет осуществить временную селекцию значительно различающихся по амплитуде и ширине ( $\tau_t \gg \tau_s$ ) сигналов «обычной» и замедленной флуоресценции. Начальная концентрация Т-центров  $n_0^{(T)}$  связана с начальной плотностью  $S_1$ -возбуждений  $n_0$  соотношением  $n_0^{(T)} = \phi_t n_0$ , где  $\phi_t$  – квантовый выход в Т-состояние. Плотность Т-возбуждений определяется выражением, аналогичным (26), с соответствующими кинетическими характеристиками  $\tau_t$  и  $K_{TT}(t)$  [7]:

$$n_T(t) = \phi_t n_0 \frac{\exp(-t/\tau_t)}{1 + \phi_t n_0 V_T(t)}; \\ V_T(t) = \int_0^t K_{TT}(\tau) \exp(-\tau/\tau_t) d\tau. \quad (39)$$

Второе слагаемое в (38) выполняет функцию источника вторично заселяемых  $S_1$ -состояний:  $Q_{sec}(t) = (1/2)K_{TT}(t)n_T^2(t)$ , поэтому решение (38) для плотности аннигиляционно-порожденных S-возбуждений может быть записано в виде

$$n_S(t) = \frac{1}{2} p_s \int_0^t K_{TT}(\tau) n_T^2(\tau) \exp\left(\frac{\tau-t}{\tau_s}\right) d\tau. \quad (40)$$

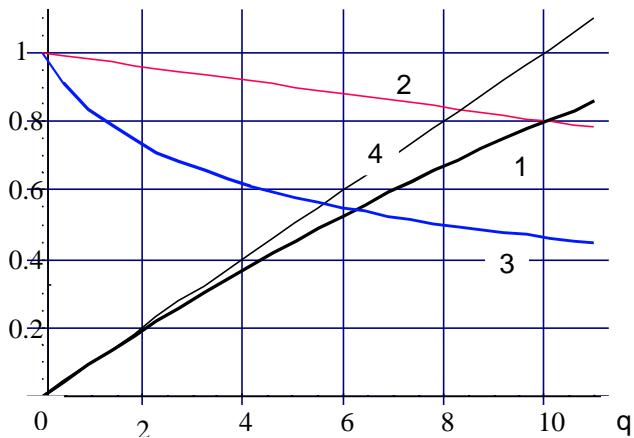


Рис. 1. График зависимости интенсивности стационарной флуоресценции (1) и ее квантового выхода (2) от интенсивности источника возбуждения в системе с аннигилирующими центрами свечения при слабом проявлении нелинейных эффектов (1,2). Кривая 3 представляет зависимость квантового выхода свечения при существенном вкладе процесса аннигиляции в дезактивацию молекул, но в случае независящей от времени удельной скорости реакции  $K$ . Вводя безразмерную скорость генерации возбуждений  $q = 4\tau_s^2 K_0 Q$  для квантового выхода флуоресценции, подавленного аннигиляцией можем записать в данном случае

$$\eta(q) = 2(\sqrt{1+q} - 1)/q.$$

Прямая 4 отражает зависимость интенсивности флуоресценции от накачки в отсутствие процессов взаимной дезактивации возбуждений.

Или в эквивалентной форме

$$n_S(t) = \frac{1}{2} p_s \int_0^t K_{TT}(\tau) n_T^2(\tau) \exp(-\tau/\tau_s) d\tau. \quad (40')$$

Поскольку функция  $K_{TT}(t)n_T^2(t)$  изменяется медленно по сравнению с экспонентой  $\exp(-\tau/\tau_s)$ , она может быть вынесена за знак интеграла в (40'), в результате чего получаем простое выражение для медленного закона генерации вторичных S-возбуждений

$$n_S(t) = \frac{1}{2} p_s \tau_s K_{TT}(t) n_T^2(t). \quad (40'')$$

Определим квантовый выход  $\eta_{ADF}$  аннигиляционной замедленной флуоресценции соотношением

$$\eta_{ADF} = \frac{\int_0^\infty n(t) dt}{\int_0^\infty n_S^{(0)}(t) dt} = \frac{(1/2)p_s \tau_s \int_0^\infty K_{TT}(t) n_T^2(t) dt}{n_0 \int_0^\infty \exp(-t/\tau_s) dt}. \quad (41)$$

В числителе (41) фигурирует относительная светосумма замедленной флуоресценции, а в знаменателе – «обычной», т. е. «быстрой» флуоресценции. Проводя элементарные преобразования в (41), получаем

$$\eta_{ADF} = (1/2)p_s \phi_t^2 n_0 \int_0^\infty K_{TT}(t) \frac{\exp(-2t/\tau_t)}{[1 + \phi_t n_0 V_T(t)]^2} dt. \quad (42)$$

Таким образом, из (42) заключаем, что квантовый выход  $\eta_{ADF}$  аннигиляционной замедленной флуоресценции:

1. Не зависит от времени жизни S-состояния.
2. Пропорционален квадрату квантового выхода  $\phi_t$  в Т-состояние при малой интенсивности накачки, а в более общем случае промежуточной интенсивности имеет сложную зависимость от  $\phi_t$ . При высокой мощности накачки зависимость от  $\phi_t$  исчезает.
3. Пропорционален начальной плотности  $n_0$  S-возбуждений при малой интенсивности накачки, а в случае промежуточной интенсивности имеет зависимость от  $n_0$ , схожую с зависимостью от  $\phi_t$ . При высокой интенсивности возбуждения  $\eta_{ADF} \sim 1/n_0$ .

Наиболее часто приходится иметь дело со случаями, когда  $p_s \sim 0.01 \div 0.1$ ;  $\phi_t \sim 0.1 \div 1$ . Тогда при  $n_0 \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$  из (42) можем получить оценочный результат  $\eta_{ADF} \sim 10^{-4} \div 10^{-2}$ . Установленный диапазон значений  $\eta_{ADF}$  может оказаться еще более широким в зависимости от реализуемого механизма миграции возбуждений в сис-

теме и характера корреляций распределения Т-центров [10].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований

(проекты №99-03-32264а и №02-03-96467– p2002 Урал\_a), а также Минобразования России (программа «Университеты России. Фундаментальные исследования», проект №992474).

25 марта 2002 г.

### Приложение

При возбуждении системы источником, интенсивность которого изменяется со временем по произвольному закону  $\tilde{Q}(t)$ , а удельная скорость- $K_{ss}(t)$ аннигиляции также времязависима, для решения кинетического уравнения (31) можно построить алгоритм пошагового расчета концентрации  $n(t)$ , разбивая весь рассматриваемый временной интервал на отрезки  $\Delta t$ , в пределах которых функция  $n(t)$  изменяется незначительно. Это дает возможность линеаризации (31) в пределах  $\Delta t$ , а значит использования формулы (10) для построения решения, справедливого внутри отрезка. Соответствующие выражения для пошагового представления общего решения имеют вид

$$\begin{aligned} n(t_1) &= \int_0^{t_1} Q(t_1 - \tau) G(t_1; t_1 - \tau | n_0) d\tau = \\ &= \int_0^{t_1} Q(t_1 - \tau) \exp \left[ -\frac{\tau}{\tau_s} - n_0 \int_{t_1 - \tau}^{t_1} K(t') dt' \right] d\tau, \\ n(t_2) &= \int_{t_1}^{t_2} Q(t_2 - \tau) G(t_2; t_2 - \tau | n(t_1)) d\tau = \end{aligned}$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} Q(t_2 - \tau) \exp \left[ -\frac{\tau}{\tau_s} - n(t_1) \int_{t_2 - \tau}^{t_2} K(t') dt' \right] d\tau, \quad (\text{П1})$$

$$\begin{aligned} n(t_j) &= \int_{t_{j-1}}^{t_j} Q(t_j - \tau) G(t_j; t_j - \tau | n(t_{j-1})) d\tau = \\ &= \int_{t_{j-1}}^{t_j} Q(t_j - \tau) \exp \left[ -\frac{\tau}{\tau_s} - n(t_{j-1}) \int_{t_j - \tau}^{t_j} K(t') dt' \right] d\tau \end{aligned}$$

Такое решение, построенное с наименьшим числом приближений, требует для дальнейшего использования более общего выражения, чем (36). Будем исходить из определения (8), которое в рассматриваемом случае приводит к следующему результату

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^{N \rightarrow \infty} n(t_j | Q)}{\int_0^{\infty} \int_0^t Q(\tau) \exp \left[ -\frac{(t-\tau)}{\tau_s} \right] d\tau dt}. \quad (\text{П2})$$

### Список использованной литературы:

1. Ермолаев В.Л., Бодунов Е.Н., Свешникова Е.Б., Шахвердов Т.А. Безызлучательный перенос энергии электронного возбуждения. Ленинград: Наука. 1977.– 311 с.
2. Агранович В.М., Галанин М.Д. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах. М.: Наука. 1978.– 384 с.
3. Бурштейн А.И. Концентрационное тушение некогерентных возбуждений в растворах // Успехи физ. наук. 1984. – Т.160. – №4. – С. 553-600.
4. Бурштейн А.И., Докторов А.Б., Киприянов А.А., Морозов В.А., Федоренко С.Г. Разделение кинематических механизмов бимолекулярных процессов // Ж. эксперим. и теорет. физики. 1985. -Т.88. – №3. – С. 878-888.
5. Киприянов А.А. и др. Препринт №23. Институт физики полупроводников СО АН СССР. 1988. –10 с.
6. Овчинников А.А., Тимашев С.Ф., Белый А.А. Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов. М.: Химия. 1986. – 287 с.
7. Кучеренко М. Г. Кинетика нелинейных фотопроцессов в конденсированных молекулярных системах. Оренбург: ОГУ. 1997. – 386 с.
8. Левшин Л.В., Салецкий А.М. Люминесценция и ее измерения. М.: Изд. МГУ. 1989. –272 с.
9. Inokuti M., Hirayama F. Influence of energy transfer by the exchange mechanism on donor luminescence // J.Chem. Phys. 1965. –V.43. #6. Р. 1978-1989.
10. Кучеренко М.Г. Процессы с участием электронно -возбужденных молекул. Оренбург: ОГУ. 2000. – 60 с.