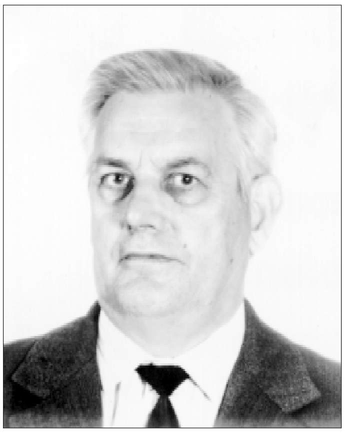

Н.И.Жежера

ДАВЛЕНИЕ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ЩЕЛЯХ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ СТЕНКАМИ РЕГУЛИРУЮЩИХ КЛАПАНОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Изложен вывод уравнений для определения давления в щелях с движущейся возвратно-поступательной стенкой регулирующих клапанов систем автоматизации и управления. Приводится теоретический анализ влияния вогнутости и выпуклости стенок щели на характер распределения давления как от стенки, так и от приложенного к границам щели перепада давления.

Сопряжения регулирующих клапанов систем автоматизации и управления представляют собой щели, находящиеся под определенным перепадом давления. Одна из стенок таких щелей обычно совершает периодическое знакопеременное движение. В работах /1,2/ показано, что в плоских колеблющихся щелях возникает не только давление, превосходящее манометрическое давление в системе, но и разряжение. В настоящей работе на основе положений ламинарного течения, считая рабочую жидкость однородной и изотропной, выводятся уравнения давления в щелях с криволинейными выпуклыми и вогнутыми стенками, которые перемещаются возвратно-поступательно с определенной скоростью и ускорением перпендикулярно плоскости щели применительно к регулирующим клапанам систем автоматизации и управления.

Как известно, в теоретической гидромеханике течение вязкой несжимаемой жидкости описывается системой уравнений Навье-Стокса и уравнением неразрывности, которые в векторной форме имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}+\boldsymbol{V}(\nabla V)=\boldsymbol{F}-\frac{1}{\rho}\,grad\,\boldsymbol{p}+\nu(\Delta \boldsymbol{V}),\\&div\,\boldsymbol{V}=0,\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где V, F, ρ, ν, p, t - соответственно скорость, массовые силы, плотность, кинематическая вязкость, давление рабочей жидкости и время;

∇, Δ, *grad* **p** - соответственно оператор Гамильтона, оператор Лапласа и градиент давления.

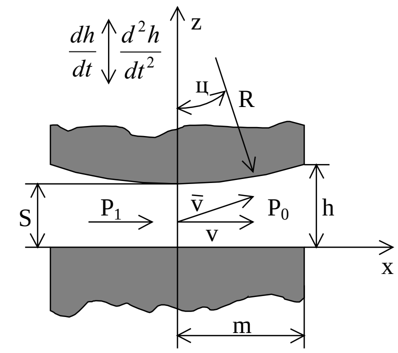

Рисунок 1 - Щель с выпуклой колеблющейся стенкой.

Изменение давления рабочей жидкости по длине щели с криволинейной стенкой (рисунок 1), движущейся возвратно-поступательно, можно представить алгебраической суммой давлений, которые возникают по длине щели от приложенного перепада давления (p_1-p_0) и давления, возникающего от движения стенки. При рассмотрении изменения давления по длине щели от перепада давления (p_1-p_0) считаем движение рабочей жидкости установившимся, а при рассмотрении влияния скорости движения стенки – неустановившимся.

Если пренебречь массовыми силами, плоскопараллельное установившееся без теплообмена движение жидкости согласно формуле (1) описывается следующими уравнениями :

$$\left.\begin{aligned}&\upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial x}+w\frac{\partial \upsilon}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}\right);\\&\upsilon\frac{\partial w}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right);\\&\frac{\partial \upsilon}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0.\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где υ, w - проекции скорости жидкости соответственно на ось X и Z.

Ввиду большого значения радиуса кривизны стенки щели R значениями скорости w и изменения скорости по направлению оси X можно пренебречь из-за их малости, то есть:

$$\upsilon >> w, \quad \frac{\partial \upsilon}{\partial z} >> \frac{\partial \upsilon}{\partial x} .$$

На основании принятых допущений система уравнений (2) принимает вид:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{4}$$

Уравнение неразрывности потока (4) остается неизменным ввиду одинакового порядка малости входящих величин.

Значение зазора h при неподвижных стенках щели можно выразить через координату X и минимальный зазор s, принимая что закругление одной из стенок происходит по окружности радиуса R. Тогда:

$$H = s + R - R \cdot cos\varphi , \tag{5}$$

где φ - угол между осью OZ и радиусом R, проведенным в точку на криволинейной стенке, находящуюся на расстоянии h от оси OX. При малых значениях длины щели по сравнению с кривизной стенки значение угла φ можно выразить через отношение x/R.

Разложив функцию $Cos(x/R)$ в ряд Маклорена

$$Cos\frac{x}{R} = 1 - \frac{x^2}{2R^2} + \frac{x^4}{R^4 \cdot 4!} - \frac{x^6}{R^6 \cdot 6!} + \ldots$$

и, пренебрегая членом $x^4/(4!R^4)$ и выше как малыми величинами второго порядка, из соотношения (5) получим:

$$h = s + x^2/D, \tag{6}$$

где $D = 2R$.

Интегрируя уравнение (3) по z, определив постоянные интегрирования из граничных условий $\upsilon = 0$ при $h = 0$ и $h = s+x^2/D$ и заменив $c = \mu / \nu$, получим:

$$\upsilon = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}\left[z^2 - z\left(s + \frac{x^2}{D}\right)\right] . \tag{7}$$

Интеграл от уравнения неразрывности (4) можно представить в следующем виде /3/:

$$\int_0^{h=S+\frac{x^2}{D}} \upsilon \cdot dz = const = C_1. \tag{8}$$

После интегрирования уравнения (8) с учетом уравнения (7) и решения уравнения относительно скорости изменения давления получим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu \cdot C_1}{\left(s + \frac{x^2}{D}\right)^3} . \tag{9}$$

Изменение давления по длине щели с криволинейной стенкой от приложенного к щели давления (p_1-p_0) получим после интегрирования уравнения (9) при граничных условиях $p=p_1$ при $x = -m$, $p=p_0$ при $x = m$ в следующем виде:

$$p = p_1 - (p_1 - p_0) \text{ x}$$

$$\text{x } \frac{\frac{m(5Ds+3m^2)}{(Ds+m^2)^2} + \frac{x(5Ds+3x^2)}{(Ds+x^2)^2} + \frac{\pi}{60\sqrt{Ds}}\left(arctg\frac{m}{\sqrt{Ds}} + arctg\frac{x}{\sqrt{Ds}}\right)}{\frac{2m(5Ds+3m^2)}{(Ds+m^2)^2} + \frac{\pi}{30\sqrt{Ds}} arctg\frac{m}{\sqrt{Ds}}}, \tag{10}$$

или, обозначив многочлен при (p_1-p_0) через A, можно записать:

$$p = p_1 - (p_1 - p_0) \cdot A . \tag{11}$$

При движении криволинейной выпуклой стенки со скоростью dh/dt относительно плоской стенки в щели возникают дополнительные скорости рабочей жидкости и давления. Уравнение Навье-Стокса (1) для плоскопараллельного неустановившегося течения жидкости можно представить, пренебрегая как и выше инерционными силами, в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial x} + w\frac{\partial \upsilon}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial z^2}\right); \\ &\frac{\partial w}{\partial t} + \upsilon\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Пренебрегая ввиду малости значением скорости w и считая, что скорость υ является функцией от x и z, получим:

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}\right). \tag{13}$$

Принимая, что изменение скорости жидкости по длине щели от движения стенки имеет параболический характер, с учетом уравнений (7) и (8), получим:

$$\upsilon = -\frac{6\mu C_1}{\left(s+\frac{x^2}{D}\right)^3}\left[z^2 - z\left(s+\frac{x^2}{D}\right)\right]. \qquad (14)$$

Постоянную C_1 можно определить из условия сохранения массы жидкости для щели единичной ширины:

$$h\cdot\upsilon_{cp} = -\frac{dh}{dt}x = C_1\,, \qquad (15)$$

так как $ds/dt = dh/dt$. Тогда

$$\upsilon = \frac{6\mu\cdot x}{\left(s+\frac{x^2}{D}\right)^3}\left[z^2 - z\left(s+\frac{x^2}{D}\right)\right]\frac{ds}{dt}. \qquad (16)$$

Подставляя значения $\upsilon;\ \frac{\partial\upsilon}{\partial x};\ \frac{\partial^2\upsilon}{\partial x^2};\ \frac{\partial\upsilon}{\partial t}$ в формулу (13), получим:

$$\frac{\partial^2\upsilon}{\partial z^2} = \frac{1\cdot\partial p}{\varsigma\cdot v\cdot\partial x} + \frac{1}{v}\cdot\frac{36D^4}{(sD+x^2)^7}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\Big[(D^3 s -$$

$$-5D^2x^2)z^4 + (8Dx^4 + 6D^2sx^2 - 2D^3s^2)\times$$

$$\times z^3 + (D^3s^3 - D^2s^2x^2 - 5Dsx^2 - 3x^6)z^2\Big] + \frac{6D^2x}{v(sD+x^2)^3}\times$$

$$\times\left\{\frac{d^2s}{dt^2}\left[Dz^2 - (Ds+x^2)z\right] + \left(\frac{ds}{dt}\right)^2\frac{D}{(Ds+x^2)}\Big[(2Ds+\right.$$

$$\left.+2x^2)z - 3Dz^2\Big]\right\} -$$

$$-\frac{12D^2x}{(sD+x^2)^5}\frac{ds}{dt}\left[(15Dx^2 - 9D^2s)z^2 + 6z(D^2s^2 - x^4)\right]. \qquad (17)$$

После двукратного интегрирования уравнения (17) по z и, определяя постоянные интегрирования из граничных условий: $\upsilon=0$ при $z=0$ и $z=s+x^2/D=h$, получим формулу для определения скорости рабочей жидкости в щели с колеблющейся стенкой в следующем виде:

$$\upsilon = \frac{(z^2-zh)}{2\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{D^4x}{v(Ds+x^2)^7}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\Big[\frac{6}{5}D^2z(Ds-5x^2)(z^5-h^5) + \frac{18}{5}Dz\times$$

$$\times(8x^4+6Dsx^2-2D^2s^2)(z^4-h^4) + 3z(D^3s^3 - D^2s^2x^2 - 5Dsx^4 - 3x^6)\times$$

$$\times(z^3-h^3)\Big] + \frac{D^2x}{v(Ds+x^2)^3}\left\{\frac{d^2s}{dt^2}\left[\frac{Dz(z^3-h^3)}{2} - z(Ds+x^2)(z^2-h^2)\right] +\right.$$

$$\left.+2zD(z^2-h^2) - \frac{3zD^2(z^3-h^3)}{2(Ds+x^2)}\Big]\right\} - \frac{D^2x}{(Ds+x^2)^5}\frac{ds}{dt}\times$$

$$\times\left[3zD(5x^2-9Ds)(z^3-h^3) + 12z(D^2s^2-x^4)(z^2-h^2)\right]. \qquad (18)$$

На основании уравнений (8) и (15) можно записать:

$$-\frac{ds}{dt}x = \int_0^{h=s+x^2/D}\upsilon\cdot dz\,. \qquad (19)$$

После подстановки значения скорости из уравнения (18) в уравнение (19), интегрирования уравнения (19) по z и решения полученного выражения относительно $\frac{\partial p}{\partial x}$ получим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{6\mu\cdot x(10D^2 + 3Ds + 15x^2)}{5(Ds+x^2)^3}\frac{ds}{dt} + \frac{6\rho Dx}{5(Ds+x^2)}\frac{d^2s}{dt^2} -$$

$$-\frac{3\rho D^2x(25Ds+x^2)}{35(Ds+x^2)^3}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \qquad (20)$$

Для щелей с плоскими стенками $D\longrightarrow\infty$. Исключая бесконечно малые величины, можно получить, как частный случай, скорость изменения давления и закономерность изменения давления в плоских щелях, которые приводятся в /2/.

Интегрируя уравнение (20) при граничных условиях $p=0$ при $x=\pm m$, получим:

$$p_A = \frac{3\mu D}{5}\cdot\frac{ds}{dt}\left[\frac{5D^2+9Ds+15m^2}{(Ds+m^2)^2} - \frac{5D^2+9Ds+15x^2}{(Ds+x^2)^2}\right] - \frac{3\rho D^2}{70}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\times$$

$$\times\left[\frac{13Ds+m^2}{(Ds+m^2)^2} - \frac{13Ds+x^2}{(Ds+x^2)^2}\right] + \frac{3\rho D}{5}\frac{d^2s}{dt^2}ln\frac{Ds+x^2}{Ds+m^2}\,. \qquad (21)$$

Полное давление в колеблющейся щели с выпуклой стенкой, согласно формулам (11) и (21), описывается следующим уравнением:

$$p=p_1 - (p_1-p_0)A + p_A\,. \qquad (22)$$

Уравнение (22) применимо также для щелей, образованных двумя выпуклыми поверхностями радиусов R_1 и R_2. В этом случае приведенный диаметр, который необходимо подставлять в уравнение (22) можно определить по соотношению:

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2}\,. \qquad (23)$$

Представляет практический интерес выяснение изменения давления в щелях, которые образованы плоской и вогнутой стенками (рисунок 2).

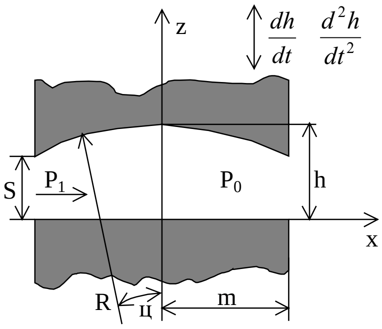

Рисунок 2 - Щель с вогнутой колеблющейся стенкой

Аналогично уравнению (6) для щелей с вогнутыми стенками можно записать:

$$h = s + \frac{m^2}{D} - \frac{x^2}{D}. \qquad (24)$$

Тогда скорость изменения давления по длине щели, согласно уравнению (9), принимает следующий вид:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu \cdot C_1}{\left(s + \frac{m^2}{D} - \frac{x^2}{D}\right)^3}. \qquad (25)$$

Интегрируя уравнение (25) при тех же граничных условиях, что и уравнение (9), получим:

$$p = p_1 - (p_1 - p_0) \cdot \mathrm{x}$$

$$\mathrm{x}\frac{\frac{2x(5Ds+5m^2-3x^2)}{(Ds+m^2-x^2)} + \frac{2m(5Ds+2m^2)}{D^2s^2} + \frac{3}{\sqrt{Ds+m^2}} ln\frac{(\sqrt{Ds+m^2}-m)(\sqrt{Ds+m^2}-x)}{(\sqrt{Ds+m^2}+m)(\sqrt{Ds+m^2}+x)}}{\frac{4m(5Ds+2m^2)}{D^2s^2} + \frac{3}{\sqrt{Ds+m^2}} \cdot ln\frac{(\sqrt{Ds+m^2}-m)^2}{(\sqrt{Ds+m^2}+m)^2}} \qquad (26)$$

или $$p = p_1 - (p_1 - p_0) \cdot B, \qquad (27)$$

где B - коэффициент при (p_1-p_0).

Для рассматриваемой щели формула (7) с учетом выражений (15) и (25) принимает следующий вид:

$$\upsilon = \frac{6\mu x}{\left(s + \frac{m^2}{D} - \frac{x^2}{D}\right)^3}\left[z^2 - z\left(s + \frac{m^2}{D} - \frac{x^2}{D}\right)\right]. \qquad (28)$$

После подстановки данной скорости и производных от неё в уравнение (13) аналогично вышеизложенной методике изменение давления в колеблющейся щели с вогнутой стенкой принимает следующую зависимость:

$$p_B = \frac{3\mu D}{5} \cdot \frac{ds}{dt}\left[\frac{5D^2 - 9Ds + 6m^2}{D^2s^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{5D^2 - 9(Ds + m^2) + 15x^2}{(Ds + m^2 - x^2)^2}\right] + \frac{3\rho D^2}{70}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \times$$

$$\times \left[\frac{13(Ds + m^2)}{(Ds + m^2 - x^2)^2} - \frac{13Ds + 12m^2}{D^2s^2}\right] +$$

$$+ \frac{3\rho D}{5} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} ln\frac{Ds + m^2 - x^2}{Ds}. \qquad (29)$$

Общее давление в щели, находящейся под перепадом давления, с вогнутой движущейся поступательно стенкой определяется как алгебраическая сумма давлений по формулам (27) и (29):

$$p = p_1 - (p_1 - p_0)B + p_B. \qquad (30)$$

Если щель состоит из двух вогнутых криволинейно стенок, тогда в уравнение (30) вместо D необходимо подставить абсолютное значение приведенного диаметра кривизны поверхностей щели, аналогично уравнению (23).

На рисунках 3 и 4 изображены зависимости изменения давления по длине щели с выпуклой и вогнутой стенками.

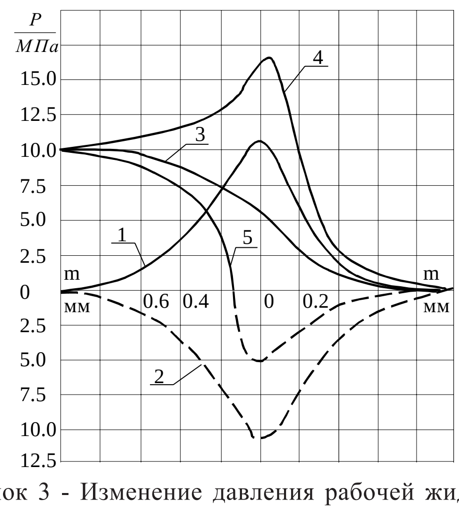

Рисунок 3 - Изменение давления рабочей жидкости по длине щели с выпуклой стенкой.

1-изменение давления от движения стенки при закрытии щели; 2-изменение разрежения от движения стенки при раскрытии щели; 3-изменение давления от приложенного перепада давлений (p_1–p_0); 4,5-полное давление при закрытии и раскрытии щели.

Кривые определены по формулам (22) и (30) при следующих значениях параметров: внешнее давление рабочей жидкости на входе в щель p_1 - 10 МПа, на выходе из щели p_0 - 0.5 МПа, вязкость минерального масла μ - $7.4 \cdot 10^{-6}$ кг $\cdot$ с/см^2 и плотность ρ - $92 \cdot 10^{-8}$ кг $\cdot$ с/см^4, скорость движения стенки *ds/dt* - 5см/с, длина щели l=2m=0.2см, приведенный диаметр кривизны стенок щели *D* -1см, зазор в щели *s* - 0.001 см. Все значения параметров выбраны применительно к условиям работы регулирующих клапанов систем автоматизации и управления.

Изменения давления рабочей жидкости по длине щели с выпуклой стенкой, совершающей возвратно-поступательное движение, к границам которой приложено внешнее давление (рисунок 3), отличается от распределения давления по длине щели с вогнутой стенкой (рисунок 4). Однако в обоих типах щелей при колебании стенки имеется возможность для возникновения как положительных, так и отрицательных давлений. Наличие отрицательных давлений способствует возникновению кавитационных, заполненных паром и газом пузырьков, которые могут захлопываться на выходе из щели, попав в зону повышенного давления.

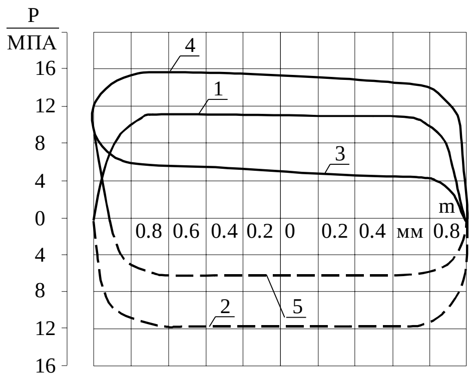

Рисунок 4 - Изменение давления рабочей жидкости по длине щели с вогнутой стенкой.
1-изменение давления от движения стенки при закрытии щели; 2- изменение разряжения от движения стенки при раскрытии щели; 3-изменение давления от приложенного перепада давления ($p_1 - p_0$); 4-полное давление при закрытии и раскрытии щели.

Все вышеизложенное позволяет теоретически обосновать возможность гидроэрозионного разрушения потоком рабочей жидкости деталей сопряжений регулирующих клапанов систем автоматизации и управления различных отраслей народного хозяйства.

Выводы

Получены теоретические уравнения распределения давления рабочей жидкости в колеблющихся щелях с криволинейными стенками, к границам которых приложен постоянный перепад давления.

Предложена методика расчета давления в колеблющихся щелях с криволинейными стенками, которая объясняет влияния разнообразных конструктивных и эксплутационных факторов на гидроэрозионное разрушение материалов при течении рабочих жидкостей через щели регулирующих клапанов систем автоматизации и управления.

Список использованных источников

1 Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика.- М.: Физматгиз, 1963.
2 Осипов А.Ф. Давление рабочей жидкости в зазорах объемных насосов и гидромоторов. “Вестник машиностроителя”, 1964, №4.
3 Никитин Г.А., Дихно В.И. Течение вязкой несжимаемой жидкости в конусных щелях. Гидропривод и гидропневмоавтоматика. Межвед. респ. научно-технический сборник, вып. 2, 1976.