

И.М.Киянов

## ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГЕОМЕТРИЙ В СИСТЕМАХ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ С ПОСТОЯННЫМИ УСИЛИЯМИ В ЛИШНИХ СВЯЗЯХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ

В статье приводится доказательство энергетическим методом наличия в системах строительной механики с постоянными усилиями в лишнях связях оптимальных параметров геометрии, соответствующих максимальной суммарной работе усилий в лишнях связях и не зависящих ни от нагрузки, ни от степени преднапряжения.

Системы строительной механики с постоянными усилиями в лишнях связях условно названы близкими к статически неопределимым.

Выполним доказательство энергетическим методом наличия оптимальных параметров геометрии, соответствующих максимальной суммарной работе усилий в лишнях связях и не зависящих ни от нагрузки, ни от степени преднапряжения, в системах, близких к статически неопределимым, на конкретном примере.

Висячий мост, показанный на рис. 1, имеет две опоры, балку жесткости, цепь /или кабель/ и качающиеся пилоны. В среднюю часть цепи включена связь, сохраняющая усилие преднапряжения постоянным.

Связь, включенная в цепь, приближает мост к один раз статически неопределимому. Если убрать связь, то в цепи получится разрез. Действие связи заменяется двумя силами  $X_1$ . Это основная система.

Допустим, что нагрузкой у висячего моста, показанного на рис. 1, является сосредоточенная сила  $P$ , статически приложенная в середине пролета балки жесткости /можно принять любую другую нагрузку/.

Под действием нагрузки балка жесткости даст прогиб, возникнут перемещения в цепи и в связи. Работа внешних сил равна

$$T = \frac{1}{2} P \Delta_{PP} - \frac{1}{2} P \Delta_{PI} + \eta P \Delta_{PP}^H, \quad (1)$$

где  $\Delta_{PP}$  – перемещение силы  $P$  по ее направлению, вызванное силой  $P$ ;

$\Delta_{PI}$  – перемещение силы  $P$  по ее направлению, вызванное силой  $X_1$ ;

$\Delta_{PP}^H$  – перемещение силы  $P$  по ее направлению, условно названное перемещением теневой геометрической нелинейности;

$\eta$  – коэффициент полноты диаграммы.

На основании закона сохранения энергии можно считать, что вся работа  $T$  внешних сил равна потенциальной энергии  $U$  деформации, т. е.  $T = U$ .

Потенциальная энергия висячего моста, близкого к один раз статически неопределимому, равна

$$U = U_0 - \frac{1}{2} X_1 \Delta_{IP} + \eta X_1 \Delta_{IP}^H, \quad (2)$$

где  $U_0$  – потенциальная энергия основной системы;

$\Delta_{IP}$  – перемещение в основной системе силы  $X_1$  по ее направлению от нагрузки  $P$ ;

$\Delta_{IP}^H$  – перемещение силы  $X_1$  по ее направлению, условно названное перемещением теневой геометрической нелинейности;

$\eta$  – коэффициент полноты диаграммы.

Из выражения (2) видно, что чем большую величину от одной и той же нагрузки будет иметь сила  $X_1$ , тем меньшую величину будет иметь потенциальная энергия, а это значит, что тем меньшую величину будет иметь работа внешних сил. Поскольку нагрузка остается неизменной, то уменьшение работы внешних сил при увеличении силы  $X_1$  будет происходить за счет уменьшения прогибов балки жесткости.

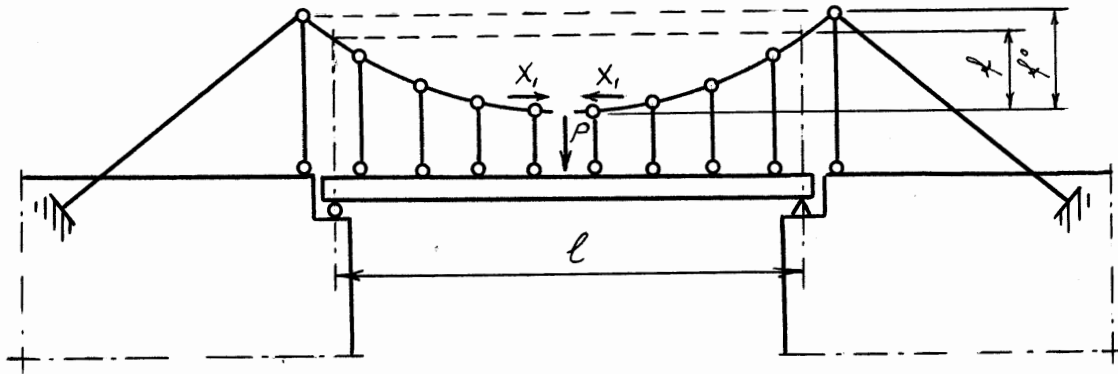


Рис. 1. Основная система висячего моста

Максимальное значение сила  $X_1$  приобретает при оптимальном значении стрелки цепи моста /прочие условия равны/. Находится оптимальная стрелка из уравнения, получаемого приравниванием производной от функции, выражающей силу  $X_1$ , по стрелке цепи нулю. Нагрузка в уравнении сокращается.

Изменив стрелку при отыскании оптимального ее значения, мы каждый раз от одной и той же нагрузки определяем силу  $X_1$  /распор/ и ставим в цепь связь, создающую такую силу и сохраняющую ее постоянной. Конструкция обладает геометрической нелинейностью. Поэтому в связи после приложения нагрузки возникает перемещение, происходящее от наличия в конструкции геометрической нелинейности. Сила  $X_1$  определяется с учетом только линейных перемещений. Поскольку связь сохраняет эту силу постоянной, то перемещение, происходящее от наличия в конструкции геометрической нелинейности, не окажет на нее влияния. Получается так, что сила  $X_1$ , находясь в нелинейной зависимости от стрелки, находится в линейной зависимости от нагрузки.

Если бы в цепи не было связи, сохраняющей силу  $X_1$  постоянной при перемещениях, возникающих в процессе приложения нагрузки, то сила  $X_1$  по причине геометрической нелинейности находилась бы в нелинейной зависимости и от стрелки, и от нагрузки /перемещения  $\Delta_{IP}$  и  $\Delta_{IP}^H$  не были бы разделены /.

Геометрическая нелинейность при наличии связей, приближающих статически определимые конструкции к статически неопределимым, нами условно названа «теневой геометрической нелинейностью», а перемещения, происходящие от нее, условно названы «пе-

ремещениями теневой геометрической нелинейности».

При увеличении стрелки от нуля до оптимального значения сила  $X_1$  увеличивается от нуля до максимума /абсолютное ее значение/, увеличивается и перемещение  $\Delta_{IP}$ , что приводит к заметному увеличению работы, которая в выражении (2) вычитается из потенциальной энергии.

Рассмотрим теперь влияние изменения стрелки в процессе поиска оптимального ее значения на величину работы силы  $X_1$  на перемещении теневой геометрической нелинейности. Эта работа в выражении (2) увеличивает потенциальную энергию. Как и в предыдущем анализе, меняя стрелку, будем оставлять нагрузку неизменной. При стрелке, равной нулю, перемещение теневой геометрической нелинейности будет наибольшим, а сила  $X_1$ , найденная по

формуле  $X = -\frac{\Delta_{IP}}{\delta_{11}}$ , будет равна нулю. После приложения нагрузки перемещение теневой геометрической нелинейности возникнет, но работа будет равна нулю, т. к. по свойству связи сила  $X_1$  останется постоянной, т. е. равной нулю. Уместно, заметить, что в обычной статически неопределимой конструкции при стрелке, равной нулю, по причине геометрической нелинейности после приложения нагрузки сила  $X_1$  будет иметь значительную величину и работа ее будет значительной. Здесь же мы рассматриваем конструкцию, близкую к статически неопределимой. При небольшой стрелке сила  $X_1$  будет иметь небольшую величину. Мы вынуждены увеличивать стрелку, т. к. от цепи, в которой распор имеет малую величину, мала и польза. При увеличении стрелки от нуля до оп-

тимального значения сила  $X_1$  увеличивается до своего максимума, о чем говорилось выше, перемещение же теневой геометрической нелинейности  $\Delta_{IP}^H$  - уменьшается.

Уменьшение перемещения  $\Delta_{IP}^H$  при увеличении стрелки, являющееся следствием уменьшения перемещения  $\Delta_{PP}^H$ , подтверждает целесообразность назначения оптимального параметра геометрии в конструкции, близкой к статически неопределимой.

Уменьшение перемещения геометрической нелинейности при увеличении стрелки цепи можно продемонстрировать на простейшей конструкции, показанной на рис. 2, где пунктиром показано деформированное состояние.

Конструкция, показанная на рис. 2, близка к цепи висячего моста. Она обладает геометрической нелинейностью. Длина стержней 1-2 и 2-3 равна  $S$ . Жесткость этих стержней тоже одинакова и равна  $EF$ .

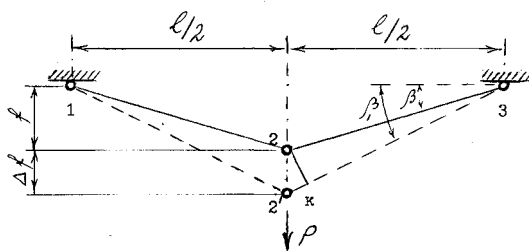


Рис. 2. Конструкция, обладающая геометрической нелинейностью.

Под действием нагрузки  $P$  стержни удлинятся на  $\Delta S$ , а узел 2, к которому приложена нагрузка  $P$ , переместится вниз на  $\Delta f$ . Угол  $\beta$  увеличится и станет равным  $\beta_1$ .

Считаем, что удлинение стержней  $\Delta S$  равно катету прямоугольного треугольника  $22^\circ K$  / в действительности оно несколько меньше/. Гипотенузой прямоугольника  $22^\circ K$  является перемещение  $\Delta f$ .

Растягивающая сила в стержнях равна

$$N = \frac{P}{2 \sin \beta}.$$

Находим удлинение стержней:

$$\Delta S = \frac{NS}{EF} = \frac{PS}{2EF \sin \beta};$$

$$S = \frac{l}{2 \cos \beta};$$

$$\Delta S = \frac{Pl}{4EF \sin \beta \cos \beta}.$$

С другой стороны, удлинение стержней равно

$$\Delta S = \Delta f \sin \beta_1.$$

Из уравнения, получающегося приравниванием выражений для  $\Delta S$ , находим перемещение силы  $P$ :

$$\Delta f \sin \beta_1 = \frac{Pl}{4EF \sin \beta \cos \beta};$$

$$\Delta f = \frac{Pl}{4EF \sin \beta_1 \sin \beta \cos \beta}.$$

Анализ полученного выражения показывает, что увеличение стрелки, связанное с увеличением углов  $\beta$  и  $\beta_1$ , приводит к уменьшению перемещения силы  $P$ .

При увеличении стрелки цепи висячего моста, показанного на рис. 1, перемещение теневой геометрической нелинейности  $\Delta_{PP}^H$  уменьшается по той же причине, по какой уменьшается перемещение силы  $P$  в конструкции, показанной на рис. 2. Перемещение теневой геометрической нелинейности  $\Delta_{IP}^H$  не оказывает влияния на силу  $X_1$  поэтому, исходя из равенства работ сил  $P$  и  $X_1$  на рассматриваемых перемещениях, оно тоже уменьшается.

В конструкциях, близких к два раза статически неопределимым симметричным, оптимальный параметр геометрии определяется так же, как и в конструкциях, близких к один раз статически неопределимым. Сущность оптимизации по параметру геометрии остается неизменной и в конструкциях, близких к  $n$  раз статически неопределимым. Разница только в том, что в этом случае нужно подвергать анализу  $n$  канонических уравнений метода сил. Оптимальным параметром геометрии и в этом случае следует считать параметр, при котором от одной и той же нагрузки /прочие условия тоже равны/ возможная работа внутренних сил /результатирующих напряжений/ будет минимальной.

Если при неизменной нагрузке и при прочих равных условиях в конструкции, близкой к статически неопределимой, изменять параметр геометрии, то при достижении этим параметром оптимального значения суммарная работа усилий в  $n$  связях на соответствующих перемещениях приобретет максимальное значение, а по-

тенциальная энергия основной системы - минимальное.

Потенциальная энергия конструкции, близкой к  $n$ , раз статически неопределимой, равна

$$U = U_0 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i \Delta_{iP} + \sum_{i=1}^n \eta_i X_i \Delta_{iP}^H,$$

где  $U_0$  - потенциальная энергия основной системы;

$X_i$  - усилие, создаваемое  $i$ -той связью;

$\Delta_{iP}^H$  - перемещение теневой геометрической нелинейности в  $i$ -той связи;

$\eta_i$  - коэффициент полноты диаграммы для  $i$ -той связи.

Оптимальный параметр геометрии конструкций, близких к  $n$  раз статически неопределимым, находится из уравнения, получаемого приравнением нулю производной от суммарной работы усилий во всех  $n$  связях на соответствующих перемещениях по параметру геометрии:

$$\frac{dT^c}{dZ} = 0, \quad (3)$$

где  $T^c$  - суммарная работа усилий во всех  $n$  связях на соответствующих перемещениях;

$Z$  - параметр геометрии.

Усилия в связях, приближающих статически определимую конструкцию к статически неопределимой, будучи назначенными в соответствии с нагрузкой, действующей на конструкцию, как для обычной статически неопределимой конструкции, не увеличиваются ни от увеличения нагрузки, ни от температурных и других перемещений. Это позволяет сократить нагрузку в уравнении.

Рассмотрим предварительное напряжение систем строительной механики с постоянным усилием в лишней связи /близких к статически неопределимым/.

В обычных статически неопределимых конструкциях сила в лишней связи, преднапрягающая конструкцию, и сила в этой же лишней связи, возникающая от действия временной нагрузки, складываются. На силу преднапряжения в таких конструкциях оказывают влияние температурные перемещения и перемещения от ползучести и усадки материала.

В конструкциях, близких к статически неопределимым, дело обстоит иначе: в них сила, которую создает связь, не увеличивается ни при приложении временной нагрузки, ни при воз-

никновении температурных и других перемещений.

Допустим, что конструкция, близкая к один раз статически неопределимой, преднапрягается силой  $N$  в направлении силы  $X_I$ . В качестве такой конструкции снова можно взять висячий мост, показанный на рис. 1.

Работа внешних сил равна

$$T = \frac{1}{2} P \Delta_{PP} - \frac{1}{2} P \Delta_{PN} + \eta P \Delta_{PP}^H, \quad (4)$$

где  $\Delta_{PN}$  - перемещение в направлении силы  $P$ , вызванное силой  $N$ , действующей в направлении силы  $X_I$ ;

$\eta$  - коэффициент полноты диаграммы.

Потенциальная энергия равна

$$U = U_0 - \frac{1}{2} N \Delta_{IN} + \eta N \Delta_{IP}^H, \quad (5)$$

где  $N$  - сила, действующая в направлении силы  $X_I$  и остающаяся постоянной при температурных и других перемещениях;

$\Delta_{IN}$  - перемещение в направлении силы  $X_I$ , вызванное силой  $N$ .

Работа силы  $N$  на перемещении  $\Delta_{IN}$  равна

$$T_N = \frac{1}{2} N \Delta_{IN}. \quad (6)$$

Выразим силу  $N$  через перемещения:

$$N = \frac{\Delta_{IN}}{\delta_{11}}. \quad (7)$$

Подставив (7) в выражение (6), получим

$$T_N = \frac{\Delta_{IN}}{2\delta_{11}} \Delta_{IN}. \quad (8)$$

Перемещение  $\Delta_{IN}$  можно выразить через перемещение  $\Delta_{IP}$

$$\frac{\Delta_{IN}}{\Delta_{IP}} = \nu,$$

$$\Delta_{IN} = \nu \Delta_{IP}, \quad (9)$$

где  $\nu$  - коэффициент, характеризующий степень преднапряжения.

Подставив (9) в выражение (8) получим

$$T_N = \frac{\nu \Delta_{IP}}{\delta_{11}} \nu \Delta_{IP} = \nu^2 X_I \Delta_{IP}. \quad (10)$$

Подставив в уравнение (5),  $N = \nu X_1$  и выражение для работы (10), получим

$$U = U_0 - \frac{1}{2} \nu^2 X_1 \Delta_{IP} + \nu \eta X_1 \Delta_{IP}^H. \quad (11)$$

Если в выражении для потенциальной энергии (11) коэффициент  $\nu$  принять равным единице, то получится выражение (2).

Выражение (11) показывает, что в конструкции с оптимальным параметром геометрии экономится усилие, напрягающее конструкцию /меньшим усилием достигается тот же эффект/. Кроме этого, выражение (11) показывает, что при коэффициенте  $\nu$ , большем единицы, эффект от преднапряжения резко повышается.

Все сказанное о преднапряжении конструкций, близких к статически неопределимым, относится не только к висячему мосту, но и к любой другой конструкции, близкой к статически неопределимой.

Возьмем жесткую арку с гибкой затяжкой. В гибкую затяжку включена связь, сохраняющая усилие постоянным. Это конструкция, близкая к один раз статически неопределимой.

Связь, включенная в затяжку, должна создавать усилие, равное

$$H = F_3 R_0,$$

где  $F_3$  - площадь поперечного сечения затяжки;  $R_0$  - расчетное сопротивление стали.

Зная усилие в затяжке, можно определить коэффициент, характеризующий степень преднапряжения:

$$\nu = \frac{H}{X_1} = \frac{F_3 R_0}{X_1}. \quad (12)$$

Формула (12) показывает, что коэффициент, характеризующий степень преднапряжения, можно увеличить путем увеличения расчетного сопротивления стали затяжки. При этом жесткости арки и затяжки остаются неизменными. Неизменность жесткостей арки и затяжки означает неизменность и усилия в затяжке  $X_1$ , и оптимальной стрелы арки,

Модули упругости стальных канатов /тросов, кабелей/ несколько ниже модуля упругости стали. Этот недостаток канатов в конструкциях, близких к статически неопределимым, не играет роли.

Он приводит всего лишь к некоторому увеличению оптимальной стрелы.

Зато расчетное сопротивление канатов, будучи очень высоким, дает возможность значительно повысить коэффициент  $\nu$ , характеризующий степень преднапряжения. Увеличение коэффициента  $\nu$  приводит к снижению потенциальной энергии, о чем говорит выражение (11).

Уравнение (11) выражает потенциальную энергию конструкции, преднапряженной постоянным усилием. При изменении параметра геометрии от нуля до оптимального значения второй член правой части уравнения (11) увеличивается до максимальной величины, а третий – уменьшается.

Если  $\nu$  увеличивать так, чтобы третий член был постоянным, то при взятии производной он исчезнет, и мы будем иметь:

$$\frac{d}{dy} (\nu^2 X_1 \Delta_{IP}) = 0,$$

где  $y$  – параметр геометрии.

Что касается  $\nu$ , то этот коэффициент не мешает нахождению оптимального параметра геометрии, так как степень преднапряжения не оказывает влияния на его величину.

Автор статьи создал ряд связей, преднапрягающих конструкции постоянным усилием (а. с. № 1686059, патент РФ № 2004665 и др.).

Оптимальные параметры геометрии, соответствующие максимальному усилию в лишней связи конструкций, близких к статически неопределимым, и не зависящие от нагрузки и степени преднапряжения, установлены автором в марте 1974 года. Приоритет их открытия защищается публикациями и патентом РФ № 2012749.



## МАГНИТОАКТИВИРОВАННАЯ ВОДА В СТРОИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

Рассматривается состояние вопроса о применении магнитоактивированной воды для затворения бетонных смесей. Вскрываются причины низкой производственной востребованности этих высокоэффективных технологий и указываются пути, позволяющие успешно применять магнитную активацию воды для затворения бетонов, что позволяет значительно улучшать технические и служебные параметры изделий и экономить до 10-15% цемента. Приводятся результаты эксперимента, поставленного авторами более, чем на 150 экспериментальных кубах.

Магнитоактивированную воду в технологиях, связанных со строительством и строительными материалами, применяют достаточно давно [1-7]. Однако, несмотря на перспективность её использования, широкого применения в строительных технологиях она до настоящего времени не находит. Это объясняется плохой воспроизводимостью результатов, получаемых с помощью выпускаемых для «омагничивания» воды стандартных аппаратов, не всегда обеспечивающих необходимую степень магнитной активации воды. Физическая природа происходящих в воде физико-химических изменений при воздействии на неё магнитного поля (МП) до настоящего времени не совсем ясна, хотя сам феномен не только достоверно установлен, но и широко используется в технике с 1947 года [8].

Процесс твердения бетона, затворенного магнитоактивированной водой, к настоящему времени изучен достаточно хорошо (в этом направлении активно и плодотворно работал академик П.А. Ребиндер), однако единого мнения о механизме влияния МП на этот процесс не существует. Во время твердения происходит целый ряд физико-химических процессов растворения и гидратации в цементном тесте с образованием перенасыщенного раствора кристаллических структур, начальный каркас которых со временем упрочняется и набирает основную прочность в течение 28 суток. Поскольку в процессе твердения цемента определяющими физико-химическими процессами являются растворение и кристаллизация в водной среде, а именно эти процессы, как мы уже указывали, могут значительно интенсифицироваться магнитной обработкой, то естественно было с квазитермодинамических позиций [9] ожидать интенсификацию твердения и созревания бетонного камня.

В настоящее время объем производства цемента в нашей стране составляет около 30 млн. тонн [18]. Разработка технологий, позволяющих экономить это стратегически важное сырье, чрезвычайно актуальна. Лабораторные исследования, проведенные в этом направлении [7], позволяют утверждать, что статистически достоверно возрастает прочность бетонных изделий (экспериментальных кубов), выполненных из бетона, затворенного магнитоактивированной водой. Причем, твердение происходит значительно быстрее - за семь суток «магнитоактивированные» кубы набирали такую же прочность, которую обычные набирают за 28 суток в естественных условиях. Магнитная обработка воды затворения заметно влияет на характеристики процесса твердения бетона: на скорость схватывания и пластическую прочность цементного теста; на уменьшение размеров цементных гранул, то есть образуется более тонкозернистая структура; на увеличение скорости гидратации; увеличивается удельная поверхность твердой фазы и др. Можно считать установленным, что затворение бетона магнитоактивированной водой интенсифицирует процессы растворения и гидратации цемента в ранние сроки твердения и ускоряет выделение более мелких кристалликов, что, естественно, приводит к уменьшению пористости, а следовательно, повышает его морозостойкость и устойчивость к действию воды и разных химических агентов. Значительно снижается газопроницаемость бетона [6]. Магнитная обработка воды затворения очень заметно изменяет пластичность, а следовательно, и удобоукладываемость бетонной смеси [8]. Магнитная активация улучшает качество изделий, изготовленных не только из цемента, но и из других вяжущих: из гип-