



Васильев А.П.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ВОКРУГ СХЛОПЫВАЮЩЕГОСЯ КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЬКА

Рассматривается задача о сферически-симметричном поле температур в вязкой жидкости, окружающей схлопывающийся кавитационный пузырек. Учен механизм вязкой диссипации кинетической энергии. Уравнение энергии решалось численно методом конечных разностей. Показано, что температура жидкости вблизи пузырька прогревается не более, чем на 10С в условиях, соответствующих работе водяных насосов. Сделан вывод о допустимости решения задач динамики паровых пузырьков в приближении изотермической жидкости.

Исследование гидродинамики и теплообмена схлопывающихся паровых кавитационных пузырьков представляет интерес в связи с проблемой кавитационной эрозии элементов проточной части гидрооборудования.

В работе [1] была высказана гипотеза, что из-за высоких скоростей при схлопывании пузырька слои жидкости вблизи межфазной границы вследствие вязкой диссипации могут сильно прогреваться. В результате этого жидкость с межфазной границы будет интенсивно испаряться в пузырек и смягчать гидравлический удар в момент исчезновения пузырька.

Обосновать или опровергнуть этот механизм демпфирования ударного повышения давления можно лишь на основе расчета температурного поля в жидкости вокруг схлопывающегося пузырька.

Для решения данной задачи примем допущение, что межфазная граница “пар-жидкость” обладает свойствами непроницаемости и адиабатичности. Это допущение, с одной стороны, позволяет исключить влияние температурного поля на поле скоростей в жидкости, а с другой стороны, дает возможность определить предельно допустимые температуры разогрева жидкости.

$$\nabla \cdot (\rho_1^0 \vec{v}_1) = 0, \quad (1)$$

Течение вязкой несжимаемой жидкости вокруг парового пузырька описывается уравнением неразрывности уравнением Навье-Стокса (массовые силы не учитываются)

$$\rho_1^0 \left(\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1 \right) = -\nabla p_1 + \mu_1 \nabla^2 \vec{v}_1, \quad (2)$$

и уравнением притока теплоты

$$\rho_1^0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) u \right) = -\nabla \bar{q}_1 + \rho_1^0 A_1, \quad (3)$$

где работа внутренних сил $\rho_1^0 A_1$ применительно к рассматриваемой задаче определяется выражением [2]:

$$\rho_1^0 A_1 = \frac{p_1}{\rho_1^0} \left(\frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \rho_1^0 \right) + \rho_1^0 A_1 r, \quad (4)$$

а $\rho_1^0 A_1 r$ – работа вязких напряжений в радиальном течении жидкости.

В уравнениях (1)-(4) приняты обозначения: ρ_1^0 -плотность, \vec{v}_1 - скорость, p_1 - давление, μ_1 - вязкость, u - внутренняя энергия, \bar{q}_1 - плотность теплового потока, λ_1 - теплопроводность жидкости.

Принятое допущение позволяет рассматривать параметры состояния пара в пузырьке, зависящими только от температуры пара.

В сферической системе координат для сферически –симметричных полей скорости и температуры несжимаемой жидкости, закона теплопроводности Фурье, выражения для внутренней энергии жидкости $u = c_1 v \vartheta + u_0$, где $c_1 v$ - изохорная теплоемкость, а ϑ -избыточная температура жидкости, система уравнений (1)-(3) с учетом (4) может быть записана в виде:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 w_1(r,t))=0, \tag{5}$$

$$\rho_1^0 \left(\frac{\partial w_1}{\partial t} + w_1 \frac{\partial w_1}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_1}{\partial r} + \mu_1 \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial w_1}{\partial r} \right) - 2 \frac{w_1}{r} \right], \tag{6}$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + w_1 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} = \frac{\lambda_1}{\rho_1^0 c_{1v}} \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) \right] + 12 \frac{\mu_1}{\rho_1^0 c_{1v}} \frac{w_1^2}{r^2}. \tag{7}$$

Здесь w_1 -радиальная компонента вектора скорости $v_1\{w_1,0,0\}$. Последнее слагаемое в (7) учитывает вязкую диссипацию кинетической энергии жидкости.

Принятое допущение о не влиянии температурного поля на поле скорости позволяет рассматривать гидродинамическую задачу (5), (6) не зависимо от тепловой (7).

Поле скорости $w_1(r,t)$ в жидкости вокруг пузырька имеет вид [1]:

$$w_1(r,t) = \frac{C_a(t)}{r^2},$$

где C_a -объемная скорость схлопывания пузырька- функция известная из статьи [1], подстановка которой в уравнение (7) делает тепловую задачу не зависимой от гидродинамической.

Условия однозначности для уравнения (7) задаются в виде:

$$t=0: \vartheta(r,0)=0; \quad r=\infty: \vartheta(\infty,t)=0;$$

$$r=a(t): -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} = 0, \tag{8}$$

где $a(t)$ - радиус пузырька, известная из [1] функция времени и параметров пузырька.

Поскольку температура невозмущенной жидкости задана на бесконечности, то, переходя к новой системе координат $\eta=L-r$, где L - бесконечно удаленная точка, учитывая знаки у скорости и вектора плотности теплового потока, преобразуем уравнение энергии к виду:

$$\frac{\partial \vartheta(\eta,t)}{\partial t} = A \frac{\partial^2 \vartheta(\eta,t)}{\partial \eta^2} + F(\eta,t) \frac{\partial \vartheta(\eta,t)}{\partial \eta} + G(\eta,t), \tag{9}$$

а условия однозначности так:

$$t=0: \vartheta(\eta,0)=0; \quad \eta=0: \vartheta(0,t)=0;$$

$$\eta=L-a(t): \frac{\partial \vartheta(\eta,t)}{\partial \eta} = 0. \tag{10}$$

Здесь

$$A = \frac{\lambda_1}{\rho_1^0 c_{1v}}, \quad B = 12 \frac{\mu_1}{\rho_1^0 c_{1v}}, \quad F(\eta,t) =$$

$$)= \frac{2A}{L-\eta} + \frac{|C_a(t)|}{(L-\eta)^2}, \quad G(\eta,t) = \frac{BC_a^2(t)}{(L-\eta)^6}.$$

Решение нелинейного уравнения (9) с краевыми условиями (10) может быть найдено численными методами, например, методом конечных разностей. Пусть $\delta\eta=L-a(t)/M$, $\delta t=Tc/K$ - шаги по пространственной и временной переменным, Tc - время схлопывания пузырька, известное из решения гидродинамической части задачи. Тогда заменяя частные производные в (9) и (10) конечными разностями:

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right)_{m,k} = \frac{1}{\delta t} (\vartheta_{m,k+1} - \vartheta_{m,k}), \quad \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right)_{m,k} = \frac{1}{\delta \eta} (\vartheta_{m+1,k} - \vartheta_{m,k}),$$

$$\left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2} \right)_{m,k} = \frac{1}{\delta \eta^2} (\vartheta_{m,k+1} - 2\vartheta_{m,k} + \vartheta_{m-1,k}),$$

для температуры в последующий момент времени в данной точке сетки получим следующее алгебраическое выражение:

$$\vartheta_{m,k+1} = \vartheta_{m,k} + A \frac{\delta t}{\delta \eta^2} (\vartheta_{m+1,k} - 2\vartheta_{m,k} + \vartheta_{m-1,k}) - \frac{\delta t}{\delta \eta} F(m\delta \eta, k\delta t) (\vartheta_{m+1,k} - \vartheta_{m,k}) + \delta t G(m\delta \eta, k\delta t).$$

Начальные условия записываются так: $\vartheta_{m,0}=0$, условия на бесконечности: $\vartheta_{0,k}=0$, условия на пузырьке: $\vartheta_{M,k}=\vartheta_{M-1,k}$.

На рис.1 показан пространственный график нестационарного одномерного поля температур (в градусах Цельсия) в жидкости, окружающей схлопывающийся кавитационный пузырек. Начальный радиус пузырька принимался равным $a_0=3$ мм, а величина избыточного

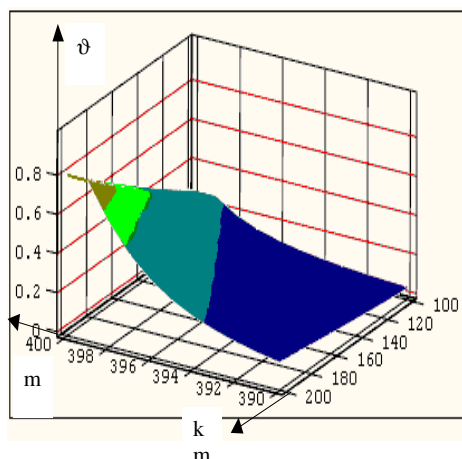
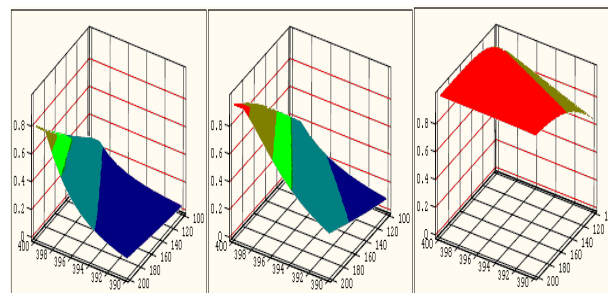


Рис.1.

Температурное поле вокруг схлопывающегося пузырька.

Величина $m=400$ (пространственная переменная η) соответствует поверхности пузырька, а $k=200$ (временная переменная) - моменту исчезновения пузырька.

давления, под действием которого происходило схлопывание кавитационного пузырька, 50 кПа. Бесконечно удаленная точка во всех расчетах располагалась на расстоянии $L=1000a_0$. Сходимость решения контролировалась удвоением числа шагов по пространственной (M) и временной (K) переменным с погрешностью не выше 1%. В результате проведенных расчетов было выяснено, что увеличение неравновесного перепада давления, под действием которого происходило схлопывание пузырька, при не изменном его радиусе очень слабо влияло на температуру. Эту особенность можно, видимо, объяснить тем, что



На рис. 2 показаны температурные поверхности для различных начальных радиусов пузырьков : $a_0=3, 5$ и 10 мм при неизменном давлении

Рис.2. Температурные поверхности в жидкости вокруг пузырька при различных начальных радиусах $a=3, 5$ и 10 мм

50 кПа. С увеличением радиуса пузырька растет область максимально прогретой жидкости, наибольшая температура жидкости в момент исчезновения пузырька не превышает 10С.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод, что процессами массообмена при фазовых переходах “жидкость-пар” из-за незначительного прогрева жидкости под действием теплоты вязкой диссипации можно пренебречь, и считать жидкость в задачах динамики кавитационных пузырьков изотермической.

Список использованной литературы

1. Васильев А.П., Павлов А.С. Ударное повышение давления при схлопывании изотермического кавитационного пузырька в вязкой жидкости. Вестник ОГУ № 2000 г. С. .
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. т.1, т.2. М.: Наука, 1987.-464 и 359 с.